

PRISINDEX – TEORI

Kursföreläsningar inom
Ekonomisk statistik vid SU

Martin Ribe, SCB

Oktober 2009



Statistics Sweden

Statistiska centralbyrån



Prisindex med fast korg 1

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n q_i p_{1,i}}{\sum_{i=1}^n q_i p_{0,i}} = \frac{q_1 p_{1,1} + q_2 p_{1,2} + \dots + q_n p_{1,n}}{q_1 p_{0,1} + q_2 p_{0,2} + \dots + q_n p_{0,n}}$$

► Variabler

q = kvantitet (volym)

p = pris

► Objekt och tider

i = produkt (vara/tjänst från visst företag)

0 = Basperioden

1 = Aktuell period



Prisindex med fast korg 2

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n q_i p_{1,i}}{\sum_{i=1}^n q_i p_{0,i}} = \frac{q_1 p_{1,1} + q_2 p_{1,2} + \dots + q_n p_{1,n}}{q_1 p_{0,1} + q_2 p_{0,2} + \dots + q_n p_{0,n}}$$

Exempel

$$I = \frac{50 \times 98 + 100 \times 49 + 20 \times 195}{50 \times 88 + 100 \times 48 + 20 \times 195} \times 100 = 104,6$$

Pris- och volymindex

Prisindex

$$I = \frac{\sum_i q_{0,i} p_{1,i}}{\sum_i q_{0,i} p_{0,i}}$$

Laspeyres

Volymindex

$$I = \frac{\sum_i q_{1,i} p_{0,i}}{\sum_i q_{0,i} p_{0,i}}$$

Laspeyres

$$I = \frac{\sum_i q_{1,i} p_{1,i}}{\sum_i q_{1,i} p_{0,i}}$$

Paasche

$$I = \frac{\sum_i q_{1,i} p_{1,i}}{\sum_i q_{0,i} p_{1,i}}$$

Paasche

Sammanhang

$$\frac{\sum_i q_{1,i} p_{0,i}}{\sum_i q_{0,i} p_{0,i}} \cdot \frac{\sum_i q_{1,i} p_{1,i}}{\sum_i q_{1,i} p_{0,i}} = \frac{\sum_i q_{1,i} p_{1,i}}{\sum_i q_{0,i} p_{0,i}} = \frac{\text{Totalvärde(1)}}{\text{Totalvärde(0)}}$$

Volymindex $\times$ Prisindex = Värdeindex
Laspeyres Paasche

$$\frac{\sum_i q_{1,i} p_{1,i}}{\sum_i q_{0,i} p_{1,i}} \cdot \frac{\sum_i q_{0,i} p_{1,i}}{\sum_i q_{0,i} p_{0,i}} = \frac{\sum_i q_{1,i} p_{1,i}}{\sum_i q_{0,i} p_{0,i}} = \frac{\text{Totalvärde(1)}}{\text{Totalvärde(0)}}$$

Paasche Laspeyres

"Laspeyres' typ" (Lowe-index)


$$I_{2006, \text{dec}}^{2007, \text{april}} = \frac{\sum_i q_{2005; i} p_{2007, \text{april}; i}}{\sum_i q_{2005; i} p_{2006, \text{dec}; i}}$$

- **Exempel: Årslänken i HIKP**
(Harmoniserat index för konsumentpriser)
- **Prisbasperiod = dec 2006**
- **Viktbasperiod = hela 2005**



Laspeyres på annan form

$$I = \frac{\sum_i q_{0,i} p_{1,i}}{\sum_i q_{0,i} p_{0,i}} = \sum_i \frac{q_{0,i} p_{0,i}}{\sum_k q_{0,k} p_{0,k}} \cdot \frac{p_{1,i}}{p_{0,i}} = \sum_i w_i \cdot \frac{p_{1,i}}{p_{0,i}}$$

med vikter $w_i = \frac{q_{0,i} p_{0,i}}{\sum_k q_{0,k} p_{0,k}}$, uppfyller $\sum_i w_i = 1$



Problem med fasta korgar

▶ Laspeyres' > Paasches prisindex

↳ *Gäller nästan alltid*

– *beror på ändrat köpmönster*

▶ Laspeyres-korgen blir inaktuell – ny prisbild gör andra val mera prisvärda

↳ *Produkter med stora prisökningar*

”substitueras bort” av köparna

Ex.: Dyrare bensin – minskat bilande

KPI som ex. på kedjeindex

$$I_{1980}^{2007, \text{april}} = I_{1980}^{1980, \text{dec}} \times I_{1980, \text{dec}}^{1981, \text{dec}} \times I_{1981, \text{dec}}^{1982, \text{dec}} \times \dots$$

$$\dots \times I_{2002, \text{dec}}^{2003, \text{dec}} \times I_{2003, \text{dec}}^{2004} \times I_{2004}^{2005} \times I_{2005}^{2007, \text{april}}$$

***”Gammal”
långtidslänk***

***Special-
länk***

***”Ny” år-till-
år-länk***

***”Ny” år-till-
månad-länk***



Några vanliga prisindex 1

- ▶ **KPI** – Konsumentprisindex
CPI – *Consumer Price Index*
- ▶ **HIKP** – Harmoniserat index för
HICP konsumentpriser
- ▶ **NPI** – Nettoprisindex
- ▶ **KPIX** – Underliggande inflation



Några vanliga prisindex 2

- ▶ **PPI** – Producentprisindex (end. varor)
- ▶ **TPI** – Tjänsteprisindex
- SPPI* – *Producer Price Index for Services*
- ▶ **BPI** – Byggnadsprisindex
- ▶ **Fastighetsprisindex**
- ▶ **E84** – Entreprenadindex
(Faktorprisindex byggbranschen)



Klassificeringsstandarder – Till nedbrutna index

- **COICOP – Classification of Individual Consumption by Purpose – *i KPI m.m.***
- **SPIN – Standard för svensk produktindelning efter näringsgren – *i PPI, TPI***
- **SNI / NACE – Svensk näringsgrensindelning / Nomenclature statistique des Activités économiques dans la Communauté Européenne**

Klassificeringsnivåer

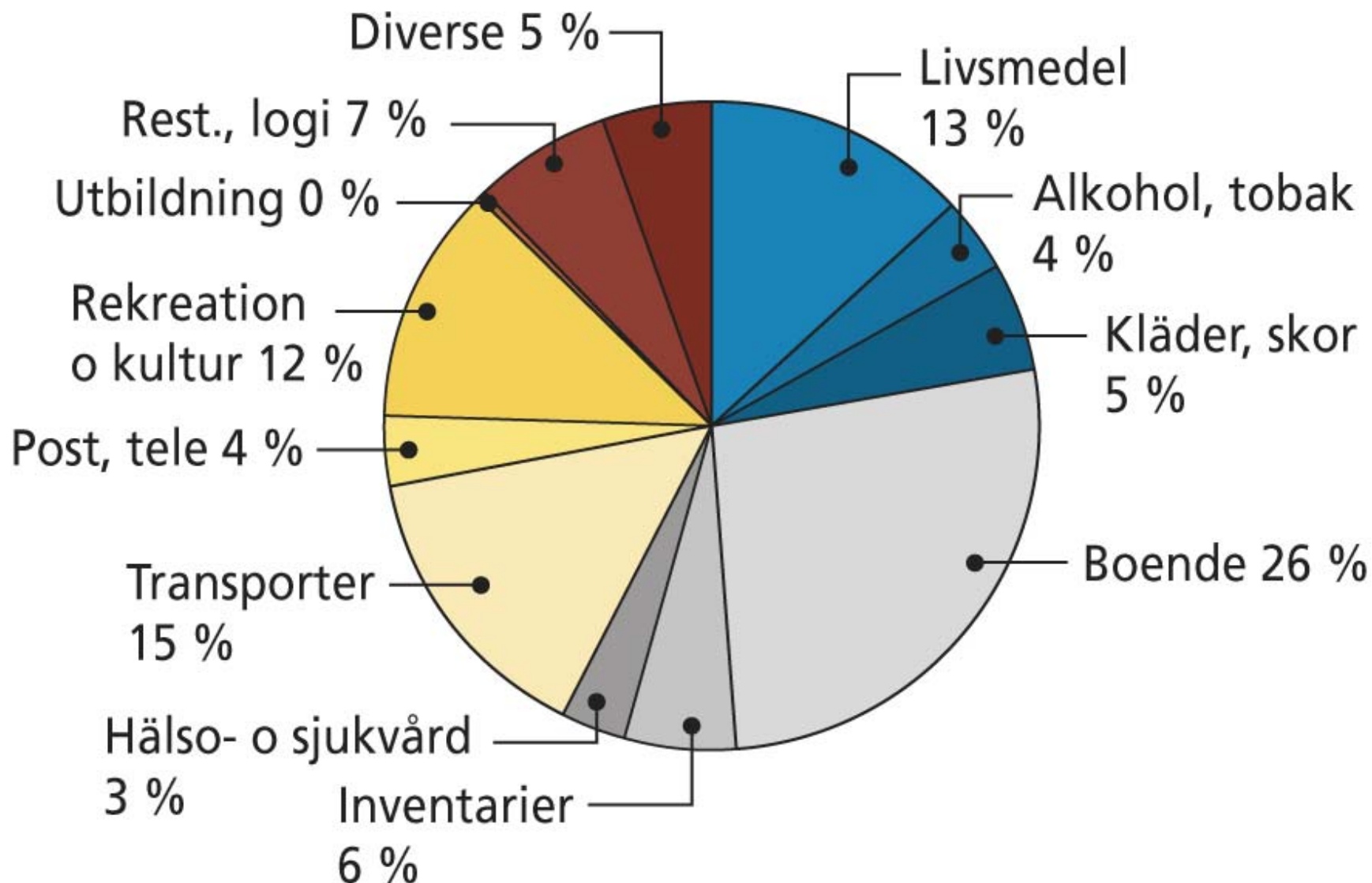
- **00** **KPI totalt**
- **01** **Livsmedel och alkoholfria drycker**
- **01.1** **Livsmedel**
- **01.1.8** **Sötsaker och glass**
- **1819** **Glass**
- **1819-80** **Glassmärke X, glasstyp Y**



KPI-korgen 2008



Statistiska centralbyrån Statistics Sweden



Prisindex i producent- och importled (PPI)

- ▶ **PPI** – Producentprisindex
- ▶ **ITPI** – Index för inhemsk tillgång
- ▶ **EXPI** – Exportprisindex
- ▶ **IMPI** – Importprisindex
- ▶ **HMPI** – Hemmamarknadsprisindex

PPI			
ITPI			
EXPI			
IMPI			
HMPI			

Faktiska priser: KPI

KPI mäter:

- **Priset på prislappen till kunden**
- **Efter ev. rea-nedsättning**
- **Efter avdrag av generella rabatter**
- **Men före avdrag av individuella rabatter, ”trogen kund”-förmåner m.m.**
- **Inklusive moms och punktskatter**
- **Efter avdrag av subventioner**

Faktiska priser: PPI, TPI

PPI, TPI mäter:

- Fakturerat pris – transaktion (idealt)
- Efter avdrag av rabatter
- Exklusive skatter, moms
- Listpris helst inte, ibland som ”proxy”
- Ex. ”chargeout rate” (timtaxa) för konsulttjänster i TPI – ej ideal men praktiskt möjlig lösning

Olika index – syften – mål

- ▶ **KPI** – Huvudsyfte är kompensation
Mål är coli
- ▶ **HIKP** – Huvudsyfte inom penningpolitik
Mål är Laspeyres-typ (?)
- ▶ **TPI** – Huvudsyfte är deflatering
Idealt mål är Paasche
 - ↪ *Deflatering med Paasche-prisindex ger volymindex-serier i basperiodens priser*
 - ➔ *Men tag Laspeyres i praktiken*

Sant levnadskostnadsindex

- ▶ **Cost-Of-Living Index (coli)**
 - avser oförändrad levnadsstandard
- ▶ **Ideal lösning:**
Konüs-index jämför två olika korgar
- ▶ **Båda korgarna ska ge samma ”nytta” (utility), till lägsta möjliga kostnad**
 - ↳ ***Substitutioner förändrar korgen***
- ▶ **Praktisk lösning:**
En fast korg som ”kompromissar”
 - ↳ ***Ger index som approximerar coli***

Mål och tillförlitlighet för KPI

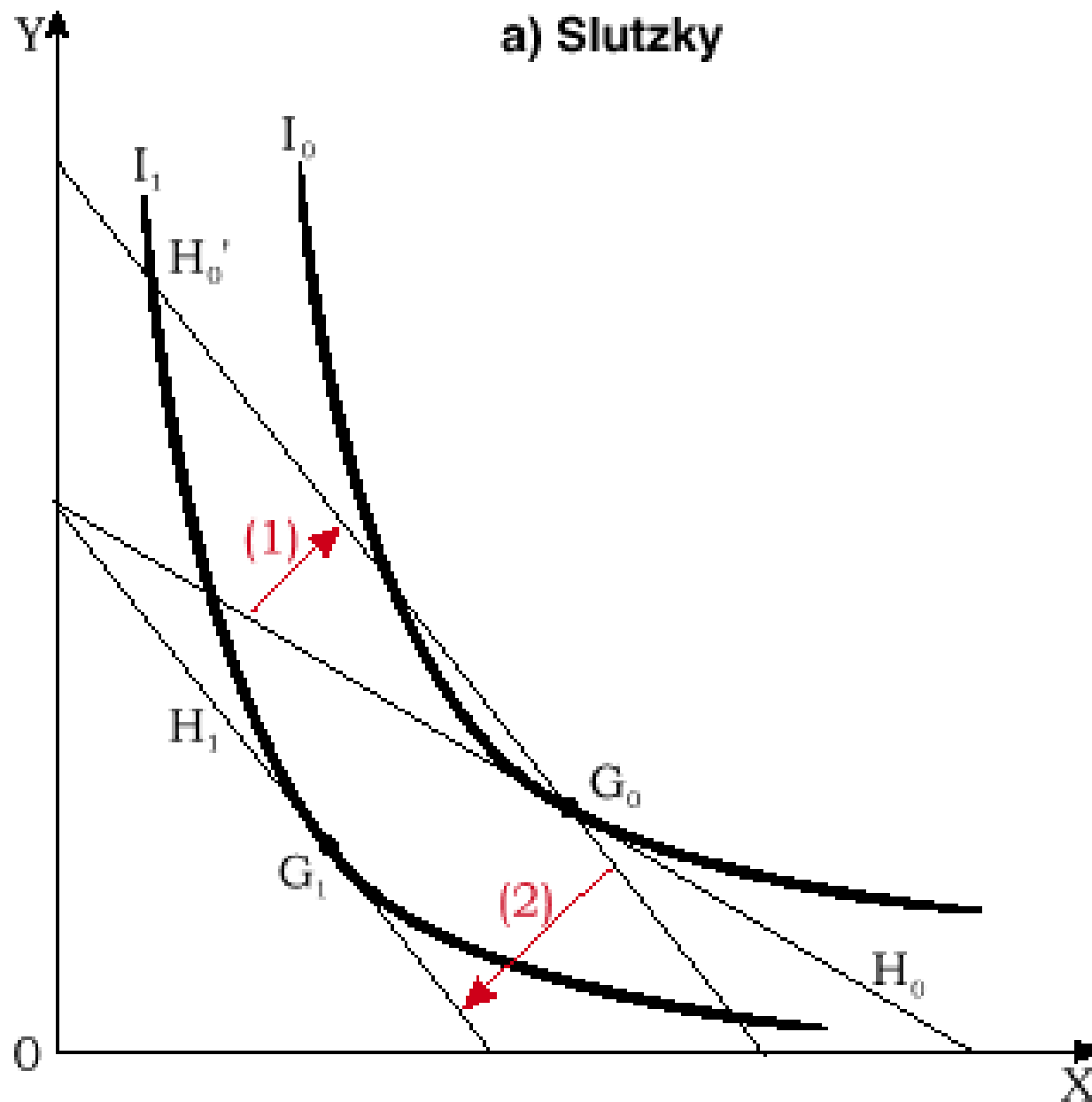
- ▶ *Målet för KPI är coli*
- ▶ *Beräkningen bygger på lämplig fast korg*
- ▶ *Den statistiska tillförlitligheten:
Hur nära beräkningen träffar målet*



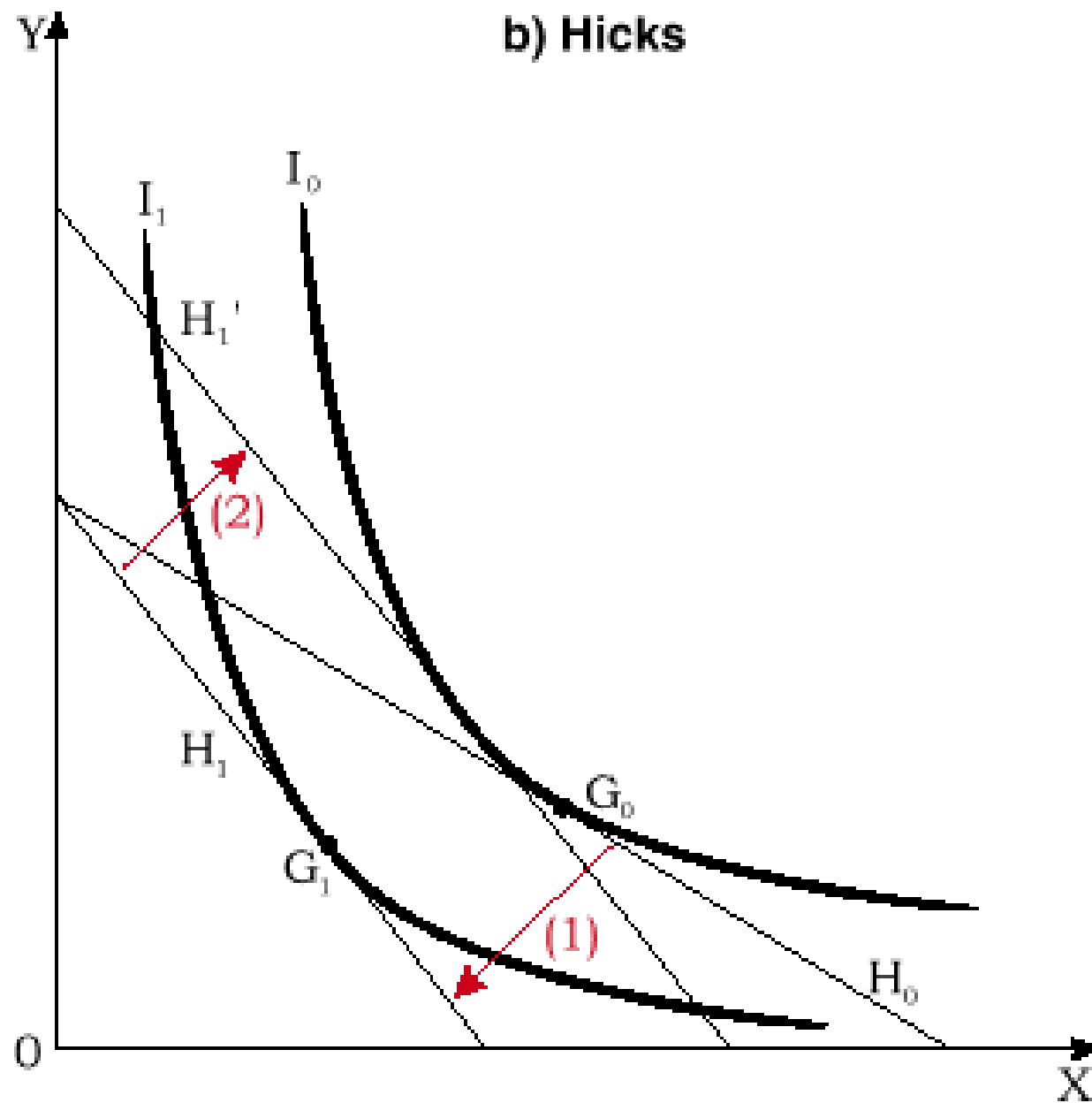
Teori för coli

- ▶ **Förenklat antagande: 1 konsument**
- ▶ **Konsumenten maximerar vid varje tidpunkt sin nytta inom given kostnadsram**
 - ↳ *Teoretisk nyttofunktion*
$$U(q_1, \dots, q_G) = \max!$$
- ▶ **Index ska visa kostnadsutvecklingen för att uppnå oförändrad nytta på gynnsammaste sätt**

a) Slutsky



b) Hicks



Superlativa index

-  Fastkorgsindex som stämmer med konstantnyttointindex under vissa villkor
-  *Exakt index* – stämmer med konstantnyttointindex för en viss nyttofunktion U
-  *Superlativt index* – är exakt för en ”flexibel” klass av nyttofunktioner (Erwin Diewerts teori)
-  Ex. Fisher-, Walsh-, Törnqvist-index



"Fishers ideala index"

$$I = \sqrt{\frac{\sum_i q_{0,i} p_{1,i}}{\sum_i q_{0,i} p_{0,i}} \cdot \frac{\sum_i q_{1,i} p_{1,i}}{\sum_i q_{1,i} p_{0,i}}}$$

Laspeyres

Paasche

► Variant: Walsh-index

$$I = \frac{\sum_i \sqrt{q_{0,i} q_{1,i} p_{1,i}}}{\sum_i \sqrt{q_{0,i} q_{1,i} p_{0,i}}}$$

► *Symmetri
mellan
 q_0 och q_1*



KPI:s Walsh-länk över helår

$$I_{2004}^{2005} = \frac{\sum_i P_i^{2005} \times \sqrt{Q_i^{2004} \times Q_i^{2005}}}{\sum_i P_i^{2004} \times \sqrt{Q_i^{2004} \times Q_i^{2005}}} = \sum_g W_g \times I_{2004;g}^{2005}$$

$$\text{där } W_g = \frac{\sqrt{U_g^{2004} \times U_g^{2005} / I_{2004;g}^{2005}}}{\sum_{g'} \sqrt{U_{g'}^{2004} \times U_{g'}^{2005} / I_{2004;g'}^{2005}}}$$

Årslänkar – alternativa beräkningar 1

År	Lasperes	Paasche	Itix dec	Walsh approx.
1993	104,483	104,141	103,911	104,312
1994	102,177	102,006	102,291	102,088
1995	102,470	102,194	102,168	102,329
1996	100,945	100,579	99,823	100,757
1997	100,673	100,333	101,269	100,505
1998	100,129	99,844	99,555	99,989
1999	100,480	100,286	100,785	100,329
2000	100,942	100,731	101,152	100,848
2001	102,524	102,479	102,658	102,505
2002	102,245	101,987	102,168	102,124
Medelvärde	101,707	101,458	101,578	101,579

Årslänkar – alternativa beräkningar 2

År	Walsh approx.	Walsh alt.	Edge- worth	Törn- qvist
1993	104,312	104,312	104,316	104,313
1994	102,088	102,089	102,093	102,088
1995	102,329	102,329	102,334	102,330
1996	100,757	100,755	100,764	100,754
1997	100,505	100,505	100,503	100,505
1998	99,989	99,988	99,988	99,989
1999	100,329	100,328	100,383	100,392
2000	100,848	100,847	100,837	100,843
2001	102,505	102,504	102,502	102,501
2002	102,124	102,123	102,118	102,127
Medelvärde	101,579	101,578	101,584	101,584

Aggregeringsnivåer/-steg – KPI som exempel



Statistics Sweden

Statistiska centralbyrån

*Hopvägning
till länkar*

*Delvis vägd
aggregering*



Totalnivå

NR-ändamål (Coicop-klass)

KPI-produktgrupp (varukod)

Elementäraggregat



Avslutande Laspeyres-länk

$$I_{2005}^{2007, \text{ jan}} = \frac{\sum_i P_i^{2007, \text{ jan}} \times Q_i^{2005}}{\sum_i P_i^{2005} \times Q_i^{2005}} = \sum_g W'_g \times I_{2005;g}^{2007, \text{ jan}}$$


*Under 2007 vägs med 2005 års konsumtion.
Minskat snabbhetskrav på vikterna $\Rightarrow$
Tillförlitligare underlag, smidigare arbetsprocess*

Produktgruppsvisa delindex

$$I_{2004;g}^{2005} = \frac{I_{2003,\text{dec};g}^{2004,\text{dec}} \times \frac{1}{12} \sum_{m=1}^{12} I_{2004,\text{dec};g}^{2005,m}}{\frac{1}{12} \sum_{m=1}^{12} I_{2003,\text{dec};g}^{2004,m}}$$

➤ Om-
vandlar
december-
bas till
årsbas

$$I_{2005;g}^{2007,\text{jan}} = \frac{I_{2004,\text{dec};g}^{2005,\text{dec}}}{\frac{1}{12} \sum_{m=1}^{12} I_{2004,\text{dec};g}^{2005,m}} \times I_{2005,\text{dec};g}^{2006,\text{dec}} \times I_{2006,\text{dec};g}^{2007,\text{jan}}$$

Nya produkter tas in genast

 **Behandling av grupp g som är ny år 2007:**

$$I_{2005;g}^{2007,\text{jan}} = \frac{I_{2004,\text{dec};g}^{2005,\text{dec}}}{\frac{1}{12} \sum_{m=1}^{12} I_{2004,\text{dec};g}^{2005,m}} \times I_{2005,\text{dec};g}^{2006,\text{dec}} \times I_{2006,\text{dec};g}^{2007,\text{jan}}$$

Diagram illustrating the calculation of the index $I_{2005;g}^{2007,\text{jan}}$ for a new product group g in 2007:

- The numerator is $I_{2004,\text{dec};g}^{2005,\text{dec}}$ (highlighted in light blue).
- The denominator is $\frac{1}{12} \sum_{m=1}^{12} I_{2004,\text{dec};g}^{2005,m}$ (highlighted in light blue).
- The first multiplier is $I_{2005,\text{dec};g}^{2006,\text{dec}}$ (highlighted in light blue).
- The second multiplier is $I_{2006,\text{dec};g}^{2007,\text{jan}}$ (highlighted in yellow).

Annotations:

- Two blue arrows point from the box **Imputerad tidigare år** to the numerator and denominator terms.
- A blue arrow points from the box **Imputerad tidigare år** to the first multiplier term.
- A blue arrow points from the box **Prismätt 2007** to the second multiplier term.

New index construction used for CPI from 2005

◆ *Previous construction – before 2005:*

- Lower level:
'RA-formula'
- Upper level:
'Updated basket'
+ Laspeyres type
- Annual chaining:
By December

◆ *New construction – from 2005:*

- Lower level:
Geometric mean
- Upper level:
Walsh
+ Laspeyres
- Annual chaining:
By full year

Main CPI features from 2005

- ▶ **Annually chained index**
- ▶ **Chaining over full year – not December**
- ▶ **Superlative index for previous links**
- ▶ **Laspeyres type index for final link**
- ▶ **Jevons index at lowest levels**
- ▶ **Prices followed from December**
- ▶ **CPI series with 1980 = 100 continued**
- ▶ **Inflation rate computed as CPI change**



Förändringstal i KPI januari



Statistics Sweden

Statistiska centralbyrån



12-mån:

$$\left(\frac{I_{2005}^{2006} \cdot I_{2006}^{2008, \text{jan}}}{I_{2005}^{2007, \text{jan}}} - 1 \right) \cdot 100$$



D:o alt.:

$$\left(\frac{I_{2006}^{2008, \text{jan}}}{I_{2006}^{2007, \text{jan}}} - 1 \right) \cdot 100$$



1-mån:

$$\left(\frac{I_{2005}^{2006} \cdot I_{2006}^{2008, \text{jan}}}{I_{2005}^{2007, \text{dec}}} - 1 \right) \cdot 100$$



D:o alt.:

$$\left(\frac{I_{2006}^{2008, \text{jan}}}{I_{2006}^{2007, \text{dec}}} - 1 \right) \cdot 100$$

Comparison of methods



Index	Chaining method	Index formula
HICP	Annual over December	Laspeyres type
Swedish CPI	Annual over full year	Superlative: Walsh
US Chained CPI	Monthly	Superlative: Törnqvist



Elementäraggregat 0

- ▶ Vikter finns på hög aggregeringsnivå
- ▶ Totalindex beräknas i praktiken genom att alla olika delindex viktas ihop
- ▶ *Elementäraggregat* är delindex på lägsta nivå – där saknas i regel vikter
 - ↪ *Indexformler ”utan q” behövs*



Elementäraggregat 1

$$I = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{1,i}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{0,i}} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{1,i}}{\sum_{i=1}^n p_{0,i}}$$

► **Kvot av medelpriser [Dutot]**

$$I = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{p_{1,i}}{p_{0,i}}$$

► **Medelvärde av priskvoter [Carli]**

Ej bra – bias!

Elementäraggregat 2

$$I = \frac{\left(\prod_{i=1}^n p_{1,i} \right)^{1/n}}{\left(\prod_{i=1}^n p_{0,i} \right)^{1/n}} = \left(\prod_{i=1}^n \frac{p_{1,i}}{p_{0,i}} \right)^{1/n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \frac{p_{1,i}}{p_{0,i}}}$$

- **Geometriskt medelvärde [Jevons]**
 - *Klarar disparata prisnivåer*
 - *Beaktar delvis substitution*

Elementäraggreat 3

$$I = \left(\prod_{i=1}^n \left(\frac{p_{1,i}}{p_{0,i}} \right)^{V_i} \right)^{1 / \sum_{i=1}^n V_i} = \exp \left(\frac{\sum_{i=1}^n V_i \ln \left(\frac{p_{1,i}}{p_{0,i}} \right)}{\sum_{i=1}^n V_i} \right)$$

- **Viktat geometriskt medelvärde**
 - *Viktat med värde (omsättning)* V_i

Urvalsosäkerheten

$$\text{Medelfel}(I) \approx \frac{\sigma\left(\frac{p_{1,i}}{p_{0,i}}\right)}{\sqrt{n}} \quad [\times (\text{deft})]$$



$$\approx \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_{1,i}}{p_{0,i}} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{p_{1,i}}{p_{0,i}} \right)^2}}{\sqrt{n}} \times (\text{deft})$$

Previous solution

$$I_{y-1,12}^{y,m} = \frac{\sum_k p_k^{y,m} / (p_k^{y-1,12} + p_k^{y,m})}{\sum_k p_k^{y-1,12} / (p_k^{y-1,12} + p_k^{y,m})}$$

- 'RA-formula' used at lower level before 2005
- Performs very similarly to the Jevons index (proved mathematically)

Jevons index combined with low-level weights

$$I_{y-1,\text{Dec};d}^{y,m} = \left(\prod_{k=1}^{n_d} p_{y,m;k} / p_{y-1,\text{Dec};k} \right)^{1/n_d}$$

$$\begin{aligned} I_{y-1,\text{Dec};g}^{y,m} &= \prod_{d \in D(g)} (I_{y-1,\text{Dec};d}^{y,m})^{w_d} \\ &= \exp\left(\sum_{d \in D(g)} w_d \log I_{y-1,\text{Dec};d}^{y,m} \right), \quad \sum_{d \in D(g)} w_d = 1 \end{aligned}$$

Features of the Jevons index

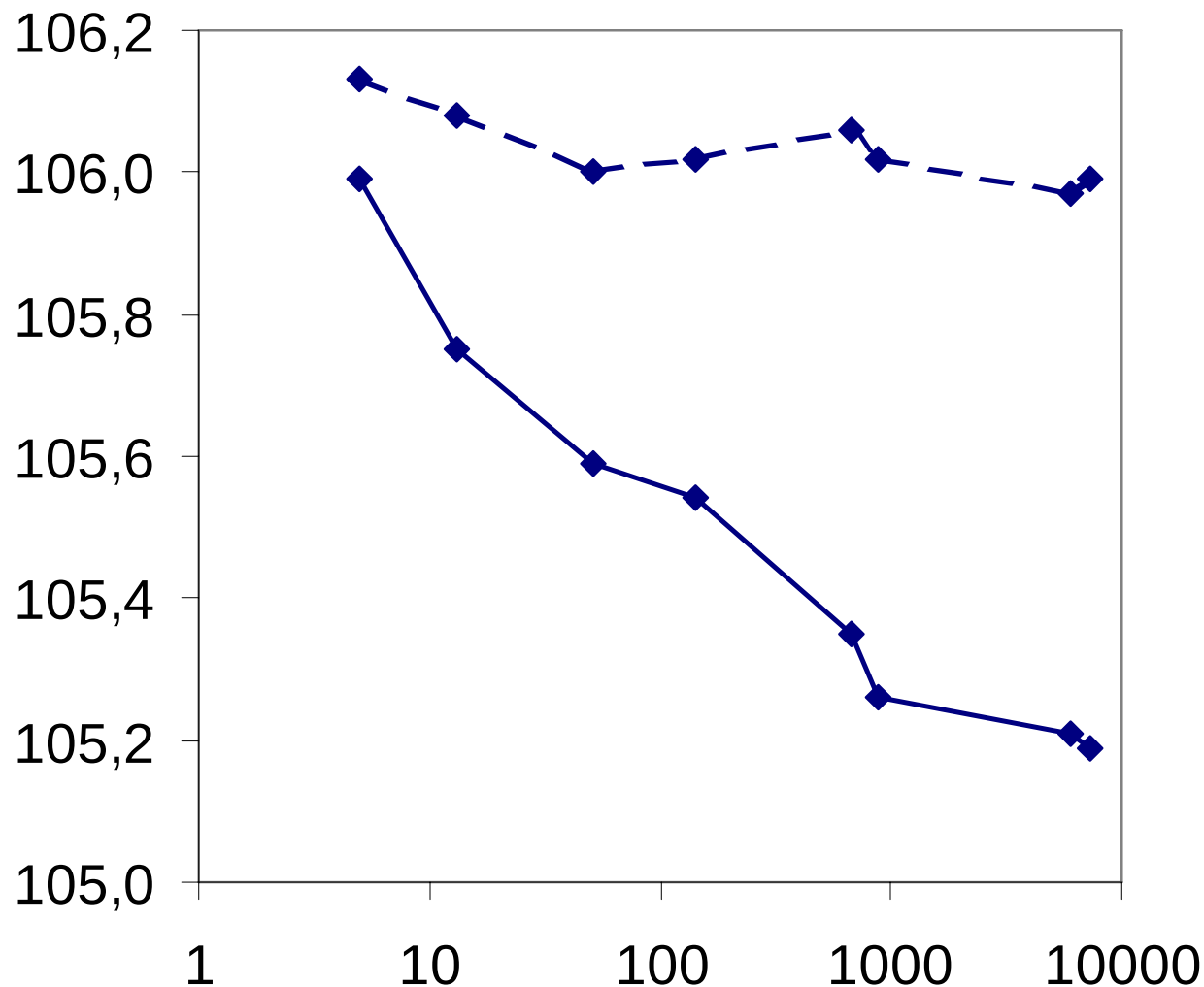
- ☺ **Not disturbed by spread in price level**
- ☺ **Accounts for consumer substitution to some extent – suitable for Cost-Of-Living Index (coli)**
- ☹ **Index sensitive to EA level choice**
- ☹ **Breaks down for zero prices**
 - ↪ *Special fix required*

Index by EA size

Coicop 01 – December 2001



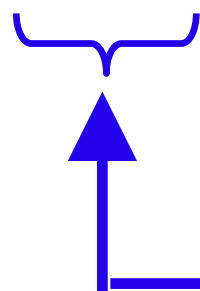
Statistiska centralbyrån Statistics Sweden



Theoretical effects (by Dalén)

- Math. expectation of GM elementary index falls below true mean μ by the amount:

$$\frac{\sigma^2}{2\mu} - \frac{\sigma^2}{2\mu} \cdot \frac{1}{n}$$



Effect of sample size

*Effect of universe variance σ^2
= Assumed substitution gain of
consumers*

Findings on EA level

- ▶ Empirical and theoretical effects of EA level on index agree fairly well
- ▶ The main effect is due to larger variance in wider subsets of the universe
 - ↪ = *Larger assumed substitution gains of consumers*
- ▶ Only a much smaller effect is due to sample size as such
- ▶ So EA level matters conceptually

Axiomatisk ansats för index 1

Index = fkn P av priser & volymer, tid 0 & 1

Exempel på axiom (test):

► $P > 0$, kontinuerlig funktion

► Identitetstest (oförändrade priser)

$$P(p, p, q^0, q^1) = 1$$

► Proportionalitet i aktuella priser

$$P(p^0, \lambda p^1, q^0, q^1) = \lambda P(p^0, p^1, q^0, q^1)$$

► Invarians under prop. volymförändringar

$$P(p^0, p^1, q^0, \lambda q^1) = P(p^0, p^1, q^0, q^1)$$

Axiomatisk ansats för index 2

► **Invariants i måttenheter för volymer**

► **Tidsreverseringstest**

$$P(p^0, p^1, q^0, q^1) = 1 / P(p^1, p^0, q^1, q^0) \quad |$$

► **Volymssymmetritest**

$$P(p^0, p^1, q^0, q^1) = P(p^0, p^1, q^1, q^0) \quad |$$

► **Monotonicitetstest**

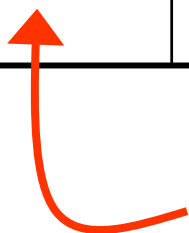
$$P(p^0, p^1, q^0, q^1) < P(p^0, p^2, q^0, q^1) \text{ if } p^1 < p^2 \quad |$$

Två urvalsdimensioner



Företag

Produkter/tjänster/kategorier



Produkterbjudande – En viss produkt i en viss butik (motsv.)