

Skrivtid: 4 timmar.

Hjälpmedel: Tabeller över statistiska fördelningar, Studentlitteratur 1982. Miniräknare och formelblad (vidhäftat).

Skrivningsvisning: Tisdagen den 11/4, kl. 13.00, sal B705.

Anvisningar: Lösningarna ska vara väl motiverade. Maximalt antal poäng per uppgift finns angivet. Totalt kan man få 24 poäng, varav 12 poäng räcker till godkänt och 20 poäng till väl godkänt.

1. (3p) Den kontinuerliga stokastiska variabeln X har täthetsfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} cxe^{-x} & \text{om } x \geq 0, \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

- a) Visa att $c = 1$.
- b) Beräkna $P(1 < X < 2)$.
2. (4p) En totalundersökning bland befolkningen i Bayonne har kartlagt dess kaffevanor enligt följande tabell, som återger hur stor andel som dricker sitt kaffe utan/med mjölk och hur många sockerbitar man har i. (Vi antar för enkelhets skull att alla invånare i Bayonne är kaffedrickare.)

Antal sockerbitar:	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>
utan mjölk	0.25	0.15	0.05	0.05
med mjölk	0.35	0.10	0.05	0

Antag att en Bayonnebo väljs ut slumpmässigt. Låt X = antal sockerbitar personen har i sitt kaffe och låt $Y = 1$ om personen har mjölk i sitt kaffe, och 0 annars.

- a) Beräkna väntevärde och varians för X och Y .
- b) Är X och Y oberoende? Motivera ditt svar!
- c) Beräkna kovarians och korrelationskoefficient mellan X och Y .
- d) Har personer i Bayonne som dricker sitt kaffe utan mjölk en större benägenhet att ha socker i än de som dricker sitt kaffe med mjölk? Motivera ditt svar!

3. (5p, varav c) är värd 2p) Doris har en ask med 4 röda och 2 blå pärlor. Hon drar slumpmässigt 4 av dessa och trär på ett halsband (som var tomt innan).
 - a) Vilken är sannolikheten att Doris får 3 röda och 1 blå pärla på sitt halsband?
 - b) Låt oss nu anta att Doris' lillebror Spencer dragit en slumpmässigt vald pärla ur asken med 4 röda och 2 blå pärlor, och sedan ersatt den med en röd pärla. Därefter drar Doris sina fyra pärlor. Hur stor blir då sannolikheten att Doris får 3 röda och 1 blå pärla på sitt halsband?
 - c) Efter att Doris har gjort som i a)-uppgiften (vi antar nu för enkelhets skull att Spencer inte bytt ut nån pärla), och fått 3 röda och 1 blå pärla på sitt halsband, besöker hon sin fästman Ernie. Hon visar Ernie halsbandet, och talar om att hon dragit pärlorna på det ur en ask med röda och blå kulor, totalt 6 stycken, men säger inte hur många av varje. Hon ber Ernie gissa hur många blå kulor som fanns i asken från början. Hjälp Ernie att gissa det rätta svaret genom att använda ML-metoden.
4. (4p) Arnold har köpt 100 guldfiskar billigt i Sids fiskhandel. Han observerar sedan deras livslängder, och kommer fram till medelvärdet 50 dagar och en skattad standardavvikelse på 20 dagar.
 - a) Arnold antar att alla fiskar har samma fördelning för sin livslängd, och att deras livslängder är oberoende av varandra. Hjälp honom att beräkna ett konfidensintervall för en guldfisks livslängd med konfidensgrad 90%.
 - b) Sid hävdar att en guldfisks förväntade livslängd är 100 dagar. Styrks detta påstående av det svar du fick i a), och i så fall varför/ varför inte?
 - c) Hur många fiskar hade Arnold minst behövt köpa för att konfidensintervallet för guldfiskens livslängd högst skulle fått längden 1 (dag)?
5. (4p) Enos har prövat det blodtryckssänkande preparatet PIRAYA på en grupp av 18 patienter. En vecka efter att de fått preparatet (alla patienter får lika stor dos) bokför han sänkningen i blodtryck. Han sätter sedan upp, och skattar, regressionsmodellen

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + E,$$
 där Y är sänkningen i blodtryck, X_1 är patienternas ursprungliga blodtryck, X_2 är deras ålder, X_3 är huvudets omkrets, X_4 är näsans längd och E är ett slumpfel. (Enligt Enos' gamla läroböcker från universitetet på Hawaii kan X_3 och X_4 menligt inverka på blodtrycket.) Körningsresultat från MINITAB bifogas, där Y motsvaras av $C1$, X_1 av $C2$ etcetera.
 - a) Testa om huvudets omkrets och näsans längd påverkar blodtryckssänkningen, givet att ursprungligt blodtryck och ålder har betydelse. Var noga med att formulera nollhypotes och mothypotes!
 - b) Kan vi testa $H_0 : \beta_1, \beta_3$ och β_4 är alla nollskillda men $\beta_2 = 0$ mot $H_1 : \beta_1, \beta_2, \beta_3$ och β_4 är alla nollskillda endast ur resultatet av den enda körning som bifogas, och i så fall varför/ varför inte? Utför testet om det går.

6. (4p) Effie har 30 bläckfiskar. Hon tillagar dem var för sig, och vid varje tillagning tillsätter hon olika mängder av sin specialkryddblandning. Sedan låter hon Sid smaka på var och en, och berätta om han tycker att de smakar gott eller inte. Säg nu att $Y = 1$ om Sid tycker att det smakar gott, och 0 annars, låt vidare X_1 vara mängden specialkryddblandning (i gram) och låt X_2 vara 1 om bläckfisken varit färsk och 0 om den varit djupfryst innan tillagning, och ansätt den logistiska regressionsmodellen

$$\text{logit}(P(Y = 1)) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2.$$

Körningar i MINITAB bifogas, där Y , X_1 och X_2 motsvaras av $C1$, $C2$ respektive $C3$.

- a) Har bläckfiskens färskhet någon betydelse för hur Sid tycker att det smakar? Besvara frågan genom att utföra ett lämpligt test.
- b) Skatta kvoten mellan oddset för att Sid tycker att en bläckfisk som varit färsk innan tillagning, och som kryddats med 50g specialkryddblandning smakar gott och oddset för att Sid tycker att en bläckfisk som varit djupfryst innan tillagning, och som kryddats med 20g specialkryddblandning smakar gott.