

Uppgift 1

(a)

Pop.: $N = 52416$

Usv.: positiv inställning till EMU, y - en 0/1-variabel

Param.: andel, $p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$

Precisionskrav, $B = 2\sqrt{V(\hat{p})} = .05$

Svar:

$$\begin{aligned} V(\hat{p}) &= \frac{B^2}{4} \\ \frac{p(1-p)}{n} &= \frac{B^2}{4} \\ \frac{.5^2}{n} &= \frac{B^2}{4} \\ n &= \frac{1}{B^2} \\ n &= 400 \end{aligned}$$

(b)

Pop.: $N = 52416$; $N_k = 28829$, $N_m = 23587$

Usv.: positiv inställning till EMU, y - en 0/1-variabel

Param.: andel, $p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$

Allokering!

Svar:

Proportionell allokering, eftersom inga data om standardavvikelsen eller kostnaden i de två strata föreligger:

$$\begin{aligned} n_\ell &= n \frac{N_\ell}{N} \\ n_k &= n \frac{N_k}{N} \\ &= 400 \times \frac{28829}{52416} \\ &= 220 \\ n_m &= n \frac{N_m}{N} \\ &= 400 \times \frac{23587}{52416} \\ &= 180 \end{aligned}$$

Uppgift 2

a

Pop.: $N = 52416$; $N_k = 28829$, $N_m = 23587$; $L = 2$

Usv.: positiv inställning till EMU, y - en 0/1-variabel

Param.: andel, $p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$

Urv.: STOSU, $n_k = 220$, $n_m = 180$

Punktsk.:

$$\hat{p}_{st} = \sum_{\ell=1}^L \frac{N_{\ell}}{N} \hat{p}_{\ell}$$

Varsk.:

$$\hat{V}(\hat{p}_{st}) = \sum_{\ell=1}^L \left(\frac{N_{\ell}}{N} \right)^2 \frac{\hat{p}_{\ell}(1 - \hat{p}_{\ell})}{n_{\ell} - 1}$$

Data:

Table 1: Procent av kvinnor respektive procent av män i stickprovet med angiven inställning.

Inställning	Kvinnor	Män
Positiv	42	56
Negativ	50	36
Vet ej	8	8

Svar:

$$\begin{aligned} \hat{p}_{st} &= \sum_{\ell=1}^L \frac{N_{\ell}}{N} \hat{p}_{\ell} \\ &= \frac{N_k}{N} \hat{p}_k + \frac{N_m}{N} \hat{p}_m \\ &= \frac{28829}{52416} \times .42 + \frac{23587}{52416} \times .56 \\ &= .483 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{p}_{st}) &= \sum_{\ell=1}^L \left(\frac{N_{\ell}}{N} \right)^2 \frac{\hat{p}_{\ell}(1 - \hat{p}_{\ell})}{n_{\ell} - 1} \\ &= \left(\frac{N_k}{N} \right)^2 \frac{\hat{p}_k(1 - \hat{p}_k)}{n_k - 1} + \left(\frac{N_m}{N} \right)^2 \frac{\hat{p}_m(1 - \hat{p}_m)}{n_m - 1} \\ &= \left(\frac{28829}{52416} \right)^2 \times \frac{.42 \times (1 - .42)}{220 - 1} + \left(\frac{23587}{52416} \right)^2 \times \frac{.56 \times (1 - .56)}{180 - 1} \\ &= 3.3648 \times 10^{-4} + 2.7874 \times 10^{-4} \\ &= 6.1522 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KI_{\hat{p}_{st}} &= \hat{p}_{st} \pm 2\sqrt{\hat{V}(\hat{p}_{st})} \\ &= .483 \pm 2 \times \sqrt{6.1522 \times 10^{-4}} \\ &= [.433 ; .533] \end{aligned}$$

b

Nej, ty punktskattningens konfidensintervall även omfattar värden mindre än .5.

c

Pop.: $N = 52416$; $N_k = 28829$, $N_m = 23587$; $L = 2$

Usv.: positiv inställning till EMU, y - en 0/1-variabel

Param.: skillnaden i andelar mellan kvinnor och män,

$$d = p_k - p_m, \text{ där } p_k = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} y_{ki} \text{ och } p_m = \frac{1}{N_m} \sum_{i=1}^{N_m} y_{mi}$$

Urv.: STOSU, $n_k = 220$, $n_m = 180$

Punktsk.:

$$\hat{d} = \hat{p}_k - \hat{p}_m$$

Varsk.:

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{d}) &= \hat{V}(\hat{p}_k - \hat{p}_m) \\ &= \hat{V}(\hat{p}_k) + \hat{V}(\hat{p}_m) \\ &= \frac{\hat{p}_k(1 - \hat{p}_k)}{n_k - 1} + \frac{\hat{p}_m(1 - \hat{p}_m)}{n_m - 1} \end{aligned}$$

Data:

Som ovan

Svar:

$$\begin{aligned} \hat{d} &= \hat{p}_k - \hat{p}_m \\ &= .42 - .56 \\ &= -.14 \\ \hat{V}(\hat{d}) &= \frac{\hat{p}_k(1 - \hat{p}_k)}{n_k - 1} + \frac{\hat{p}_m(1 - \hat{p}_m)}{n_m - 1} \\ &= \frac{.42 \times (1 - .42)}{220 - 1} + \frac{.56 \times (1 - .56)}{180 - 1} \\ &= 1.1123 \times 10^{-3} + 1.3765 \times 10^{-3} \\ &= .0025 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KI_{\hat{d}} &= \hat{d} \pm 2\sqrt{\hat{V}(\hat{d})} \\ &= -.14 \pm 2 \times \sqrt{.0025} \\ &= [-.24 ; -.04] \end{aligned}$$

$\therefore$ Det föreligger en signifikant skillnad mellan kvinnor och män i frågan om inställning till EMU.

Uppgift 3

Pop.: $N = 52416$; $N_1 =$, $N_2 =$, $N_3 =$; $G = 3$

Usv.: positiv inställning till EMU, y - en 0/1-variabel

Param.: andel, $p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$

Urv.: STOSU, $n_k = 220$, $n_m = 180$

Punktsk.:

$$\hat{p}_{post} = \sum_{g=1}^G \frac{N_g}{N} \hat{p}_g$$

Varsk.:

$$\hat{V}(\hat{p}_{post}) \approx \sum_{g=1}^G \left(\frac{N_g}{N} \right)^2 \frac{\hat{p}_g(1 - \hat{p}_g)}{n_g - 1}$$

Data:

(som i uppgiften)

Svar:

$$\begin{aligned} \hat{p}_{post} &= \sum_{g=1}^G \frac{N_g}{N} \hat{p}_g \\ &= .14 \times .55 + .19 \times .52 + .22 \times .12 + .11 \times .73 + .16 \times .56 + .18 \times .31 \\ &= .4279 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{V}(\hat{p}_{post}) &\approx \sum_{g=1}^G \left(\frac{N_g}{N} \right)^2 \frac{\hat{p}_g(1 - \hat{p}_g)}{n_g - 1} \\ &= .14^2 \times \frac{.55 \times .45}{42} + .19^2 \times \frac{.52 \times .48}{73} + .22^2 \times \frac{.12 \times .88}{64} \\ &\quad + .11^2 \times \frac{.73 \times .27}{45} + .16^2 \times \frac{.56 \times .44}{55} + .18^2 \times \frac{.31 \times .69}{55} \\ &= 6.1248 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KI_{\hat{p}_{st}} &= \hat{p}_{post} \pm 2\sqrt{\hat{V}(\hat{p}_{post})} \\ &= .4279 \pm 2 \times \sqrt{6.1248 \times 10^{-4}} \\ &= [.3784 ; .4774] \end{aligned}$$

$\therefore$ Hade detta varit resultatet skulle det funnits fog att tro att majoriteten var emot EMU.

Uppgift 4

a

Vi ska visa att, om undersökningsvariabeln y antar bara värden 0 och 1, då gäller följande ekvivalens:

$$\frac{s^2}{n} = \frac{\hat{p}\hat{q}}{n-1};$$

det är samma sak som att visa att

$$s^2 = \frac{n\hat{p}\hat{q}}{n-1}.$$

Nu,

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \stackrel{\substack{= \\ \uparrow \\ \text{från form-bl.}}}{=} \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2 \right) \stackrel{\substack{= \\ \uparrow \\ y \text{ är } 0/1}}{=} \\ &= \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n y_i - n\bar{y}^2 \right) = \frac{1}{n-1} (n\bar{y} - n\bar{y}^2) = \frac{1}{n-1} n\bar{y} (1 - \bar{y}) \stackrel{\substack{= \\ \uparrow \\ y \text{ är } 0/1}}{=} \\ &= \frac{n\hat{p}\hat{q}}{n-1} \end{aligned}$$

v.s.v.

b

Se SMO, avsn. 12.2, eller KD, avsn. 9.7.

Uppgift 5

Situation i denna uppgift kan beskrivas, och uppgiften löses, på två sätt: kvotestimatorn på element som mättes upp på två variabler (x och y), eller som gruppurval. Nedan användes den första varianten.

Pop.: niondeklasser, $N = 87$

Usv.: summa betygspoäng i klassen, y

Hjv.: antal elever i klassen, x ; $\tau_x = 2372$

Param.:

$$\tau_y = \sum_{i=1}^N y_i$$

Urv.: OSU, $n = 8$

Punktsk.:

$$\hat{\tau}_{y,r} = r\tau_x, \text{ där } r = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

Varsk.:

$$\hat{V}(\hat{\tau}_{y,r}) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{från form-bl.}}}{=} N^2 \frac{N-n}{N} \frac{s_r^2}{n}, \text{ där } s_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - rx_i)^2}{n-1}$$

Data:

klass	xi	yi	(yi-r*xi)^2
1	31	459	1214.45
2	14	186	30.82563
3	20	287	178.3338
4	16	244	629.1736
5	42	524	2566.056
6	29	386	116.3477
7	27	387	308.9905
8	13	154	569.767
Summa:	192	2627	5613.944
r	13.6823	s2r:	801.9920

Svar:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i} = \frac{2627}{192} = 13.6823$$

$$\hat{\tau}_{y,r} = r\tau_x = 13.6823 \times 2372 = 32454.42$$

$$\hat{V}(\hat{\tau}_{y,r}) = N^2 \frac{N-n}{N} \frac{s_r^2}{n} = 87^2 \times \frac{87-8}{87} \times \frac{801.9920}{8} = 6.8901 \times 10^5$$

$$KI_{\hat{\tau}_{y,r}} = \hat{\tau}_{y,r} \pm 2\sqrt{\hat{V}(\hat{\tau}_{y,r})} = 32454.42 \pm 2 \times \sqrt{6.8901 \times 10^5} = 32454.42 \pm 1660.133$$

$$= [30794.29, 34114.55]$$