Statistiska institutionen
Johan Koskinen
18-05-05

VT 2005

Anvisningar till del 3 av den obligatoriska inlämningsuppgiften, finansiell statistik, grundkurs, 10 poäng, vt 2005

Köp och säljsignaler

Om variationen för en tidsserie skiftar över tid, d.v.s. om det för vissa perioder är stora svängningar medan det för andra perioder är mindre svängningar, säger man att man har volatilitet. Om vi förutsätter att man inte kan välja investeringsobjekt efter storleken på deras avkastning kan vi i alla fall välja sådan sammansättning på vår portfölj att vi inte tar onödigt stor eller onödigt liten risk. En aktie som varierar mycket medför en större risk än en aktie som varierar lite.

Vi skall i denna del försöka beräkna indikationer på när variationen för er aktie från del 1 stiger respektive sjunker. Om variationen för en aktie ökar eller minskar tillräckligt kraftigt utgör det en säljsignal. Antag att vi sätter som riskmarginal plus/minus 25 procent av den genomsnittliga variationen, s. Vi köper när variationen ligger i intervallet $s \pm 0{,}25s$ och säljer när variationen ligger utanför detta intervall. Uppgiften består i att lokalisera de tidpunkter (uttryckt i de ursprungliga tidsenheterna) när vi skall sälja respektiver köpa.

Följande steg krävs för beräkningarna.

Dela upp tidsserien r_t, ränteintensiteten, i 400 st lika stora, på varandra följande delar, d.v.s. var och en bestående av 3 observationer.

$$\underbrace{r_1 \quad r_2 \quad r_3}_{\bar{r}_0} \qquad \underbrace{r_4 \quad r_5 \quad r_6}_{\bar{r}_1} \qquad \underbrace{r_7 \quad r_8 \quad r_9}_{\bar{r}_2} \qquad \ldots$$

Beräkna medelvärdena för varje del

$$\bar{r}_t = \frac{1}{3}\sum_{i=3t+1}^{3t+3} r_i \,,\; t = 0,1,2,\ldots,399$$

t.ex.

$$\bar{r}_0 = \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3}.$$

Vi skall sedan använda dessa medelvärden för att få ett mått på hur spridningen varierar. Till att börja med skall vi beräkna ny grupperade medelvärdena för dessa medelvärden. Dela upp medelvärden i grupper om fyra

$$\underbrace{\bar{r}_0\, \bar{r}_1\, \bar{r}_2\, \bar{r}_3}_{\tilde{r}_0} \qquad \underbrace{\bar{r}_4\, \bar{r}_5\, \bar{r}_6\, \bar{r}_7}_{\tilde{r}_1} \qquad \underbrace{\bar{r}_8\, \bar{r}_9\, \bar{r}_{10}\, \bar{r}_{11}}_{\tilde{r}_2} \qquad \ldots$$

Beräkna medelvärdena för varje del

$$\tilde{r}_m = \frac{1}{4}\sum_{t=4m+1}^{4m+4} \bar{r}_t \,,\ m = 0,1,2,\ldots,99\,.$$

t.ex.

$$\begin{aligned}\tilde{r}_0 &= \frac{\tilde{r}_0 + \tilde{r}_1 + \tilde{r}_2 + \tilde{r}_3}{4} \\ &= \frac{r_1 + r_2 + r_3 + \cdots + r_{11} + r_{12}}{4 \times 3}\end{aligned}.$$

Ett mått på variationen i varje grupp om fyra för $\bar{r}_t$ ges nu av

$$s_m^2 = \frac{1}{4-1}\sum_{t=4m+1}^{4m+4}\left(\bar{r}_t - \tilde{r}_m\right)^2 ,\ m = 0,1,2,\ldots,99\,.$$

Använd nu som skattning av σ^2 den genomsnittliga variansen

$$\begin{aligned}s^2 &= \frac{1}{100}\sum_{m=0}^{99} s_m^2 \\ &= \frac{s_0^2 + s_1^2 + \ldots + s_{99}^2}{100}\end{aligned},$$

och skatta σ med s.

Gör ett histogram för dessa omskalade varianser $3s_0^2/s^2, 3s_1^2/s^2, \ldots, 3s_{99}^2/s^2$ och rita i ett annat diagram upp täthetsfunktionen för χ^2-fördelningen med 4–1 frihetsgrader. Skulle man kunna tänka sig att

$$\frac{(4-1)s_0^2}{\sigma^2}, \frac{(4-1)s_1^2}{\sigma^2}, \ldots, \frac{(4-1)s_{99}^2}{\sigma^2}$$

var oberoende observationer från en χ^2-fördelning med 4–1 frihetsgrader, där σ^2 är den sanna variansen för tidsserien?

Plotta serien $\sqrt{s_0^2}, \sqrt{s_1^2}, \ldots, \sqrt{s_{99}^2}$ och ange tidpunkter för köp- och säljsignaler.

Välj ut en av dessa tidpunkter t^*. Testa nu om variationen före denna tidpunkt är signifikant skild från variationen efter t^*. Gör detta först genom att jämföra

$$\frac{3s_0^2 + 3s_1^2 + \cdots + 3s_{t^*-1}^2}{\sigma^2} \in \chi^2\left(t^*(4-1)\right)$$

med

$$\frac{3s_{t^*}^2 + 3s_{t^*+1}^2 + \ldots + 3s_{99}^2}{\sigma^2} \in \chi^2((100 - t^*)(4-1))\,.$$

Vi skall alltså testa om varianserna är lika före och efter. Eftersom det kan finnas ytterligare köp- eller säljsignaler före och efter t^* behöver vi kanske välja ut två perioder på var sin sida om t^* som verkar stabila. Låt säga att $s_u^2, s_{u+1}^2, \ldots, s_{t^*-1}^2$ verkar var en stabil period samt att $s_{t^*}^2, s_{t^*+1}^2, \ldots, s_{t^*+k}^2$ likaså.

Testa om variationen för dessa avsnitt är lika genom att jämföra

$$\frac{3s_u^2 + 3s_{u+1}^2 + \cdots + 3s_{t^*-1}^2}{\sigma^2} \in \chi^2\left(\left(t^* - u\right)(4-1)\right)$$

med

$$\frac{3s_{t^*}^2 + 3s_{t^*+1}^2 + \ldots + 3s_{t^*+k}^2}{\sigma^2} \in \chi^2((k+1)(4-1)) .$$

För de båda (dubbelsidiga) testen sätt signifikansnivån till 5% (jämför med principen för test av lika varians som ges i Lee samt definitionen av F-fördelningen som en kvot mellan χ^2-fördelade variabler, var och en dividerad med sina frihetsgrader).