

Uppgift 1

(a)

“Varma”: stark mänsklig interaktion, vilket kan lätt leda till mätfel orsakad av intervjuarpåverkan (s.k. intervjuareffekt); samtliga metoder med intervjuare hör till hit.

“Kalla”: ingen interaktion med annan människa, mätfel orsakade av intervjuarpåverkan förekommer inte; alla självifyllande metoder hör till hit.

(b)

Se material utdelat vid F2.

(c)

Båda fenomen avser respons på element i en längre lista. *Primacy effect* är respondenters tendens att mer ofta välja de första elementen i listan, medan *recency effect* avser tendensen att mer ofta välja de sista elementen i listan. De uppstår dels på grund av människans minneskapacitet (*recency effect* förekommer i telefonintervjuer) dels på grund av svarsstil (‘satisficing’ leder till att, i en pappersenkät, de första elementen i en lista väljs mer ofta, alltså till *primacy effect*). Deras inflytande minskas effektivt genom randomisering av listan, där det är möjligt.

Uppgift 2

I - III

Se kurslitteratur, KD, kap. 9, och/eller utdelat material.

IV

Vi ska visa att

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{N - n}{N} \frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n - 1}$$

är ett specialfall av

$$\hat{V}(\hat{\mu}) = \frac{N - n}{N} \frac{s^2}{n},$$

dvs att, under villkoret att Y antar endast värden 0 eller 1,

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{\mu}) &= \hat{V}(\hat{p}) \Leftrightarrow \\ \frac{N - n}{N} \frac{s^2}{n} &= \frac{N - n}{N} \frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n - 1} \Leftrightarrow \\ \frac{s^2}{n} &= \frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n - 1} \Leftrightarrow \\ s^2 &= \frac{n\hat{p}(1 - \hat{p})}{n - 1}. \end{aligned}$$

Vi har, från formelbladet,

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2}{n - 1} \stackrel{y = 0/1}{=} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i - n\bar{y}^2}{n - 1} \\ &= \frac{n\bar{y} - n\bar{y}^2}{n - 1} \\ &= \frac{n\bar{y}(1 - \bar{y})}{n - 1} \\ &= \frac{n\hat{p}(1 - \hat{p})}{n - 1} \end{aligned}$$

v.s.v.

Uppgift 3

I.

a) Huruvida något godtyckligt element i blir draget i urval ($I_i = 1$) eller ej ($I_i = 0$).

b)

$$I_i \sim \text{Bern}(\pi_i).$$

c)

$$E[I_i] = \pi_i.$$

d)

$$\hat{\tau}_\pi = \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\pi_i} I_i = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\pi_i}.$$

e)

$$E[\hat{\tau}_\pi] = E\left[\sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\pi_i} I_i\right] = \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\pi_i} E[I_i] = \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\pi_i} \pi_i = \sum_{i=1}^N y_i = \tau.$$

v.s.v.

II.

a) Alt. 1: använda sig av uttrycket på formelbladet:

$$\begin{aligned} n &= \frac{N\sigma^2}{(N-1)\frac{c^2}{4} + \sigma^2} \\ &= \frac{N}{\frac{c^2}{4}(N-1)\left(1 + \frac{4}{c^2(N-1)}\right)} \\ &\approx \frac{4}{c^2(1+0)} \\ &= \frac{4}{c^2} \end{aligned}$$

Alt. 2: härleda från uttrycket

$$\hat{V}(\hat{\mu}) = \frac{N-n}{N} \frac{s^2}{n} \approx 1 \times \frac{1}{n} = \frac{1}{n},$$

så att

$$\begin{aligned} c &= 2 \times \sqrt{\hat{V}(\hat{\mu})} \approx 2 \times \sqrt{\frac{1}{n}} \\ c^2 &= 4 \times \frac{1}{n} \\ n &= \frac{4}{c^2}. \end{aligned}$$

Då $c = 0.03$, får vi att $n = 4445$.

b)

$$n_\ell = n \frac{N_\ell \sigma_\ell}{\sum_{\ell=1}^L N_\ell \sigma_\ell} = n \frac{.5 \times N \times \sigma_\ell}{\sum_{\ell=1}^L .5 \times N \times \sigma_\ell} = n \frac{.5 \times N \times \sigma_\ell}{.5 \times N \times \sum_{\ell=1}^L \sigma_\ell} = n \frac{\sigma_\ell}{\sum_{\ell=1}^L \sigma_\ell},$$

$$n_K = 4500 \times \frac{1}{1+2} = 1500,$$

$$n_M = 4500 \times \frac{2}{1+2} = 3000.$$

Uppgift 4

a

Pop.: $N = 10^6$.

Usv.: y , kontinuerlig.

Param.: medelvärde, $\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$

Urv.: OSU, $n = 4500$.

Punktsk.:

$$\hat{\mu} = \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

Varsk.:

$$\hat{V}(\hat{\mu}) = \frac{N-n}{N} \frac{s^2}{n}$$

Data:

$$\bar{y} = 3, s^2 = 3.76$$

Svar:

$$\hat{\mu} = \bar{y} = 3$$

$$\hat{V}(\hat{\mu}) = \frac{N-n}{N} \frac{s^2}{n} = \frac{10^6 - 4500}{10^6} \times \frac{3.76}{4500} = 8.3180 \times 10^{-4}$$

$$\begin{aligned} KI_{\hat{\mu}} &= \hat{\mu} \pm 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\mu})} \\ &= 3 \pm 2 \times \sqrt{8.3180 \times 10^{-4}} \\ &= 3 \pm 2 \times 0.0288 \\ &= [2.942 ; 3.058] \end{aligned}$$

b

Pop.: $N = 10^6$; $N_K = N_M = 0.5 \times N$; $G = 2$.

Usv.: y , kontinuerlig.

Param.: medelvärde, $\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i = \frac{1}{N} \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^{N_g} y_{gi}$

Urv.: OSU, $n = 4500$, $n_K = 1500$, $n_M = 3000$.

Punktsk.:

$$\hat{\mu}_{POST} = \sum_{g=1}^G \frac{N_g}{N} \hat{\mu}_g = \sum_{g=1}^G \frac{.5 \times N}{N} \times \bar{y}_g = .5 \times \sum_{g=1}^G \bar{y}_g$$

Varsk.:

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{POST}) \approx \sum_{g=1}^G \left(\frac{N_g}{N} \right)^2 \frac{s_g^2}{n_g} = \sum_{g=1}^G \left(\frac{.5 \times N}{N} \right)^2 \frac{s_g^2}{n_g} = .25 \sum_{g=1}^G \frac{s_g^2}{n_g}$$

Data:

$$\bar{y}_K = 3.5, \bar{y}_M = 2.75, s_K^2 = 1.21, s_M^2 = 4.84$$

Svar:

$$\hat{\mu}_{POST} = .5 \times \sum_{\ell=1}^L \bar{y}_{\ell} = .5 \times (3.5 + 2.75) = 3.125$$

$$\hat{V}(\hat{\mu}_{POST}) = .25 \sum_{\ell=1}^L \frac{s_{\ell}^2}{n_{\ell}} = .25 \left(\frac{1.21}{1500} + \frac{4.84}{3000} \right) = 0.000605$$

$$\begin{aligned} KI_{\hat{\mu}_{POST}} &= \hat{\mu}_{POST} \pm 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\mu}_{POST})} \\ &= 3.125 \pm 2 \times \sqrt{0.000605} \\ &= 3.125 \pm 2 \times 0.0246 \\ &= [3.076 ; 3.174] \end{aligned}$$

Uppgift 5

Pop.: Anställda, $M = 2112$; jobbar i $N = 88$ lag.

Usv.: arbetade timmar under viss vecka; summan av dessa för ett visst arbetslag betecknar vi som y

Param.:

$$\tau_{CL} = \sum_{i=1}^N y_i$$

Urv.: SY, $n = 8$

Punktsk.:

$$\hat{\tau}_{CL,r} = M\bar{y} = M \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Varsk.:

$$\hat{V}(\hat{\tau}_{CL,r}) = \hat{V}(M\bar{y}_{CL}) = M^2 \hat{V}(\bar{y}_{CL}) \underset{\substack{= \\ \uparrow \\ \text{från form-bl.}}}{=} M^2 \frac{N-n}{N} \frac{1}{M^2} \frac{s_r^2}{n} = N^2 \frac{N-n}{N} \frac{s_r^2}{n},$$

$$\text{där } s_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}m_i)^2}{n-1}$$

Data:

Arbetslag	# anställda	Summa arb. timmar	(yi-ybar*mi)^2
1	31	1395	35078.1684
2	14	420	15729.3403
3	20	700	6267.3611
4	16	880	65877.7778
5	42	1680	1914.0625
6	29	870	67491.7101
7	27	1080	791.0156
8	13	455	2647.9601
Summa:	192	7480	195797.3958
ybar=	38.96	s2r=	27971.0565

Svar:

$$\hat{\tau}_{CL,r} = M \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = 2112 \times \frac{7480}{192} = 2112 \times 38.96 = 82283.52$$

Varsk.:

$$\hat{V}(\hat{\tau}_{CL,r}) = N^2 \frac{N-n}{N} \frac{s_r^2}{n} = 88^2 \times \frac{88-8}{88} \times \frac{27971.0565}{8} = 2.461453 \times 10^7$$

$$\begin{aligned} KI_{\hat{\tau}_{CL,r}} &= \hat{\tau}_{CL,r} \pm 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\tau}_{CL,r})} \\ &= 82283.52 \pm 2 \times \sqrt{2.461453 \times 10^7} \\ &= 82283.52 \pm 9922.607 \\ &= [72360.91 ; 92206.13] \end{aligned}$$