



Stockholms  
universitet

Historiska temperaturer i Stockholm - fler kalla månader  
än förväntat

Per Fallgren & Jonathan Gustavii

---

Kandidatuppsats, 15 ECTS , HT 2011  
Handledare: Mikael Möller

Kandidatuppsats, HT 2011  
Statistik

[www.statistics.su.se](http://www.statistics.su.se)

Statistiska institutionen  
Stockholms universitet  
SE - 106 91 STOCKHOLM.

# Historiska temperaturer i Stockholm - fler kalla månader än förväntat

Per Fallgren \*      Jonathan Gustavii †

HT 2011

## Sammanfattning

Det finns fler kalla medelvärdestemperaturer än förväntat när man studerar månadsmedelvärdena för Stockholm under åren 1756-2010. Det visar denna studie av tidsperiodens års-, kvartals- och månadsmedelvärden, som genomförts genom ARIMA modellering. Studien visar också att det under tidsperioden inte skett några förändringar i månadsmedelvärden under februari månad och inte heller under månaderna juni – september.

Däremot syns det under perioden 1900 – 2010, att endast fem månader blir varmare – april- juni och augusti – september.

---

\*Post adress: Statistiska institutionen, Stockholm universitet, SE-106 91, Stockholm.  
E-mail: pefa7358@student.su.se. Handledare: Mikael Möller.

†Post adress: Statistiska institutionen, Stockholm universitet, SE-106 91, Stockholm.  
E-mail: jogu1935@student.su.se. Handledare: Mikael Möller.

## Förord

Denna uppsats utgör ett examensarbete om 15 ECTS och leder till en kandidatexamen i statistik vid Statistiska institutionen, Stockholms universitet.

Vi skulle vilja tacka Anders Björkström, Anders Moberg, Chengcheng Hao och Tatjana von Rosen för deras engagemang och bidrag till denna uppsats. Vi skulle också vilja tacka vår handledare Mikael Möller för givande samtal och för hans särskilda kunskaper gällande tidsserie analys.

## Innehåll

<b>1</b>	<b>Introduktion</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Frågeställning</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Datainsamlingsmetod</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Homogenisering</b>	<b>3</b>
4.1	Homogeniseringen av Stockholms temperaturserie . . . . .	4
4.2	Beskrivning av några alternativ till SNHT . . . . .	5
4.3	Sammanfattning av homogenisering . . . . .	6
<b>5</b>	<b>Stockholms temperaturserie - en tidserie</b>	<b>7</b>
5.1	Kategori I: Årsmedelvärden . . . . .	7
5.2	Kategori II: Kvartalsmedelvärden . . . . .	10
5.3	Kategori III: Månadsmedelvärden . . . . .	13
5.4	Sammanfattning av kategorisering . . . . .	13
<b>6</b>	<b>Modellering av Kategori I-III</b>	<b>14</b>
6.1	Box-Jenkins metod . . . . .	14
6.2	Box-Jenkins metod för Kategori I . . . . .	18
6.3	Box-Jenkins metod för Kategori II . . . . .	22
6.4	Box-Jenkins metod för Kategori III . . . . .	25
6.5	Box-Jenkins metod för Kategori III, februari . . . . .	30
6.6	Resultat av modellering . . . . .	31
<b>7</b>	<b>Slutsatser, diskussion och framtida studier</b>	<b>31</b>
<b>8</b>	<b>Referenser</b>	<b>32</b>
<b>A</b>	<b>Appendix</b>	<b>34</b>

# 1 Introduktion

Historiskt finns det fler kalla medelvärdestemperaturer månadsvis än förväntat i Stockholm. Det visar sig vara ett särskilt intressant rön när man studerar månadsmedelvärdena för Stockholm under åren 1756 och 2010.

Vi fick möjlighet att studera Stockholmstemperaturer som samlats in sedan 1756. Vår ansats var att se om det fanns särskilt intressanta mönster som ännu inte studerats. För att kunna genomföra studien behövde vi få en uppfattning om hur data samlats in och bearbetats. Det visade sig att ett omfattande arbete hade genomförts av en svensk forskare, Anders Moberg, Stockholms Universitet, för att se till att data svarade just mot temperaturvariationer och inget annat. En hel vetenskap håller på att utvecklas för att hitta metoder att homogenisera temperaturserier. Man har kommit ganska långt på vägen.

Vi valde att studera Mobergs temperaturserie för Stockholm 1756-2010. Moberg har samlat in och dokumenterat dagsmedelvärden för hela perioden. Vi valde att studera års-, kvartals- och månadsmedelvärden för att hitta mönster och särskilda egenskaper i serien. Vi testade trender och sökte efter intressanta egenskaper och mönster genom ARIMA modellering.

Det som också är särskilt intressant i studien är att det under februari inte skett någon som helst förändring, under de intervall som studerats d.v.s. 1756 – 2010, 1756 – 1900 och 1900 – 2010.

Under perioden 1900 – 2010, månaderna oktober – mars, ser vi inga temperaturförändringar.

Däremot blir det under samma intervall varmare under april – juni och augusti – september.

Om man tittar på hela serien har det däremot inte skett någon förändring i temperatur i månadsmedelvärden under månaderna juni – september.

## 2 Frågeställning

I den här studien vill vi försöka identifiera särskilt intressanta mönster i temperaturserien för Stockholm.

## 3 Datainsamlingsmetod

Vädertemperaturer har noterats i observatorielunden, Stockholm Sverige, 592030N 180317E, från år 1756 fram till och med idag. Observationerna har bestått av två mättillfällen per dag mellan år 1756 och 1760. Därefter har tre observationer per dag noterats. Alla observationer har varit angivna i Celsius och sparats i handskrivet format, i olika typer av tabeller. I slutet av 1900-talet byts de handskrivna observationerna ut mot ett digitalt format. Under hela tidsperioden har temperaturobservationerna mätts av olika

ansvariga mätobservatörer. Mätningarna har utförts vid olika tidpunkter på dygnet. Temperaturinstrumenten har varit olika mellan åren och har också varit olika placerade - från t.ex. placering på nordlig husfasad en och en halv meter ovan mark utanför husfönster, avskärmad med en fågelholkliknande träkonstruktion, till placering i en träkonstruktion i en avsides placerad byggnad med skydd för solljus.

Ett intensivt arbete påbörjas när Moberg börjar samla in alla väderobservationer. Först transkriberar han de observationer som noterats från och med år 1756 till 1861. Till sin hjälp hade han egentagna fotokopior av de handskrivna tabeller som sparats genom åren. De observationer som noterats från år 1862 fram till idag hade redan förts över i tabellform av Sveriges meteorologiska och hydrologiska institut, [SMHI](#). Däremot fanns inga noteringar för maximala och minimala dagstemperaturer i tabellerna, för åren 1862 till 1960. Det fick Moberg att återigen gå igenom originalanteckningarna för att de insamlade temperaturmätningarna per dag ska bli jämförbara. När detta väl var klart hade Moberg sammanställt en enhetlig digital tabell med Stockholms dagliga temperaturer sedan år 1756 fram till och med idag. Nu återstod det sista momentet, att se över observationerna så att de endast svarade för temperaturvariationen i Stockholm.

## 4 Homogenisering

Som vi såg under insamlingens delen föreföll det troligt att temperatursobservationerna kan ha kommit att påverkas av yttre omständigheter, alltså det som inte har med klimatet att göra, t.ex. så som människans påverkan, eventuella geologiska förändringar, termometerns placering och hantering och så vidare. Denna yttre påverkan kommer vi att kalla inhomogenitet, IH. När man vill undersöka en temperaturserie om det gäller temperaturvariationer, vill man att den skall vara fri från IH, så att det inte leder till felaktiga slutsatser. Detta ger en så kallad homogen temperaturserie, definierat av (Conrad och Pollack 1950).

För att få en serie homogen har man under det senaste århundradet utvecklat tekniker som har och haft till uppgift att identifiera IH, genom strikt matematiska, statistiska test och subjektiva tolkningar av historiska noteringar i väderobservationsböcker. Under den senare delen av 1900-talet och under 2000-talet har arbetet intensifierats och flera nya tekniker har rationaliserat processen att få en serie homogen. Tack vare datorer har man snabbt och systematiskt kunnat applicera teknikerna på ett sådant sätt att de eventuella IH, som har förelegat i temperaturserien, kunnat korrigeras för. Tekniken och tillvägagångssätten för att korrigera IH kommer vi i fortsättningen att kallas för homogenisering, en process för att få en temperaturserie att svara endast för vädrets variation.

Som en viktig följd av att väder har blivit mer intressant de senaste åren har världsmetrologiska organisationen, **WMO**, initierat och organiserat seminarier för utbyte av forskning inom homogenisering och hantering av väderobservationsdata, tillsammans med Ungerns metrologiska institut. Första seminariet hölls på 90-talet, och har hållits sju gånger, senast den 24-28:e oktober 2011. En annan viktig institution för metrologisk forskning är den Europeiska institutionen för vetenskap och teknologi, **COST**, subdivision **ACTION COST-ES0601**, som har sedan år 2007 hållit sina sammanträden i anslutning till ovanstående seminarie. ACTION COST-ES0601 har till särskild uppgift att ta fram en standard inom homogenisering, då det har ansetts att för många metoder, tekniker, är en svaghet för vetenskapen för klimatologiska studier (COST-ES0601 monitoring progress report 03/05/2007-01/06/2011). ACTION COST-ES0601 har därför tagit fram olika metrologiska väderobservationsserier för att testa de befintliga metoder som har använts. Detta har i sin tur lett till att effektiviteten att korrigera IH har ansetts som en central del i framtagandet av en standard. Efter det senaste seminariet har metoderna Multiple Analysis of Series for Homogenization, MASH, Caussinus and Mestre method, PRODIGE, Adapted Caussinus-Mestre Algorithm for Networks of Temperature series, ACMANT, och US Historical Climate Network, USHCN, ansetts som de metoder som har varit mest effektiva och presterat bäst i testerna (**Manuscript. 2011**). Vad som också framgår är att en skicklig homogeniserare kan framställa likvärdiga resultat i sin homogenisering, genom kombinationer av enkla statistiska test.

Vad som också bör nämnas i sammanhanget är att de metoder som anses mest effektiva är algoritmer som, med hjälp av olika statistiska test, utför homogenisering av väderdata. En annan metod, som också är viktig att nämna, och som vanligen förekommer vid homogenisering av väderdata är Standard Normal Homogeneity Test, SNHT. SNHT är den metod som använts för att homogenisera Stockholms temperaturserie.

#### 4.1 Homogeniseringen av Stockholms temperaturserie

När Moberg kom till insikt om att omfattande korrigeringar var nödvändiga för att Stockholmsserien skulle bli homogen, initierades först ett försök att korrigera IH med hjälp av stationshistorik. Men det visade sig snart att en mer rationell metod var nödvändig. Moberg påbörjade ett samarbete med Hans Alexandersson, forskare vid Uppsala universitet. De tog tillsammans fram SNHT (Alexandersson, Moberg. 1997). SNHT baseras på en precisionsstudie för nederbörd, utförd och publicerad av Alexandersson (Alexandersson. 1986).

Metoden grundar sig dels på den temperaturserie som man vill homogenisera, kallad kandidatstation, KS, tillsammans med flera andra temperaturstationer, referensstationer, RS. RS svarar för andra observationsplatsers dag-



temperaturer som är mätts inom ett snarlikt klimatologiskt område under samma tidsintervall.

En ny temperaturserie skapades genom beräkning av KS och RS medel- och observationsvärden tillsammans med en viktning av korrelationen mellan KS och RS, där den RS som är högst korrelerad med KS tas mest hänsyn till. Stationerna som Moberg använde sig av var Linköping, Västervik, Askersund, Västerås, Gävle, Ultuna, Experimentfältet i Stockholm, Mariehamn, Nyköping och Uppsala. Den nya seriens dagliga värden gav en utjämnad temperaturserie som visar skillnaden mellan medel- och observerade värden. Denna series dagliga värden hypotestestas sedan för IH. Då abrupta shift upptäcktes, tecken på IH, korrigerades dessa om stöd fanns i stationshistoriken. Vidare författade Moberg och Alexandersson även ett trendhypotestest som korrigerar urbaniseringseffekter i Stockholms temperaturserie.

## 4.2 Beskrivning av några alternativ till SNHT

Av de alternativa metoder som finns är te.x. MASH (Szentimrey. 2000) en metod som går ut på att först erhålla temperaturobservationer från önskad plats som man vill homogenisera, KS, och sedan välja RS. Man utgår ifrån att IH förekommer i KS men gör inga antaganden om hurvida RS har några IH. Sedan tas flera differensserier fram. Man lägger störst vikt vid den serie som har minst varians. Denna metod görs automatiskt med en programvara, tillverkad av Szentimrey, som också uppfunnit metoden. Metoden kan ta hänsyn till metadata, te.x. stationshistorik.

En annan metod är ACMANT (Domonkos. 2011), som också är helt automatisk. Till skillnad från MASH tar den inte hänsyn till Metadata. Metoden fungerar som MASH, med RS och KS, och kan automatiskt ersätta saknade observationer och korrigera för avvikelser, utföra hypotestest och korrigera för multipla temperaturshift.

Varje korregering av KS noteras och dokumenteras, så att användaren kan ta hänsyn vid detta.

### **4.3 Sammanfattning av homogenisering**

#### **Fördelar med homogenisering**

- Gemensam definition för homogenisering och IH.
- Att det finns metoder för homogenisering.
- Finns samlade organ som arbetar för att framställa en standard i homogenisering.
- Information om seminarium och möten.
- Bra samarbeten över landsgränser och mellan olika professions specifika kunskapsområden.

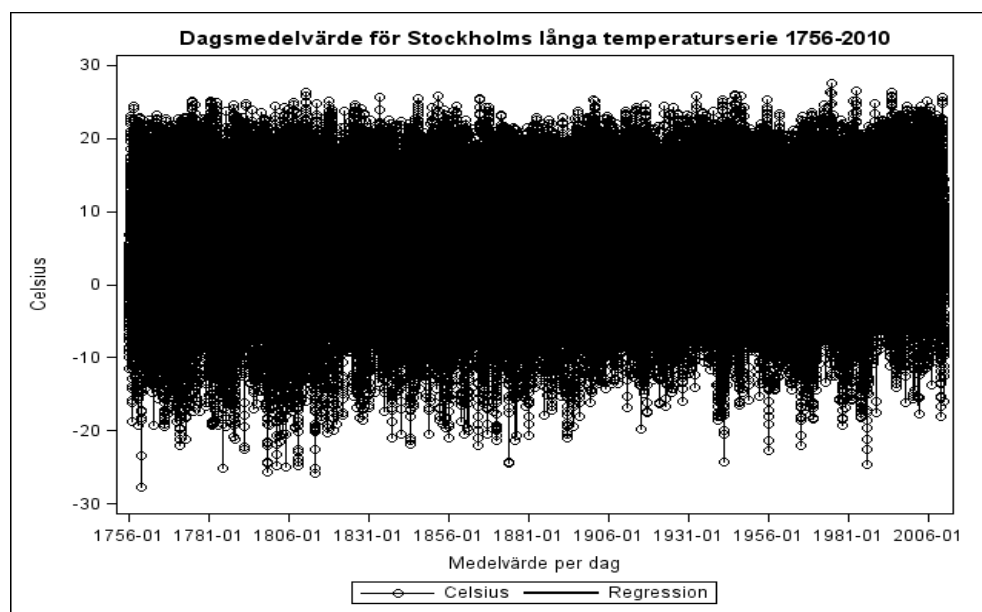
#### **Nackdelar med homogenisering**

- Alla temperaturserier innehåller IH.
- Bristande stationshistorik.
- Finns ingen beslutad standard för homogenisering.
- Svårtillgänglig information inom specifika områden.
- Krävs gedigen kunskap för att homogenisera.

## 5 Stockholms temperaturserie - en tidserie

En tidserie är en konsekutiv serie av observationer,  $\{x_t\}$ , där tidsavstånden mellan realisationerna är lika och noterade vid en särskild tidpunkt  $t$ .

För att vi ska få en överskådlig bild över Stockholms temperaturserie, som Moberg har låtit homogenisera, låter vi en graf illustrera det dagliga medelvärdet för perioden 1756 till 2010.



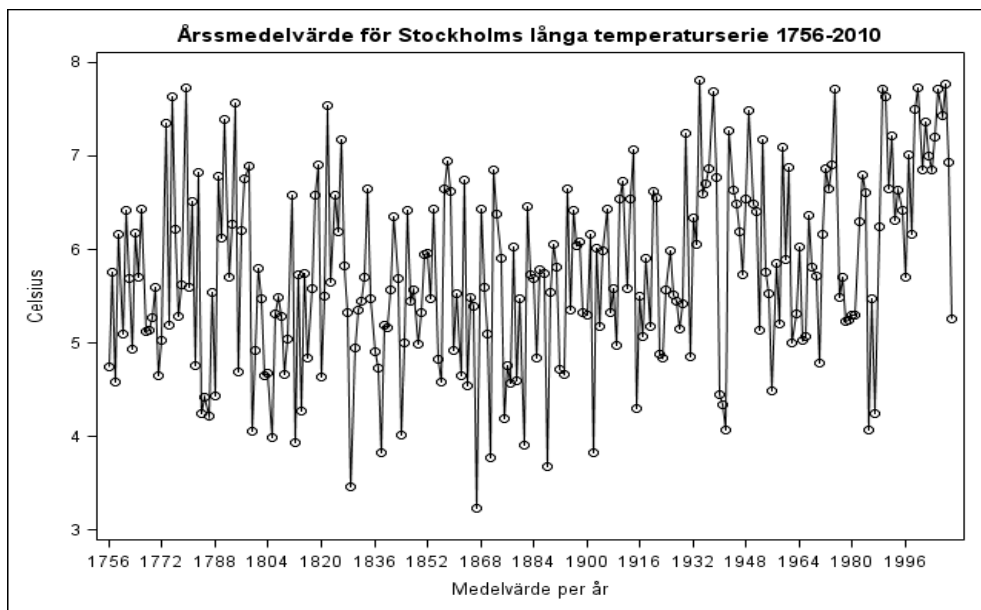
Figur 1: Stockholms temperaturserie, 1756-2010, dagsmedelvärden.

Utifrån figur 1 är det svårt att bilda sig en uppfattning, särskilt då antalet observationer är 93137 och variationen kring medelvärdet tycks vara hög. Det kan vara intressant att transformera serien för att det ska bli lättare att överskåda den och se mönster. Ett sätt att göra detta på är att summera särskilda intervall av observationerna, så att variansen för respektive observation blir lägre. Den nya grafen får då färre observationer att ta hänsyn till, vilket gör det lättare att se olika mönster.

För att åstadkomma detta väljer vi att dela in och transformera observationerna i tre kategorier, års-, kvartals- och månadsmedelvärden.

### 5.1 Kategori I: Årsmedelvärden

Kategori I är årsmedeltemperaturerna för respektive år som en serie över perioden 1756-2010. När vi har tagit fram medelvärdet för varje år, låter vi detta illustreras i figur 2.



Figur 2: Stockholms temperaturserie, 1756-2010, årsmedelvärden.

I figur 2 visar det sig tydligare vilka mönster som förekommer i temperaturserien. Men vi måste ta hänsyn till att denna transformerade temperaturserie gäller år, och att de eventuella mönster som kan ha förekommit på dagsnivå, nu kan ha blivit bortfiltrerade.

Det tydligaste mönster vi ser här i figur 2 är ett någorlunda stabilt mönster, i årsmedelvärde, fram till ungefär år 1900, då årsmedelvärdet sammantaget tycks öka i temperatur. Variationen har nu minskat, jämfört med dagsmedelvärdet i figur 1, men är fortfarande hög.

För att få en bättre översyn över hur eventuella mönster kan te sig kan vi låta göra en klassisk dekomponeringsmodell.

### Metod 5.1 (klassisk dekomponeringsmodell)

$$X_t = m_t + s_t + Y_t, \quad (1)$$

där

$m_t$  är en långsamt förändrande funktion - trend komponenten,  
 $s_t$  är en funktion med känd periodisitet  $d$  - säsongskomponenten,  
 $Y_t$  är en stokastisk restterm.

Vårt mål är att estimeras och skatta den deterministiska komponenten trend  $m_t$ . Anta att

$$X_{\hat{a}r} = m_{\hat{a}r} + Y_{\hat{a}r}, \hat{a}r = t = 1756, \dots, 2010, (1)$$

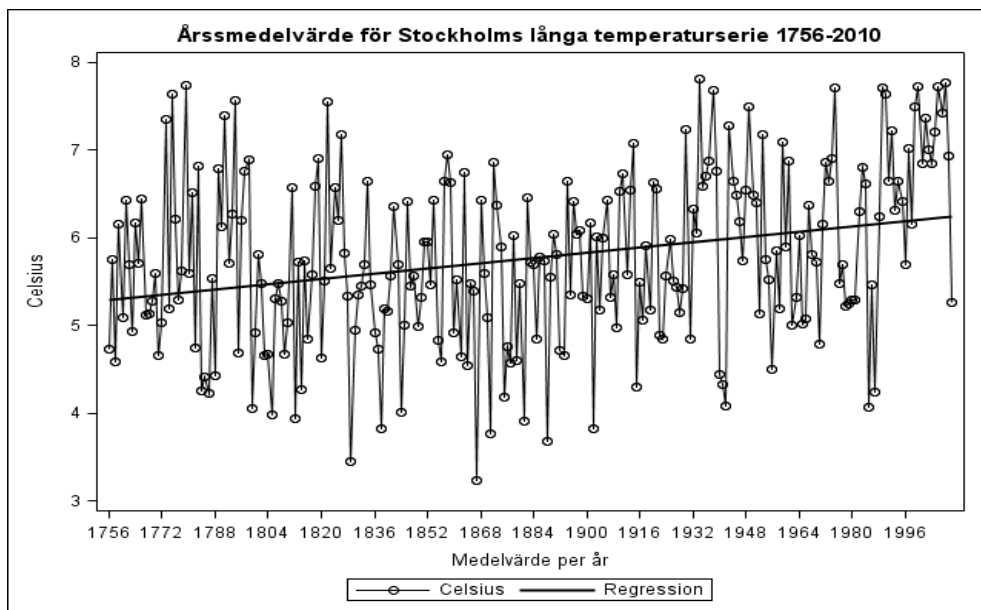
där  $E[Y_t] = 0$ .

### Metod 5.2 (Minsta kvadratmetoden för $m_t$ )

Antar att  $m_t = a_0 + a_1t$  där vi väljer  $\hat{a}_k$ , för att minimera

$$\sum_t^{max(t)} (x_t - a_0 - a_1t)^2. (2)$$

När vi använder denna metod för vår tidsserie av årsmedelvärden, mellan år 1756 till 2010, vill vi illustrera funktionen för trendkomponenten tillsammans med figur 2.



Figur 3: Stockholms temperaturserie, 1756-2010, årsmedelvärden med trendfunktion.

För att nu kunna uttala sig om att det finns en signifikant trend behöver vi utföra ett hypotestest.

### Metod 5.3 (Inferens om lutningskoefficienten - Ett t-test)

Testet skall utföras för lutningskoefficienten,  $a_1$ , där hypotesen förkastas om den är skild från noll, alltså om det föreligger trend. Då

- 1) Hypotes:  $H_0 : a_1 = 0 \quad H_1 : a_1 \neq 0$
  - 2) Teststatistika:  $T_{obs} = \frac{a_1 - 0}{\sqrt{Var(a_1)}}$
  - 3) Förkastelseområde:  $|T_{obs}| > T_{\alpha/2}$
  - 4) Beslut.
- (3)

Observera att teststatistikan är en approximation av t-fördelningen och att  $T_\alpha$  är baserat på  $(n - 2)$  frihetsgrader för t-fördelningens tabell. Vidare är testet tvåsidigt.

När vi nu utfört vårt hypotestest visar det sig att vi förkastar  $H_0$ . Vi accepterar alltså att det föreligger en trend, på 5 procent signifikant nivå. Med detta följer också att trenden är positiv, tolkat för parametern.

Om vi nu utför samma procedur för några andra årsintervall än åren 1756 till 2010, för att se om det föreligger någon trend, visar sig att det mellan år 1756 till 1900 inte föreligger någon trend, så som vi påstod. Mellan 1900 till 2010 förligger däremot en signifikant trend, som är positiv. Intervallet mellan åren 1756 till 1859 är också intressant att undersöka, då det framgår att det under denna period finns mer osäkerhet (Moberg och Bergström. 1997). Men det visar sig att ingen trend föreligger här heller på någon signifikant nivå, se appendix för specifika p-värden. Vilket medför att vi inte studerar detta intervall vidare.

För skapa oss ännu en bild tillför vi nästa kategori. Vi börjar med kvartalsmedelvärden och låter respektive kvartal bli en temperaturserie.

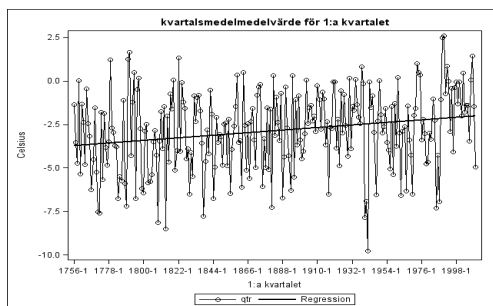
## 5.2 Kategori II: Kvartalsmedelvärden

Nu vill vi fortsätta att titta på trendmönster. Låt oss då återigen använda oss av den klassiska dekomponeringsmetoden (1) genom följande beräkning

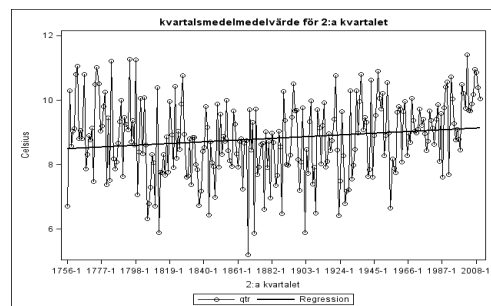
$$X_{t,j} = m_{t,j} + Y_{t,j}, \quad \text{år} = t = 1756, 1757, \dots, 2010, \quad \text{och kvartal} = j = 1, 2, 3, 4.$$

där vi antar att  $E[Y_{t,j}] = 0$ , index t och j svarar för år och kvartal.

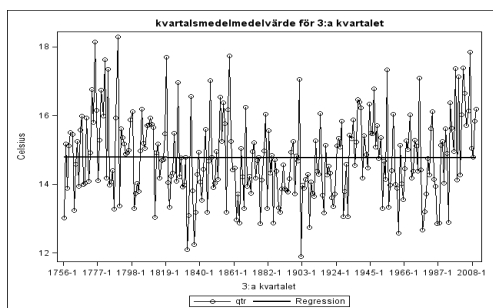
Vi vill skatta trendfunktionen  $m_{t,j}$ . Det gör vi med hjälp av metod (2). Följande illustrationer representerar respektive kvartals medelvärde mellan år 1756 till 2010 och den skattade trendfunktionen  $m_{t,j}$



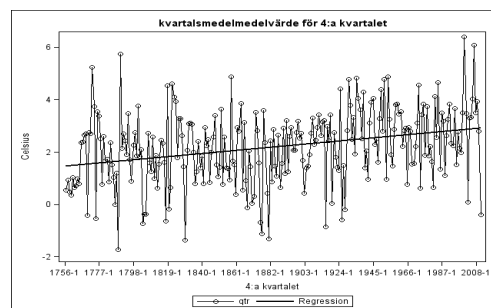
Figur 4: Kvartal 1



Figur 5: Kvartal 2



Figur 6: Kvartal 3



Figur 7: Kvartal 4.

I figurerna 4 till 7 för kvartal 1-4 ser det ut som om en trend förekommer i alla kvartal, förutom i kvartal 3. För att få ett statistiskt, signifikant stöd för denna tolkning utför vi ett hypotestest, enligt metod (3). Testet visar att trend föreligger i alla kvartal utom i kvartal 3, som vi tolkade det. Om vi utvecklar tolkningen av figurerna 1-4, skulle vi kunna påstå att det i samtliga figurer finns indikationer på att trendmönstret ser olika ut åren före och efter år 1900. För att vidimera detta skapar vi nya årsintervall, skattar trendkoefficienten,  $m_{t,j}$ , och utför ny inferens för respektive kvartal. Det visar sig att för kvartal 1 finns inget statistiskt stöd för trend varken före år 1900 eller efter. När det gäller kvartal 2 och 3 finns däremot statistiskt stöd för trend både före och efter år 1900. När vi tar hänsyn till om lutningskoefficienten är negativ eller positiv visar det sig att det för kvartal 2 och 3 finns samband som är negativa före år 1900 och positiva efter år 1900. Under kvartal 4 finns inget signifikant stöd för trend före år 1900. Efter år 1900 finns signifikant stöd, se appendix för särskilda p-värden. Låt oss nu gå vidare och titta på månadsmedelvärden för respektive år i kategori III.

Tabell 1: Signifikanta lutningskoefficienter, för respektive serie, mellan åren 1756 till 2010

Månad	Jan	Feb	Mars	April	Maj	Juni	Juli	Aug	Sept	Okt	Nov	Dec
Trend	Ja	Nej	Ja	Ja	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej	Ja	Ja	Ja
Koff <sup>1</sup>	+	0	+	+	+	0	0	0	0	+	+	+
$\hat{\mu}_j$ <sup>2</sup>	-3.61	-3.60	-1.41	3.51	8.90	14.10	16.80	15.80	11.71	6.60	1.70	-1.70

Tabell 2: Signifikanta lutningskoefficienter, för respektive serie, mellan åren 1756 till 1900

Månad	Jan	Feb	Mars	April	Maj	Juni	Juli	Aug	Sept	Okt	Nov	Dec
Trend	Ja	Nej	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej
Koff <sup>1</sup>	+	0	0	-	0	0	-	-	0	0	0	0
$\hat{\mu}_j$ <sup>2</sup>	-4.06	-3.81	-1.93	3.19	8.63	14.08	16.71	15.75	11.69	6.37	1.31	-2.17

Tabell 3: Signifikanta lutningskoefficienter, för respektive serie, mellan åren 1900 till 2010

Månad	Jan	Feb	Mars	April	Maj	Juni	Juli	Aug	Sept	Okt	Nov	Dec
Trend	Nej	Nej	Nej	Ja	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja	Nej	Nej	Nej
Koff <sup>1</sup>	0	0	0	+	+	+	0	+	+	0	0	0
$\hat{\mu}_j$ <sup>2</sup>	-3.02	-3.32	-0.74	3.91	9.22	14.05	16.82	15.8	11.73	6.91	2.14	-1.06

<sup>1</sup>Koefficientens riktning för respektive tidsintervall

<sup>2</sup>Medeltemperatur för respektive tidsintervall



### 5.3 Kategori III: Månadsmedelvärden

Med samma terminologi som tidigare transformerar vi tidsserien för månadsmedelvärden. När detta väl är gjort framställer vi även beräkningar för trendfunktionen  $m_{t,k}$ , där index  $k$  svarar för månad. Nu reflekterar vi över illustrationerna för dessa nya serier inklusive trendfunktionen.

I tabell 1 ser vi att inget stöd för trend förekommer mellan juni till september. Däremot förekommer signifikant trend mellan oktober till maj, förutom i februari. Intressant, den näst kallaste och den varmaste månaden/erna, februari samt juni till september, är temperaturen oförändrad mellan åren 1756-2010.

Låt oss föra samma resonemang som vi gjorde för kategori I och II, då vi delade upp intervallen för respektive serie genom att illustrera det i två tabeller, en för intervallet före år 1900 och ett efter, för respektive månadsserie.

Skillnaderna mellan tabell 2 och 3 tycks vara stora, dels med tanke på förekomst av trend och dels om trendkoefficienten är negativ eller positiv. Överensstämmelse förekommer endast i februari, mars och oktober till december. Vad som däremot är viktigt att ha i åtanke är att vi, till skillnad från i tabell 1, har bestämt gränserna för månadsserierna utifrån subjektiva bedömningar, se appendix för särskilda p-värden.

### 5.4 Sammanfattning av kategorisering

#### Fördelar med kategorisering

- Tydliga mönster kan identifieras med hjälp av kategorierna.
- Efter år 1900, för kategori III, föreligger ingen skillnad mellan oktober och mars vad gäller trenden.
- Efter år 1900, för kategori III, föreligger positiv trend mellan april till juni och augusti till september.
- För februari föreligger ingen trend trots att perioden oktober till maj innefattar trend, för år 1756 till 2010.

#### Nackdelar med kategorisering

- Andra mönster skulle ha kunnat belysts med andra kategorier.
- Inga tester har utförts om skillnader mellan de olika intervallens medelvärden.
- Hög variation för dagsmedelvärde.

## 6 Modellering av Kategori I-III

För att vidare studera kategoriernas särskilda egenskaper, som vi såg i kapitel 5, vill vi använda oss av Box-Jenkins metod för ARIMA modellering. Box-Jenkins metod går ut på att tillämpa statistiska verktyg, en algoritm i fyra steg (Box. 1976).

### 6.1 Box-Jenkins metod

#### 1) Identifiering av modellförutsättningar

För ARIMA modellering krävs det att tidsserien är svagt stationär.

##### Definition 6.1 Stationäritet

En tidserie  $\{X_t, t \in \mathbb{N}\}$  är en svagt stationär om

$$(i) \mu_X(t) = \mu \quad \forall t \in \mathbb{N}, \quad (4)$$

$$(ii) \gamma_X(r, s) = \gamma_X(r + t, s + t) \quad \forall r, s, t \in \mathbb{N},$$

där (ii) ger att  $\gamma(r, s)$  är en funktion av  $r - s$ .

För att se om en tidserie är svagt stationär används dels grafer över serien och komplementära tester.

Först tittar man på autokorrelationsfunktionen, ACF, och partiella autokorrelationsfunktionen, PACF. ACF och PACF definieras enligt nedanstående.

##### Definition 6.2 Autokorrelationsfunktionen

Låt  $\{X_t, t \in \mathbb{N}\}$  vara en stationär tidserie. Autokovariansfunktionen (ACVF) av  $\{X_t\}$  är

$$\gamma_X(h) = \text{Cov}(X_{t+h}, X_t).$$

Autokorrelationsfunktionen (ACF) är

$$\rho_X(h) \stackrel{d}{=} \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)}. \quad (5)$$

##### Definition 6.3 Partiella autokorrelationsfunktionen

Låt  $\{X_t, t \in \mathbb{N}\}$  med  $E[X_t] = 0$  vara en stationär tidserie. Partiella autokorrelationsfunktionen, PACF, för  $x_t$  är definierad som korrelationen mellan  $x_t$  och  $x_{t-h}$ , där inflytandet av de mellanliggande variabler tas bort. Beräkningen av PACF görs av Yule-Walker ekvationssystemet.

(6)

För att verifiera att serien är svagt stationär utförs ett Augmented Dickey-Fuller test, ADF, som är ett hypotestest där hypotesen förkastas om serien är stationär. Vidare finns liknande tester som Phillips-Perron test, men enligt en simuleringsstudie (Schwert. 1989) är ADF ett starkare test. Om tidserien inte är svagt stationär kan man differensiera serien. Denna procedur görs med hjälp av nedanstående metod.

### Metod 6.1 Differensialoperator av ordinär- och säsongsdifferensiering, vid lag $k$ och $d$

Vi utgår från den klassiska dekomponeringsmodellen (1), i kapitel 5, men utan säsongskomponent. För att få tidserien stationär använder vi oss av den ordinära differensialoperatorn  $\nabla$ , där  $\nabla$  definieras av

$$\nabla X_t = X_t - X_{t-1} = (1 - B)X_t$$

där  $B$  är "backward shift" operator, e.x.  $(BX)_t = X_{t-1}$  och dess polynom

$$\nabla^k X_t, \tag{7}$$

där  $k$  svarar för antalet differensieringar.

Om säsongskomponenten finns med i modellen använder vi oss av säsongsdifferensialoperator  $\nabla_d$ , vilket definieras av

$$\nabla_d X_t = X_t - X_{t-d} = (1 - B^d)X_t. \tag{8}$$

där  $d$  svarar för säsongperiodiciteten.

Efter att har differensierat tidserien verifieras återigen om serien är svagt stationär.

När väl tidsserien är svagt stationär identifierar vi vilken ordning av ARMA komponenter som föreligger serien. Detta görs med hjälp av ACF och PACF. Om serien inte har någon signifikant ordning är det en vit brusprocess eller en slumpvandring med drift och/eller trend. Låt oss börja med att definiera den vita brusprocessen följd av slumpvandringensprocessen.

### Definition 6.4 Vitt brus

En tidserie  $\{X_t, t \in \mathbb{N}\}$  är vitt brus med medelvärde  $\mu$  och varians  $\sigma^2$ ,

$$\{X_t\} \sim ON(\mu, \sigma^2), \tag{9}$$

om  $E[X_t] = \mu$  och  $\gamma(h) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{om } h = 0, \\ 0 & \text{om } h \neq 0. \end{cases}$

**Definition 6.5 Slumpvandring med drift och trend**

En tidserie  $\{X_t, t \in \mathbb{N}\}$  är en slumpvandring med drift och trend

$$X_t = \alpha + \beta t + X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R} \quad (10)$$

om  $\alpha$ =driften,  $\beta t$ =trenden och  $\varepsilon_t \sim ON(\mu, \sigma^2)$ .

**2) Estimering av modell komponenter**

För att estimeras den signifikanta ordningen av ARMA komponenter skattas parametrar med hjälp av Maximum Likelihood, MLE, som oftast är en mer noggrann estimeringsmetod (Yaffe 2000). ARMA komponenterna definieras enligt nedan.

**Definition 6.6 Autoregressiv process, AR**

En tidserie  $\{X_t, t \in \mathbb{N}\}$  är en autoregressiv process av ordning  $p$  om den är stationär och om

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = Z_t, \quad \{Z_t\} \sim ON(0, \sigma^2), \quad (11)$$

där  $\phi_1, \dots, \phi_p$  är konstanter.

**Definition 6.7 Glidande medelvärdesprocess, MA**

En tidserie  $\{X_t, t \in \mathbb{N}\}$  är en glidande medelvärdesprocess av ordning  $q$  om

$$X_t = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q}, \quad \{Z_t\} \sim ON(0, \sigma^2), \quad (12)$$

där  $\theta_1, \dots, \theta_q$  är konstanter, och om den är invertibel så att det existerar konstanter  $\{\pi_j\}$ , där

$$\sum_{j=0}^{\infty} |\pi_j| < \infty, \text{ och att } Z_t = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j X_{t-j}, \quad t \in \mathbb{Z}.$$

**Definition 6.8 Autoregressiv glidandemedelvärdesprocess, ARMA**

En tidserie  $\{X_t, t \in \mathbb{N}\}$  är en ARMA( $p, q$ ) process om den är stationär och invertibel och om

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q}, \quad (13)$$

där  $\{Z_t\} \sim ON(0, \sigma^2)$ . Vi säger  $\{X_t\}$  är en ARMA( $p, q$ ) process med medelvärde  $\mu_X$  om  $\{X_t - \mu\}$  är en ARMA( $p, q$ ) process.

Har man differensierat tidserien stationär med hjälp av ordinär- eller säsongsdifferensiering uttrycks modellen ARIMA( $p, d, q$ ) eller SARIMA( $p, d, q$ )( $P, D, Q$ ) $_d$ . När väl modellen är estimerad utför man diagnostisering.

### 3) Diagnostik av modell

Meningen med att diagnostisera är att se till att modellens residualer inte innehåller någon mer information och är oberoende normalfördelade. Om så är fallet är modellens residualer definierade som vitt brus. För att verifiera detta testar man residualerna för oberoende med hjälp av Ljung-Box test och en QQ-plott.

Ljung-Box test är ett hypotestest där man förkastar hypotesen om det finns autokorrelation mellan residualerna. För mer utförlig läsning se definition för testet (Ljung. 1978).

QQ-plott är en graf där man jämför fördelningen av modellens residualers mot en referenslinje som representerar en normalfördelad population.

Efter dessa verifieringar kontrollerar man att ingen av modellens parametrar korrelerar, alltså att inte samma information beskrivs av flera parametrar.

Om korrelationen är högre än  $|0.9|$  behöver man estimeras om modellen.

När detta väl är gjort bedöms modellens precision med hjälp av Akaikés Informationskriterium, AIC, och modellens standardavvikelse. Schwarts kriterium, SBC, är också ett mått på precision men AIC är bättre anpassat för större urval (Chatfield. 2001). Detta medför att vi inte tar några beslut utifrån SBC.

### 4) Prognos

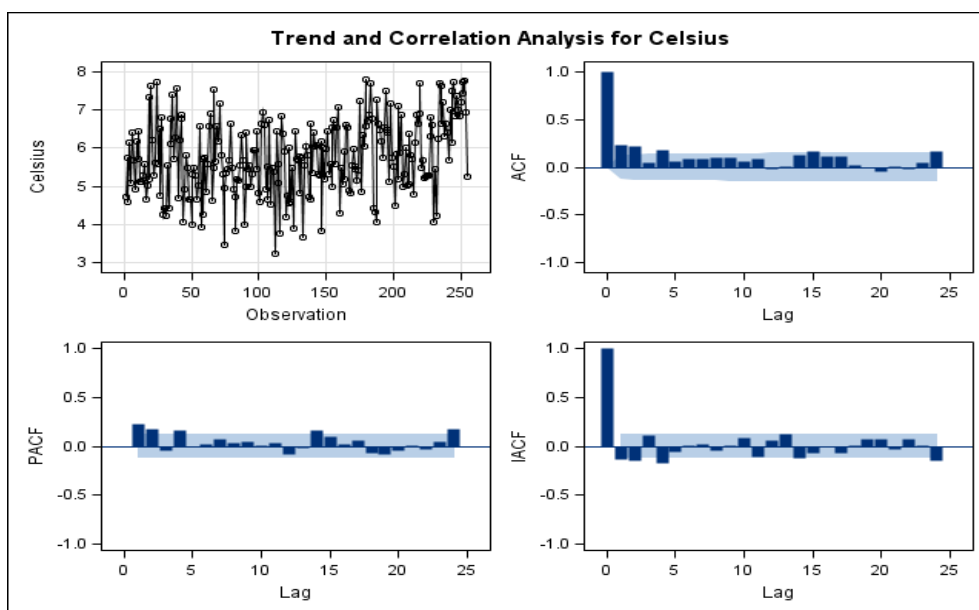
Vi väljer att avstå från prognoser och koncentrera oss på karaktäristiska mönster.

## 6.2 Box-Jenkins metod för Kategori I

Nu använder vi oss av Box-Jenkins metod för att modellera för respektive kategori. Vi börjar med kategori I.

### Identifiering av kategori I

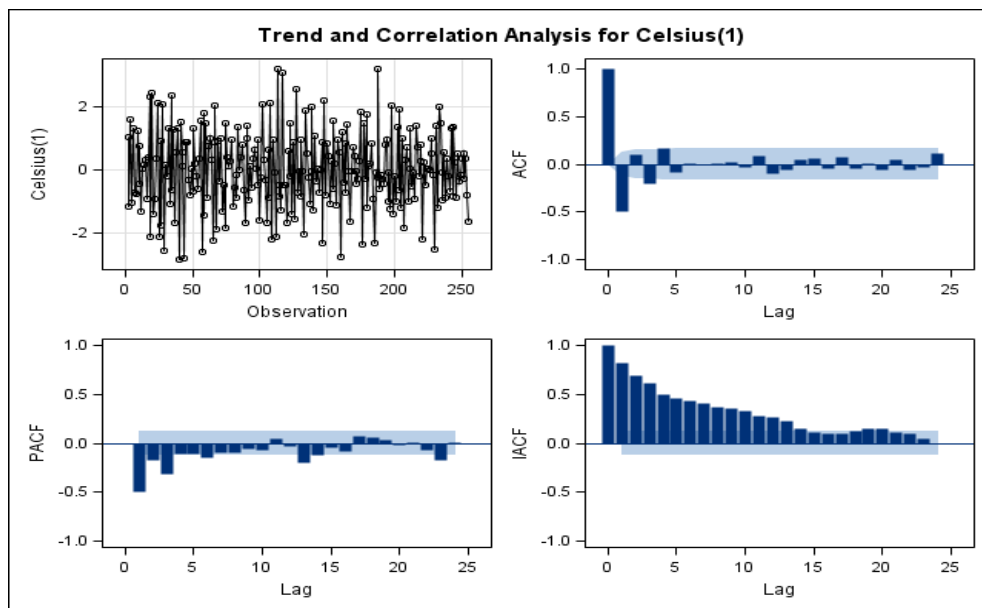
Först behöver vi bilda oss en uppfattning om tidserien är stationär (4) genom att betrakta tidserien och ACF (5).



Figur 8: Stockholms temperaturserie, 1756-2010, årsmedelvärden.

I figur 8 högst upp t.h. ser vi ACF som antyder att processen är stationär, då det inte finns något tydligt avtagande mönster, samt att det är en  $AR(p)$  process (11) (Yaffe. 2000). Tittar vi då längst ned t.v. i PACF (6) ges indikationer på att  $p$  är signifikant för lag 1,2 och 4. I PACF ser vi också att inget direkt stöd finns för någon  $MA(q)$  process (12). Om vi utför ett Augmented Dicky-Fuller test (ADF) visar det sig att stöd finns för att processen är stationär då testet förkastas (Baltagi. 2008), se appendix för särskilda utskrifter.

För att verifiera att tidserien är stationär låter vi göra en differensering enligt metod (7).



Figur 9: Stockholms temperaturserie, 1756-2010, årsmedelvärden, med en differans.

I figur 9 längst ned t.h. i den inversa autokorrelationsfunktionen (IACF), visas ett kraftigt avtagande mönster, som är ett tecken på att tidserien är överdifferensierad (Chang. 1993). Åtgärd att differensiera tidsserien för stationaritet är onödig. Vi använder därför inte den differensierade serien. När vi känner till dessa förutsättningar påbörjar vi estimeringen.

### Estimering av kategori I

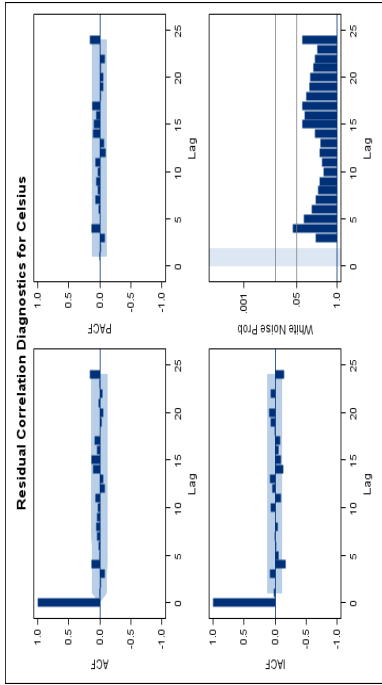
Det visar sig att följande modeller är intressanta.

- Modell 1 - AR(2);
- Modell 2 - AR(4),  $p=1,2$  och 4;

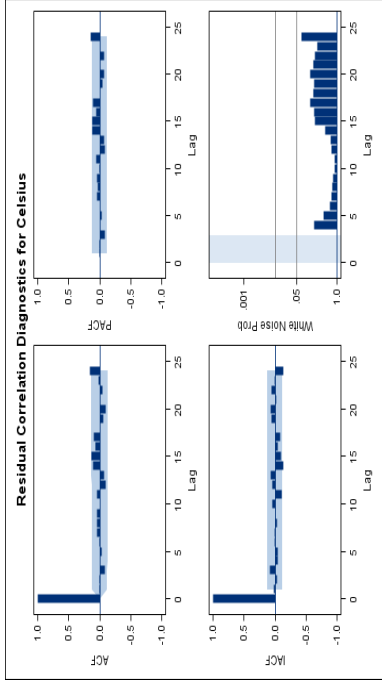
Enligt estimeringen för båda modeller är alla  $AR(p)$ - och driftkoefficienten signifikanta, se appendix för särskilda utskrifter.

### Diagnostik av kategori I

För att vi skall kunna bilda oss en uppfattning om modellernas förutsättningar, betraktar vi följande utskrifter.



Figur 10: Beskrivande statistik för modell 1



Figur 11: Beskrivande statistik för modell 2



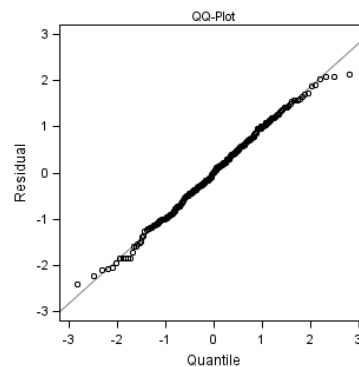
### Modell 1 – AR(2).

Enligt figur 10 ser vi högst upp t.v. och t.h. att modellen är stabil, då alla staplar befinner sig på rätt sida av konfidensintervall, som föreligger i graferna. Men enligt grafen längst ned t.h, som svarar för ett Ljung-Box test för autokorrelation i residualerna, ser vi att tveksamhet föreligger i lag 4. Modellens residualer är för övrigt vitt brus (9).

För att vidare undersöka om residualerna är vitt brus tittar vi på en QQ-plott för normalfördelad passform.

Enligt figur 12 ser vi att modellens residualer ser ut att följa den diagonala linjen, vilket stödjer normalitet. Vid svansarna förekommer däremot ett avvikande mönster, men inte i oroväckande utsträckning.

För att slutligen se att det inte föreligger signifikant korrelation mellan AR parametrarna och driften använder vi korrelationsmatrisen för detta, se appendix särskilda utskrifter. Enligt utskriften föreligger ingen signifikant korrelation mellan vare sig driften och AR(1), driften och AR(2) eller AR(1) och AR(2), eftersom korrelationen inte är större än  $|0.9|$ .



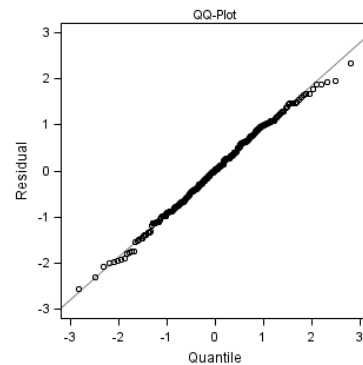
Figur 12: Beskrivande statistik för modell 1.

### Modell 2 – AR(4).

I figur 11 ser vi högst upp t.v. och t.h. att modellen är stabil. Enligt grafen längst ned t.h. föreligger, tillskillnad från modell 1, ingen tveksamhet vad gäller modellens residualer, se appendix för utskrifter. Enligt figur 13 ser vi i QQ-plotten att modellens residualer följer den diagonala linjen, vilket stödjer normalitet. Svansarna har likartat mönster så som i modell 1.

Enligt utskriften, för korrelationsmatrisen för AR parametrarna och driften, föreligger ingen signifikant korrelation.

När det gäller vilken av modellerna 1 och 2 som är bäst anpassad för tidserien förefaller modell 2 bäst då standardavvikelsen och Akaike informationskriteriet (AIC) är lägre än i modell 1, se appendix för särskilda utskrifter.

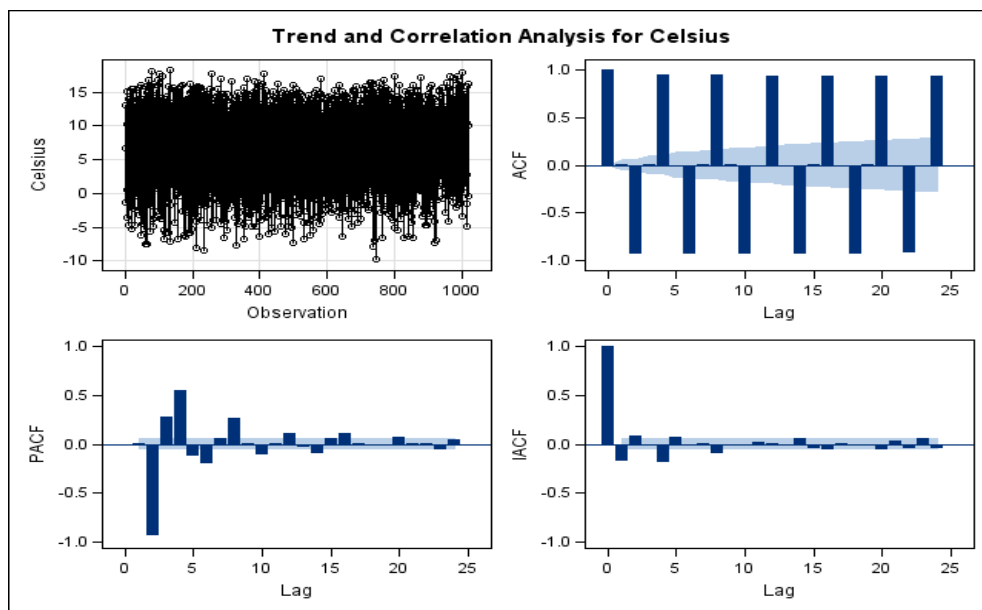


Figur 13: Beskrivande statistik för modell 2.

### 6.3 Box-Jenkins metod för Kategori II

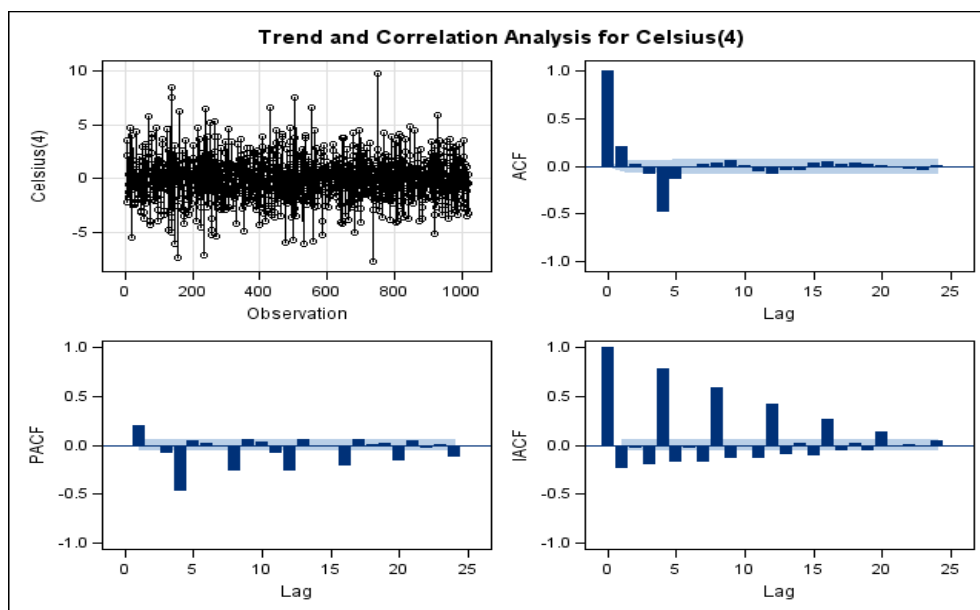
Om vi använder samma terminologi som i kategori I, kan vi börja med att bilda oss en uppfattning genom identifieringsmomentet.

#### Identifiering för kategori II



Figur 14: Stockholms temperaturserie, 1756-2010, kvartalsmedelvärden.

Högst upp t.h. i figur 14 ser vi ACF som tyder på att processen inte är stationär, då ett starkt icke avtagande mönster förekommer vid var fjärde lag. Därför utför vi en säsongsdifferensiering (8).



Figur 15: Stockholms temperaturserie, 1756-2010, kvartalsmedelvärden.

När detta väl är gjort ser vi i figur 15, tolkat från ACF, att tidserien är stationär. Men det finns ett säsongsbetonat mönster i IACF. Det tyder på att en  $MA(q)$  komponent är nödvändig i säsongsdelen (Keith. 1994). I figur 15 ser vi att signifikant information finns både i ACF och PACF. Detta tyder på att en ARMA modell (13) ska övervägas. För att ytterligare stödja att tidserien är stationär, i både den ordinära och säsongsbetonade delen, utför vi dels ADF och ett Seasonal Augmented Dicky-Fuller, SADF, se appendix för särskilda utskrifter. Testerna visar då att tidserien är stationär både i den ordinära och den säsongsbetonade delen.

### Estimering för kategori II

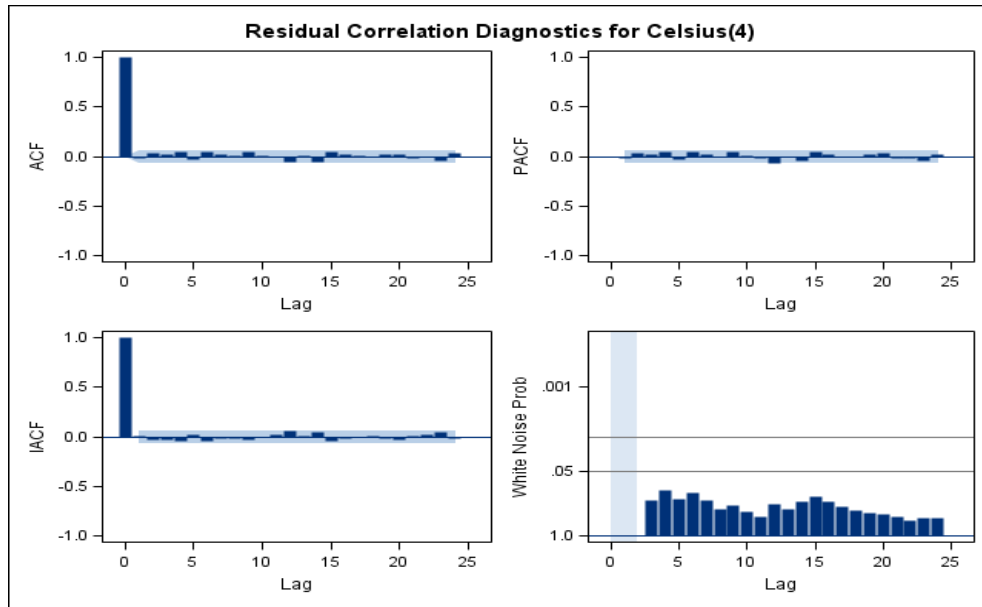
Vi anser att följande modell är intressant

$$\text{Modell - SARIMA}(1, 0, 0)(0, 1, 1)_4.$$

Enligt estimeringen visar det sig att driftkoefficienten inte hjälper till att skatta modellen. Driftkoefficienten utesluts därför från modellen. För övrigt är MA- och AR-koefficienterna signifikanta, se appendix för särskilda utskrifter.

## Diagnostik för kategori II

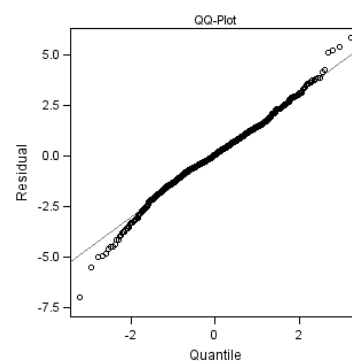
Följande utskrift för modellen ger oss en uppfattning.



Figur 16: Beskrivande statistik för modellen.

Vi ser nu att modellen är stabil då ACF, PACF och IACF ter sig nöjaktiga. Enligt vita brusgrafen längst ned t.h. visas ingen signifikant autokorrelation. Se appendix för utförligare Ljung-Box test resultat. För att vidare undersöka om residualerna är vitt brus tittar vi på residualgrafen för normalfördelad passform.

I figur 17 ser vi att modellens residualer ser ut att följa den diagonala linjen, vilket stödjer normalitet. Svansarna däremot avviker men inte oroväckande mycket. För att slutligen se om det föreligger signifikant korrelation mellan AR och MA parametrarna, tittar vi på korrelationsmatrisen, se appendix för särskilda utskrifter. Enligt utskriften föreligger ingen signifikant korrelation mellan AR(1) och MA(1). Vidare återges standardavvikelsen och AIC i appendix.

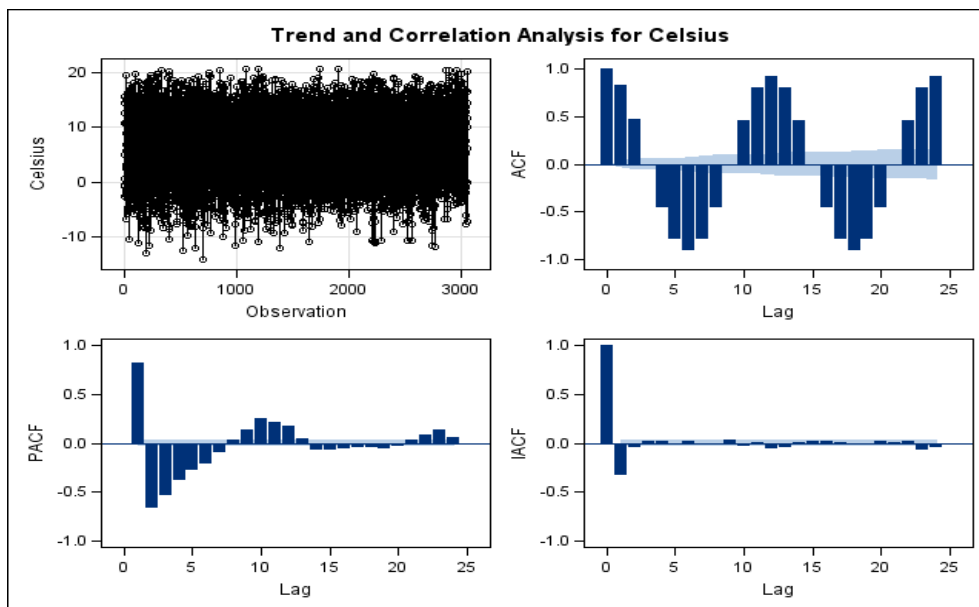


Figur 17: Beskrivande statistik för modellen.

## 6.4 Box-Jenkins metod för Kategori III

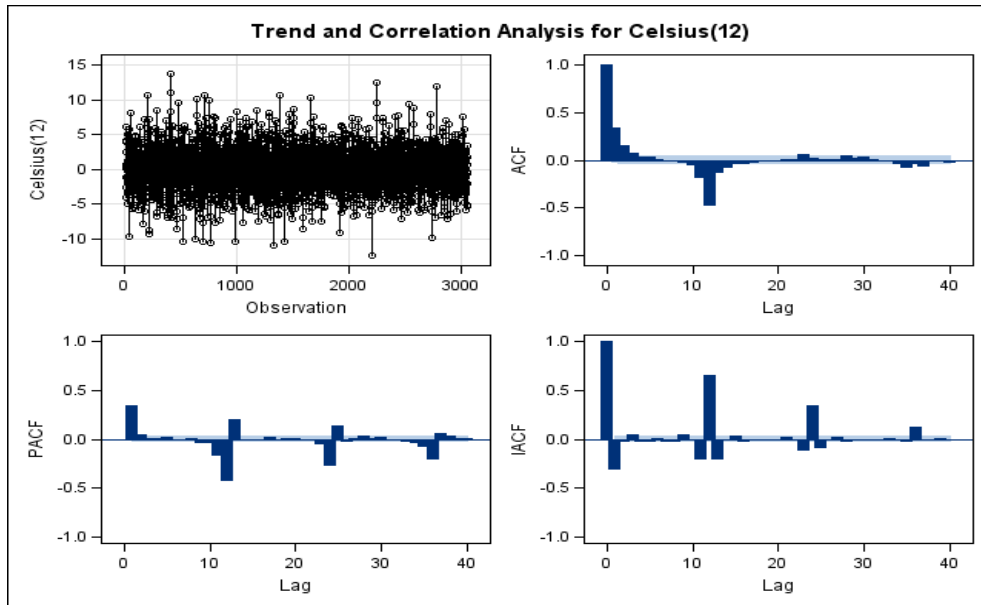
Vi använder återigen samma terminologi och bildar oss en uppfattning genom identifieringsmomentet. identifieringen.

### Identifiering för kategori III



Figur 18: Stockholms temperaturserie, 1756-2010, månadsmedelvärden.

Högst upp t.h. i figur 18 ser vi ACF som tyder på att processen inte är stationär, då ett starkt säsongsbetonat mönster förekommer vid var 12:e lag. Vi utför därför en säsongsdifferensiering, vilket resulterar i följande illustration.



Figur 19: Stockholms temperaturserie, 1756-2010, månadsmedelvärden, med säsongsdifferensiering.

Nu är tidserien stationär, tolkat utifrån ACF, då det inte finns något tydligt avtagande mönster. Men det finns ett säsongsbetonat mönster i IACF, liksom kategori II, men vid var 12:e lag. Det tyder på att en  $MA(q)$  komponent är nödvändig i säsongsdelen (Keith. 1994). I figur 19 ser vi att signifikant information finns både i ACF och PACF, vilket tyder på att en ARMA-modell skall övervägas. För att ytterligare stödja att tidserien är stationär, både i den ordinära och säsongsbetonade delen, utförs dels ett ADF och dels ett SADF, se appendix för särskilda utskrift. Testerna visar att tidserien är stationär både i den ordinära och säsongsbetonade delen.

### Estimering för kategori III

Det visar sig att följande modeller är intressanta.

Modell 1 - SARIMA(1,0,2)(0,1,1)<sub>12</sub>,  $q = 2$ ,  $e_j q = 1$ ;

Modell 2 - SARIMA(2,0,0)(0,1,1)<sub>12</sub>;

Modell 3 - SARIMA(1,0,0)(1,1,1)<sub>12</sub>.

Enligt estimeringen hjälper driften inte till att skatta modell 3 eftersom den inte är signifikant, se appendix för särskilda utskrift. Driften för modell 3 exkluderas därför. Driften är signifikant för modell 1 och 2. Övriga koefficienter är signifikanta.

### Diagnostik för kategori III

Figur 22, 23 och 24, på sida 28, ger oss en uppfattning om modellerna.

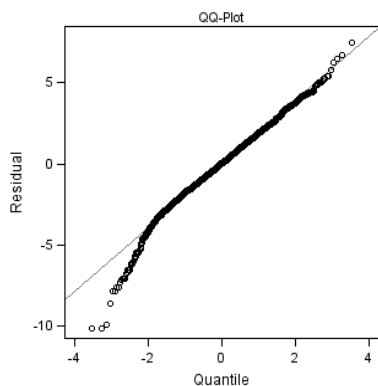
#### Modell 1 - SARIMA(1, 0, 2)(0, 1, 1)<sub>12</sub>.

Enligt figur 22 ser vi högst upp t.v. och t.h. att modellen är stabil. Men enligt grafen längst ned t.h. som visar ett Ljung-Box test för autokorrelation i residualerna, ser vi att tydlig tveksamhet föreligger för flera lag. Detta understyks även av ett Ljung-Box test, se appendix för särskilda utskrifter. Modellen kommer därför inte att användas i fortsättningen.

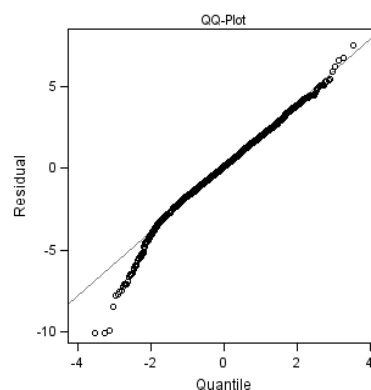
#### Modell 2 - SARIMA(2, 0, 0)(0, 1, 1)<sub>12</sub>.

I figur 23 ser vi högst upp t.v. och t.h. att modellen har tagit vara på den information som vi har identifierat. Detta styrks även av vita brusgrafen längst ned t.h. och utskrifter för Ljung-Box test. Däremot förefaller ett lag icke signifikant. Detta bör tas hänsyn till, se appendix för särskilda utskrifter.

För att vidare undersöka om residualerna är vitt brus studerar vi QQ-plotten för normalfördelad passform.



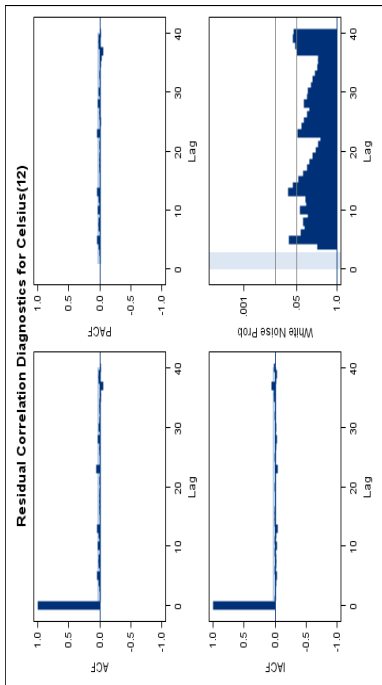
Figur 20: Beskrivande statistika för modell 2.



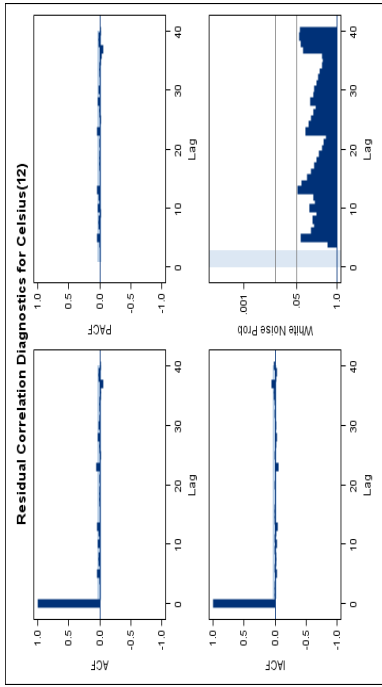
Figur 21: Beskrivande statistika för modell 3.

Enligt figur 20 ser vi att modellens residualer följer den diagonala linjen dåligt för de lägsta kvantilerna, vilket resulterar i att det är svårt att argumentera för normalitet. QQ-plotten visar att det finns fler kalla månader än förväntat.

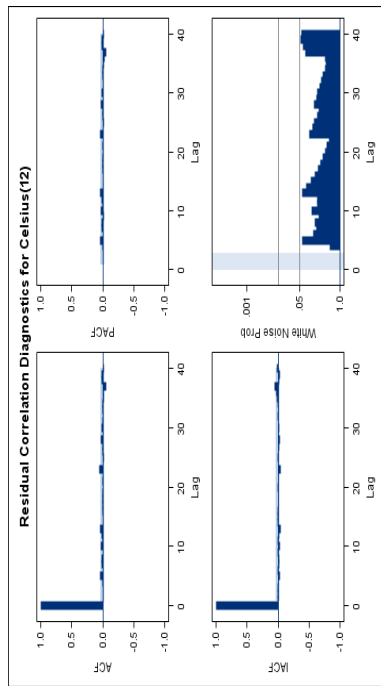
För att slutligen se om det föreligger hög korrelation mellan AR parametrarna och driften, tittar vi återigen på korrelationsmatrisen, se appendix för särskilda utskrifter. Enligt utskriften föreligger ingen signifikant korrelation mellan några kombinationer.



Figur 22: Beskrivande statistik för modell 1.



Figur 23: Beskrivande statistik för modell 2.



Figur 24: Beskrivande statistik för modell 3.



### Modell 3 - SARIMA(1, 0, 0)(1, 1, 1)<sub>12</sub>.

I figur 23 ser vi högst upp t.v. och t.h. att modellen har tagit tillvara på den information som vi har identifierat. Detta styrks även av vita brusgrafen längst ned t.h.. Men i utskriften för Ljung-Box test, förefaller två lag som inte är signifikanta, se appendix för särskilda utskrifter.

För att vidare undersöka om residualerna är vitt brus tittar vi på QQ-plotten för normalfördelad passform. I figur 21 ser vi att modellens residualer följer samma mönster som för modell 2.

Ingen signifikant korrelation förekommer mellan parametrarna och driften, se appendix för särskilda utskrifter.

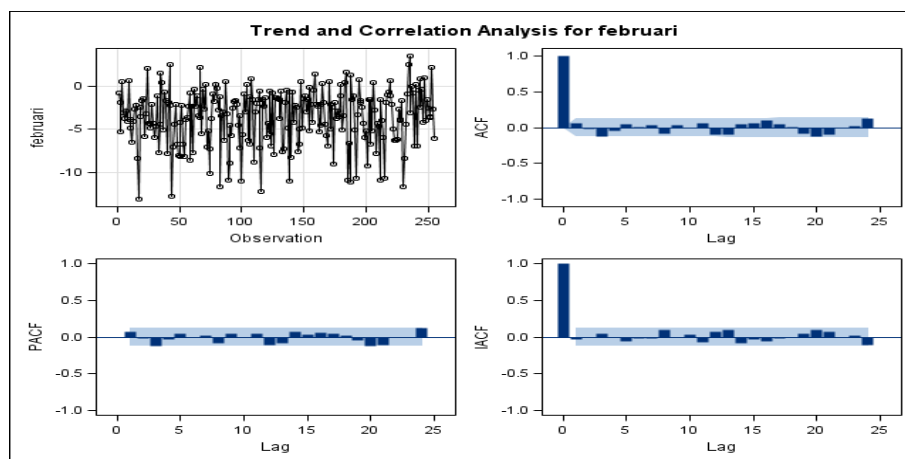
När det gäller vilken av modellerna 2 och 3 som är bäst anpassad för tidserien förefaller modell 2 bäst, då standardavvikelsen och AIC är lägre än i modell 3. Men med tanke på hur residualerna för modellen ter sig är vi tveksamma till användbarheten.

## 6.5 Box-Jenkins metod för Kategori III, februari

Som exempel på mönster i de olika månaderna modellerar vi för februari.

### Identifiering för kategori III februari.

Vi gör en utskrift för identifiering.



Figur 25: Stockholms temperaturserie, 1756-2010, månadsmedelvärden för februari.

Utskriften visar att tidserien är stationär och att ingen signifikant information finns att tillgå för AR eller MA komponenter. För att ytterligare belägga detta resultatet utför vi ett Ljung-Box test.

Autocorrelation Check for White Noise									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	6.36	6	0.3842	0.066	-0.020	-0.125	-0.046	0.042	0.01
12	12.47	12	0.4090	0.034	-0.090	0.029	-0.000	0.057	-0.05
18	19.91	18	0.3380	-0.100	0.047	0.058	0.099	0.041	0.01
24	33.17	24	0.1006	-0.079	-0.122	-0.098	-0.004	0.017	0.12

Figur 26: Beskrivande statistik för kategori III februari

Figur 26 ger samma resultat, tolkat utifrån p-värden där man inte kan förkasta att det inte förekommer någon autokorrelation. Vi kan därför inte modellera med Box-Jenkins metod.

## 6.6 Resultat av modellering

- Modelleringen har visat särskilt intressanta mönster för månadsmedelvärden.
- Identifierat signifikant statistik och signaler.
- Har givit en grund för vidare studier.

## 7 Slutsatser, diskussion och framtida studier

Sammanfattningsvis vill vi lyfta fram att det finns flera olika sätt att homogenisera temperaturserier. Ett omfattande samarbete sker nu internationellt för att främja vetenskapen om homogenisering och få fram en standard, som ska underlätta arbetet. Det kan leda till att arbetet blir effektivare, forskningen utvecklas och resultaten blir lättare att jämföra mellan olika länder och regioner.

Att det historiskt finns fler kalla medelvärdstemperaturer än förväntat i månadsmedelvärdena för Stockholm under åren 1756-2010 betraktar vi som ett särskilt intressant rön i studien. Det är också särskilt intressant att det under tidsperioden inte skett några förändringar i månadsmedelvärden under perioderna februari och juni – september. Den absolut viktigaste frågan som framträder under studien är orsaken till att det finns flera kalla månadsmedelvärden än förväntat. Ett antal frågeställningar och ämnen för möjliga kommande studier framträder. Några av dessa är:

- Vad kan det bero på?
- Hur söker vi kunskap om detta?
- Har det med homogeniseringen att göra?

Vi vill föreslå en studie där man identifierar de specifika månader som har ett avvikande mönster och i nästa steg hitta en förklaring.

## 8 Referenser

### Litteratur och artiklar

Alexandersson H. 1986. A homogeneity test applied to precipitation data. *Journal of Climatology*, **6**: 661–675.

Alexandersson H och Moberg A. 1997. Homogenization of Swedish temperature data. Part I: homogeneity test for linear trends. *International Journal of Climatology* **17**: 25–34.

Baltagi B.H.. 2008. *Econometrics* Springer: 361.

Box G. E. P. och Jenkins G. M. 1976. *Series Analysis : Forecasting and Control* 2nd ed. San Francisco: Holden-Day.

Chang M.C. och D. A. Dickey. 1993. Recognizing Overdifferenced Time Series. *Journal of Time Series Analysis* **15**:1–8.

Chatfield C. 2001. *Time-series forecasting*, CRC: 85.

Conrad V. och Pollak L.D.. 1962. *Methods in Climatology*, Harvard University Press: 459.

Domonkos P. 2011. Adapted Caussinus-Mestre Algorithm for Networks of Temperature Series (ACMANT), *International Journal of Geosciences* **2**: 293-309.

Keith W. Hipel A. och Ian McLeod. 1994. *Time series modelling of water resources and environmental systems*: 431.

Ljung G.M. och Box G.E.P. 1978. On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models, *Biometrika* **65**: 297–303.

Moberg A. och Alexandersson H. 1997. Homogenization of Swedish temperature data. Part II: Homogenized gridded air temperature compared with a subset of global gridded air temperature since 1861. *International Journal of Climatology* **17**: 35-54.

Moberg A. Alexandersson H. Bergström H. och Jones PD. 2003. Were Southern Swedish summer temperatures before 1860 as warm as measured?, *International Journal of Climatology* **23**: 1495-1521.

Moberg A. och Bergström H. 1997. Homogenization of Swedish temperature data. Part III: The long temperature records from Uppsala and Stockholm. *International Journal of Climatology* **17**: 667-700.

Moberg A. Bergström H. Ruiz Krigsman J. Svanered O. 2002. Daily air temperature and pressure series for Stockholm (1756-1998), *Climatic Change* **53**: 171-212.

Schwert G.W. *Journal of business Economic Statistics*, april 1989 vol **7** no **2**: 147.

Szentimrey T. 1999. Multiple Analysis of Series for Homogenization (MASH), Proceedings of the Second Seminar for Homogenization of Surface Climatological Data, Budapest, Hungary, WMO, *WCDMP-No* **41**: 27-46.

Yaffee R.A. 2000. " *Time Series Analysis and Forecasting with Applications of SAS and SPSS*

## **Internet**

[COST-ES0601 monotoring progress report 03/05/2007-01/06/2011](http://w3.cost.eu/fileadmin/domainfiles/ESSEM/ActionES0601/progressreport/progressreport-ES0601.pdf),  
<http://w3.cost.eu/fileadmin/domainfiles/ESSEM/ActionES0601/progressreport/progressreport-ES0601.pdf> [2011-12-28].

([Manuscript 2011](http://www2.meteo.uni-bonn.de/mitarbeiter/venema/articles/2011/2011costhomehomogenizationbenchmark.pdf)), <http://www2.meteo.uni-bonn.de/mitarbeiter/venema/articles/2011/2011costhomehomogenizationbenchmark.pdf> [2011-12-28]

## A Appendix

### Kapitel 5

Tabell 4: Trendkoefficienternas p-värden för Kategori I

Tidsintervall	1756-2010	1756-1900	1900-2010	1756-1859
P-värden <sup>1</sup>	<b>0.001</b>	0.2850	<b>0.0005</b>	0.6066

Tabell 5: Trendkoefficienternas p-värden för Kategori II

	Tidsintervall		
Kvartal och p-värde <sup>1</sup>	1756-2010	1756-1900	1900-2010
1	<b>0.0005</b>	0.3975	0.2546
2	<b>0.0108</b>	<b>0.0088</b>	<b>0.0001</b>
3	0.9713	<b>0.0028</b>	<b>0.0027</b>
4	<b>0.0001</b>	0.6231	0.0662

Tabell 6: Trendkoefficienternas p-värden för Kategori III

	Tidsintervall		
Månad och p-värde <sup>1</sup>	1756-2010	1756-1900	1900-2010
Januari	<b>0.0004</b>	<b>0.0312</b>	0.4901
Februari	0.2825	0.8087	0.6460
Mars	<b>0.0002</b>	0.8860	0.0806
April	<b>0.0049</b>	<b>0.0474</b>	<b>0.0003</b>
Maj	<b>0.0118</b>	0.1067	<b>0.0008</b>
Juni	0.8090	0.0677	<b>0.0179</b>
Juli	0.9078	<b>0.0311</b>	0.1539
Augusti	0.9414	<b>0.0081</b>	<b>0.0020</b>
September	0.8879	0.0701	<b>0.0108</b>
Oktober	<b>0.0206</b>	0.6327	0.0769
November	<b>0.0005</b>	0.0841	0.0633
December	<b>0.0001</b>	0.1753	0.5816

<sup>1</sup>P-värdet är baserat på ett tvåsidigt t-test

## Kapitel 6

Den statistiska signifikansen är satt till 5 procent.

### Kategori I

Dickey-Fuller Unit Root Tests

Type	Lags	Rho	Pr ( Rho )	Tau	Pr ( Tau )	F	Pr ( F )
Zero Mean	0	-5.3881	0.1095	-1.64	0.0963		
Single Mean	0	-195.886	0.0001	-12.57	<.0001	78.99	0.0010
Trend	0	-211.722	0.0001	-13.37	<.0001	83.48	0.0010

Figur 27: Augmented Dicky-Fuller test. Beslut taget från Single Mean.

### Modell 1

Maximum Likelihood Estimation

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr >  t	Lag
MU	5.76758	0.09270	62.22	<.0001	0
AR1,1	0.18992	0.06203	3.06	0.0022	1
AR1,2	0.17495	0.06226	2.81	0.0050	2

Figur 28: MLE, samt test för skattning.

Autocorrelation Check of Residuals

To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----				
6	6.74	4	0.1594	0.007	-0.018	-0.076	0.138	0.005
12	12.15	10	0.2752	0.044	0.055	0.048	0.027	0.077
18	23.42	16	0.1023	-0.057	0.105	0.132	0.043	0.084
24	32.08	22	0.0760	-0.033	-0.057	0.015	-0.046	0.008
30	25.39	28	0.1588	0.063	-0.016	-0.021	0.078	0.024
36	40.36	34	0.1915	0.022	0.094	0.035	-0.078	0.042
42	46.31	40	0.2280	-0.084	0.042	0.043	0.036	0.006
48	48.84	46	0.3537	0.039	0.003	0.025	-0.004	0.051

Figur 29: Ljung-Box test.

Correlations of Parameter Estimates

Parameter	MU	AR1,1	AR1,2
MU	1.000	-0.002	0.003
AR1,1	-0.002	1.000	-0.235
AR1,2	0.003	-0.235	1.000

Figur 30: Korrelationsmatris för parametrar.

Constant Estimate	3.663167
Variance Estimate	0.89023
Std Error Estimate	0.94352
AIC	697.1074
SBC	707.7311
Number of Residuals	255

Figur 31: Mått på precision.

### Modell 2

Maximum Likelihood Estimation

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr >  t	Lag
MU	5.76997	0.11284	51.36	<.0001	0
AR1,1	0.18999	0.06134	3.10	0.0020	1
AR1,2	0.14258	0.06308	2.26	0.0238	2
AR1,3	0.15090	0.06230	2.42	0.0154	4

Figur 32: MLE, samt test för skattning.

Autocorrelation Check of Residuals

To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	1.39	3	0.5752	0.011	0.010	-0.000	-0.009	-0.030	0.002
12	6.80	9	0.8579	0.042	0.044	0.051	0.000	0.051	-0.035
18	19.97	15	0.1729	-0.071	0.107	0.131	0.072	0.036	-0.010
24	31.88	21	0.0723	-0.053	-0.036	-0.068	-0.045	0.017	0.155
30	32.55	27	0.1987	0.058	-0.007	-0.027	0.048	0.011	0.001
36	37.78	33	0.2539	0.018	0.077	0.029	-0.031	0.031	-0.005
42	44.34	39	0.2586	-0.008	0.068	0.035	0.038	0.004	-0.078
48	46.18	45	0.4232	0.026	-0.022	0.031	0.003	0.044	0.042

Figur 33: Ljung-Box test.

## Modell 2

Correlations of Parameter Estimates

Parameter	MU	ARI,1	ARI,2	ARI,3
MU	1.000	0.004	0.003	0.022
ARI,1	0.004	1.000	-0.231	0.003
ARI,2	0.003	-0.231	1.000	-0.216
ARI,3	0.022	0.003	-0.216	1.000

Figur 34: Korrelationsmatris för parametrar.

Constant Estimate	2.980374
Variance Estimate	0.872898
Std Error Estimate	0.93429
AIC	693.1794
SBC	707.3444
Number of Residuals	255

Figur 35: Mått på precision.

## Kategori II

Dickey-Fuller Unit Root Tests

Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
Zero Mean	0	-591.785	0.0001	-29.41	<.0001		
Single Mean	0	-1008.01	0.0001	-31.55	<.0001	497.78	0.0010
Trend	0	-1009.73	0.0001	-31.59	<.0001	498.85	0.0010

Figur 36: Augmented Dicky-Fuller test.

Seasonal Dickey-Fuller Unit Root Tests

Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau
Zero Mean	0	-27.1409	0.0004	-3.63	0.0003
Single Mean	0	-46.4851	0.0011	-4.79	<.0001

Figur 37: Augmented Dicky-Fuller test för säsong.

## Modell 1

Maximum Likelihood Estimation

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr >  t	Lag
MU	0.0041174	0.0024235	1.70	0.0893	0
MA1,1	0.96511	0.0095932	100.60	<.0001	4
ARI,1	0.20962	0.03063	6.84	<.0001	1

Figur 38: MLE, samt test för skattning.

Maximum Likelihood Estimation

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr >  t	Lag
MA1,1	0.95980	0.01018	94.24	<.0001	4
ARI,1	0.21193	0.03062	6.92	<.0001	1

Figur 39: MLE, samt test för skattning utan intercept.

To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	7.64	4	0.1059	-0.010	0.039	0.010	0.052	-0.022	0.049
12	13.63	10	0.1966	0.021	0.008	0.044	0.012	-0.008	-0.056
18	18.85	16	0.2768	0.007	-0.049	0.047	0.017	0.004	-0.008
24	23.17	22	0.3321	0.023	0.028	-0.014	-0.009	-0.033	0.033
30	27.34	28	0.5009	-0.022	0.023	-0.028	0.004	0.013	0.035
36	29.54	34	0.6860	0.015	-0.032	-0.018	-0.006	0.021	-0.010
42	35.48	40	0.8726	0.024	-0.068	0.005	0.001	0.011	-0.017
48	37.54	46	0.8005	-0.010	0.002	-0.006	0.028	-0.007	-0.021

Figur 40: Ljung-Box test.

Correlations of Parameter Estimates

Parameter	MA1,1	ARI,1
MA1,1	1.000	0.056
ARI,1	0.056	1.000

Figur 41: Korrelationsmatris för parametrar.



Variance Estimate	2.34566
Std Error Estimate	1.531555
AIC	3761.695
SBC	3771.542
Number of Residuals	1016

Figur 42: Mått på precision.

### Kategori III

Dickey-Fuller Unit Root Tests

Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau	F	Pr > F
Zero Mean	0	-339.794	0.0001	-13.40	<.0001		
Single Mean	0	-532.111	0.0001	-17.05	<.0001	145.35	0.0010
Trend	0	-532.694	0.0001	-17.05	<.0001	145.44	0.0010

Figur 43: Augmented Dicky-Fuller test.

Seasonal Dickey-Fuller Unit Root Tests

Type	Lags	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau
Zero Mean	0	-137.558	0.0001	-8.29	<.0001
Single Mean	0	-216.201	0.0001	-10.48	<.0001

Figur 44: Augmented Dicky-Fuller test för säsong.

### Modell 1

Maximum Likelihood Estimation

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr >  t	Lag
MU	0.0037982	0.0014775	2.57	0.0102	0
MA1,1	-0.03793	0.01907	-1.99	0.0467	2
MA2,1	0.97932	0.0046364	211.95	<.0001	12
AR1,1	0.35471	0.01704	19.88	<.0001	1

Figur 45: MLE, samt test för skattning.

Autocorrelation Check of Residuals

To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----									
6	7.13	3	0.0678	-0.003	0.000	0.011	0.018	0.043	-0.000				
12	14.31	3	0.0035	0.018	0.025	-0.010	0.022	0.002	0.002	0.022			
18	21.24	15	0.1393	0.042	-0.003	-0.000	0.002	0.005	0.012				
24	31.19	21	0.0705	0.010	0.000	0.010	0.000	0.055	-0.001				
30	38.04	27	0.1145	-0.011	0.000	0.010	0.022	-0.003	0.015				
36	38.33	33	0.2404	-0.005	-0.000	0.010	0.003	-0.012	-0.019				
42	57.46	39	0.0286	-0.058	0.025	0.025	-0.018	-0.009	-0.035				
48	70.11	45	0.0097	-0.000	-0.000	0.019	0.040	0.038	-0.027				

Figur 46: Ljung-Box test.

Correlations of Parameter Estimates

Parameter	MU	MA1,1	MA2,1	AR1,1
MU	1.000	0.007	-0.199	-0.009
MA1,1	0.007	1.000	-0.030	0.325
MA2,1	-0.199	-0.030	1.000	0.033
AR1,1	-0.009	0.325	0.033	1.000

Figur 47: Korrelationsmatris för parametrar.

Constant Estimate	0.002451
Variance Estimate	3.850238
Std Error Estimate	1.962202
AIC	12801.81
SBC	12825.9
Number of Residuals	3048

Figur 48: Mått på precision.

## Modell 2

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr >  t	Lag
MU	0.0037931	0.0015174	2.50	0.0124	0
MA1,1	0.98004	0.0046353	211.43	<.0001	12
AR1,1	0.35121	0.01802	19.49	<.0001	1
AR1,2	0.04322	0.01802	2.40	0.0164	2

Figur 49: MLE, samt test för skattning.

### Correlations of Parameter Estimates

Parameter	MU	MA1,1	AR1,1	AR1,2
MU	1.000	-0.197	-0.007	-0.008
MA1,1	-0.197	1.000	0.032	0.027
AR1,1	-0.007	0.032	1.000	-0.365
AR1,2	-0.008	0.027	-0.365	1.000

Figur 51: Korrelationsmatris för parametrar.

## Modell 3

### Maximum Likelihood Estimation

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr >  t	Lag
MA1,1	0.97586	0.0049204	198.33	<.0001	12
AR1,1	0.45116	0.03063	14.73	<.0001	1
AR2,1	-0.03885	0.03409	-2.30	0.0037	1

Figur 53: MLE, samt test för skattning utan intercept.

### Correlations of Parameter Estimates

Parameter	MA1,1	AR1,1	AR2,1
MA1,1	1.000	0.064	-0.035
AR1,1	0.064	1.000	-0.850
AR2,1	-0.035	-0.850	1.000

Figur 55: Korrelationsmatris för parametrar.

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	5.48	3	0.1400	-0.000	-0.004	-0.004	0.011	0.040	-0.002
12	12.77	9	0.1732	0.016	0.023	-0.011	0.031	0.002	0.022
18	18.96	15	0.2156	0.042	-0.010	-0.001	0.001	0.006	0.012
24	28.74	21	0.1203	0.009	-0.000	0.009	0.000	0.055	-0.002
30	33.53	27	0.1800	-0.012	0.007	0.009	0.032	-0.002	0.015
36	35.54	33	0.3324	0.004	-0.009	0.010	0.003	-0.013	-0.020
42	55.40	39	0.0428	-0.058	0.025	0.026	-0.017	-0.009	-0.036

Figur 50: Ljung-Box test.

Constant Estimate	<b>0.002297</b>
Variance Estimate	<b>3.848032</b>
Std Error Estimate	<b>1.96164</b>
AIC	<b>12800.13</b>
SBC	<b>12824.22</b>
Number of Residuals	<b>3048</b>

Figur 52: Mått på precision.

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	5.33	3	0.1149	-0.001	-0.005	-0.003	0.012	0.042	0.000
12	13.52	9	0.1495	0.010	0.025	-0.010	0.032	0.003	0.020
18	20.15	15	0.1682	0.043	-0.009	-0.000	0.003	0.007	0.014
24	30.51	21	0.0823	0.011	0.001	0.011	0.001	0.056	-0.002
30	35.86	27	0.1184	-0.011	0.000	0.011	0.004	-0.001	0.012
36	38.47	33	0.2358	0.006	-0.007	0.012	0.004	-0.012	-0.022
42	57.44	39	0.0287	-0.057	0.027	0.027	-0.015	-0.008	-0.034
48	71.25	45	0.0076	0.000	0.001	0.022	0.041	0.033	-0.029

Figur 54: Ljung-Box test.

Variance Estimate	<b>3.856772</b>
Std Error Estimate	<b>1.963867</b>
AIC	<b>12803.79</b>
SBC	<b>12821.86</b>
Number of Residuals	<b>3048</b>

Figur 56: Mått på precision.