

Hypotesprövning fortsättning

Om man vill strikta upp resonemanget med konfidsensintervall kan man börja formulera hypoteser. Allmänt formulerar man dessa som nollhypotes och mothypotes (alternativ).

Skrivsättet brukar vara

Ex 1.

H_0 : pH i sjön är 7

H_a : pH i sjön är inte 7

Sedan beror hypoteserna givetvis på vad som undersöks.

Ex 2.

H_0 : Oavgjort i valet

H_a : Jasidan vinner valet

Om vi jämför dessa två hypoteser ser vi att det är skillnad på mothypoteserna i Ex 1 och Ex 2.

Man säger att mothypotesen i Ex 1 är tvåsidig och mothypotesen i Ex 2 är ensidig.

Om vi använder oss av CGS och normalfördelningen samt konfidsensintervall när vi testar så är det mothypotesen som bestämmer hur konfidsensintervallet ska se ut.

- 1 -

Formulera en ensidig mothypotes som testar påståendet att guldtackorna väger 20 kg eller mer.

H_0 : guldtackorna väger 20 kg i genomsnitt

H_a : guldtackorna väger 20 kg eller mer

Konstruera ett 99% ensidigt konfidsensintervall som testar ovanstående hypotes

Om vi gör ett ensidigt konfidsensintervall är frågan vilken gräns som vi ska bestämma.

Nu är den nedre gränsen den som är intressant eftersom om guldtackorna skulle väga för mycket i genomsnitt så är inte vi dom som blir ledsna ☺.

Ett ensidigt 99% konfidsensintervall betyder att vi ska leta upp värdet 2.33 i vår tabell för normalfördelningen eftersom då har vi 1% i en av svansarna i fördelningen.

Tolkningen av konfidsensintervallet är att med 99% sannolikhet täcker intervallet över populationens sanna medelvärde och med 1% chans missar vi det.

- 3 -

För den tvåsidiga mothypotesen blir konfidsensintervallet som tidigare, dvs

(nedre gräns, övre gräns)

men för den ensidiga mothypotesen får vi antingen

$(-\infty, \text{övre gräns})$

eller så

(nedre gräns, $+\infty$)

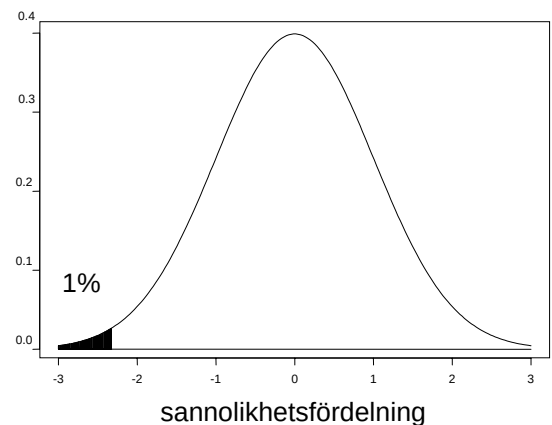
Det är bara en gräns som bestäms eller som är viktig för undersökningen.

Lite klurigt är det allt att bestämma ensidiga konfidsensintervall.

Ex. Antag att du ska köpa in guld från Boliden. Som köpare är du intresserad av att gullet åtminstone väger den vikt som står på guldtackan. Antag att en guldtacka ska väga 20 kg. Om företaget nu garanterar att guldtackorna väger 20 kg eller mer vill du testa deras påstående. 25 slumpmässigt utvalda guldtackor har vägts och deras medelvikt och standardavvikelse finns registrerad.

$\bar{x} = 20015$ gram och $s_{\bar{x}} = 30$ gram.

- 2 -



Nu bestämmer vi den nedre gränsen som

$$20015 - 2.33 \cdot \frac{30}{\sqrt{25}} = 20015 - 13.98 = 20001 \text{ gram.}$$

Konfidsensintervallet för den genomsnittliga vikten blir då $(20001, +\infty)$

och vi förkastar nollhypotesen till förmån för alternativhypotesen.

Vi känner oss hyfsat säkra på att vikten verkligen är 20 kg eller mer i genomsnitt.

- 4 -

Rent allmänt då det gäller hypotesprövning så är det som man vill visa det som ska finnas i alternativhypotesen.

Ex

Under 64 vardagseftermiddagar hösten 1980 uppmättes blyhalten i luften ($\mu\text{g}/\text{mm}^3$) vid en mätstation nära San Diego Freeway i Los Angeles.

Följande mätvärden erhöles (storleksordnade):

3.9 4.2 4.9 5.0 5.0 5.1 5.2 5.3 5.4 5.9
5.9 6.0 6.0 6.0 6.1 6.1 6.2 6.3 6.4 6.4
6.4 6.4 6.5 6.5 6.8 6.8 6.8 6.9 7.0 7.1
7.1 7.2 7.2 7.2 7.3 7.3 7.6 7.6 7.7 7.8
7.9 8.0 8.0 8.1 8.1 8.3 8.3 8.4 8.5 8.5
8.6 8.6 8.7 9.0 9.2 9.3 9.5 9.7 9.9 10.1
10.1 10.6 10.9 11.2

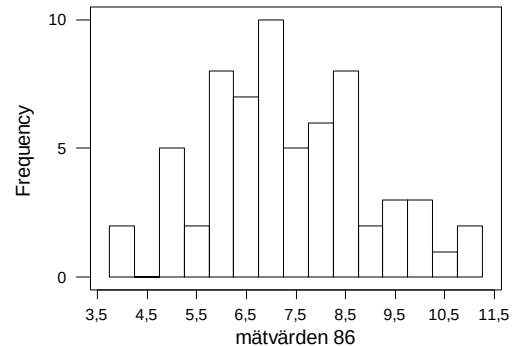
En uppföljning av denna undersökning gjordes hösten 1996 varvid blyhalten uppmättes under 49 vardagseftermiddagar.

Följande mätvärden erhöles:

3.3 3.5 3.8 4.5 4.6 4.8 4.8 4.9 5.1 5.2
5.4 5.6 5.6 5.7 5.9 5.9 6.1 6.3 6.4 6.5
6.5 6.6 6.7 6.7 6.8 6.8 6.8 6.9 7.0 7.0
7.1 7.2 7.4 7.4 7.6 7.8 7.8 8.0 8.1 8.3
8.5 8.6 8.8 8.8 9.0 9.1 9.2 9.3 9.6

Vi har lite olika funderingar kring dessa mätvärden. En fundering är tex vilket medelvärde och vilken standardavvikelse observationsserierna har.

Om vi börjar med att rita histogram för dessa



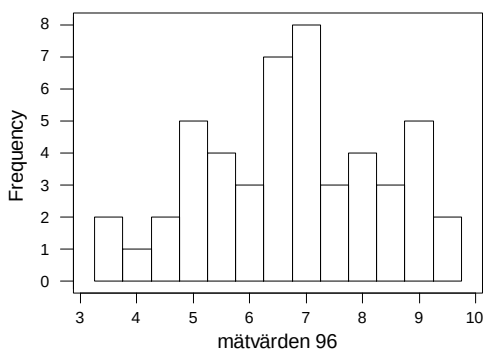
Beskrivande statistik är också användbart kommando, (describe)

Variable mätvärde	N 64	Mean 7,344	Median 7,200	StDev 1,648	SE Mean 0,206
Variable mätvärde	Minimum 3,900	Maximum 11,200	Q1 6,125	Q3 8,475	

- 5 -

- 6 -

Detsamma för 1996



Variable mätvärde	N 49	Mean 6,720	Median 6,800	StDev 1,588	SE Mean 0,227
Variable mätvärde	Minimum 3,300	Maximum 9,600	Q1 5,600	Q3 7,900	

$$H_0: \bar{X}_{86} = \bar{X}_{96}$$

$$H_a: \bar{X}_{86} > \bar{X}_{96}$$

Om vi inte antar lika varians så kan vi göra konfidsintervall, och om vi antar att vi ska göra ett 95%-igt konfidsintervall, blir det ensidigt. Hur nära 0 ligger vi, eller hur långt över 0 har vi gått?

Ett ensidigt 95%-igt konfidsintervall har $z=1.645$. Den nedre gränsen blir

$$(\bar{X}_{86} - \bar{X}_{96}) - z \cdot \sqrt{\frac{S_{86}^2}{n_{86}} + \frac{S_{96}^2}{n_{96}}}$$

$$(7.344 - 6.720) - 1.645 \cdot 0.306 =$$

$$0.624 - 0.503 = 0.121$$

Konfidsintervallet blir då $(0.121, +\infty)$

Dvs vi har en signifikant skillnad 1986 mot 1996. Vi kan påstå att vi har en signifikant nergång av blyhalter i luften under den här 10-års perioden.

En fundering som man nu givetvis har är om medelvärdet i populationen 1986 skiljer sig från populationsmedelvärdet 1996.

Låt oss formulera det här som hypoteser och testa det.

- 7 -

- 8 -

Fettinnehållet i ölkorvar av ett visst fabrikat ska kontrolleras. 8 stycken ölkorvar valdes slumpmässigt ut ur ett stort parti. Följande fetthalter i procent erhöles:

25, 21, 23, 17, 30, 21, 24, 16

Antag att dessa mätvärden är observationer på en normalfördelad slumpvariabel.

- Beräkna medelvärde $\bar{x}$ och standardavvikelse s till datamaterialet.
- Konstruera ett 90 %-igt konfidensintervall för det förväntade fettinnehållet i procent hos detta fabrikat av ölkorv.
- Om det finns ett krav på att korven högst får innehålla 25% fett i medeltal, kan vi påstå att att korven håller det kravet? Testa på 5% signifikansnivå.

- 9 -

I det här fallet blir alternativhypotesen ensidig och därför blir p-värdet ensidigt också.

Anledningen till att man använder sig av p-värde är att man inte behöver specificera signifikansnivå innan man analyserar försöket.

Om alternativhypotesen varit tvåsidig hade man fått multiplicera p-värdet 0.044 med två, dvs $2 \cdot 0.044 = 0.088$.

Analysen av det hela blir då att för ensidig mothypotes kan man förkasta på 5% signifikansnivå medan för tvåsidig mothypotes kan man förkasta på 10% signifikansnivå.

När man bestämmer p-värdet standardiserar man sin variabel. Det betyder att man drar ifrån ett förväntat värde, nollhypotesens värde, och delar med stickprovsmedelvärdets standardavvikelse, dvs $s / \sqrt{n}$, och jämför det värde man får med normalfördelningstabellen. Där läser man sedan av det p-värde som motsvarar det standardiserade värde vi har.

I vårt fall har vi

$$\frac{\bar{X} - \bar{X}_{H_0}}{s / \sqrt{n}} = \frac{22.25 - 25}{4.56 / \sqrt{8}} = -1.71$$

- 11 -

Överkurs

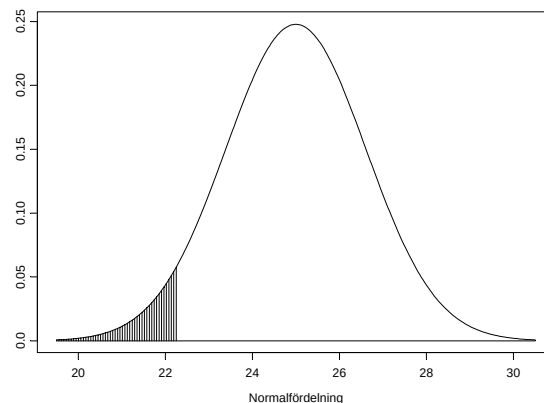
Hur bestämmer vi p-värdet?

Sannolikheten att få det vi fått eller nåt ännu extremare under H_0 .

H_0 : medelfetthalten är 25%

H_a : medelfetthalten är mindre än 25%

Under H_0 är medelfetthalten 25% i populationen. Vad är sannolikheten att få det som vi har fått?



Sannolikheten att få det vi fått eller nåt ännu extremare, <22.13 , är 4.4% (I bilden det mörklagda) och det som vi kallar för p-värdet.

- 10 -

-1.71 är det värde som vi ska använda oss av för att bestämma sannolikheten för extremt eller extremare under H_0 .

För att kunna göra det så måste man veta lite om hur normalfördelningen är tabellerad.

Vi vet att arean under hela normalfördelningskurvan är 1, eller 100%.

Normalfördelningen är symmetrisk kring sitt medelvärde. Den normalfördelning som vi har i formelbladet den har medelvärde 0 och standardavvikelse 1.

Ovanstående information ger oss möjlighet att förstå att om vi vill bestämma sannolikheten att få ett värde mindre än eller lika med -1.71 så är det samma sannolikhet som att bestämma för ett värde som är större än eller lika med +1.71.

Tabellen ger bara för positiva värden men eftersom det är samma sak så...

- 12 -

Här har jag saxat en del ur tabellen (värden i procent)

z	0	1	2	osv
1.5	6.7	6.6	6.4	
1.6	5.5	5.4	5.3	
1.7	4.5	4.4	4.3	
1.8	3.6	3.5	3.4	
osv				

Dvs om vi läser av ur tabellen sannolikheten att få -1.71 eller något ännu mindre så är den sannolikheten 4.4% eller 0.044.

Ännu mera formler...

Om jag nu vill formulera det här på ett matematiskt korrekt sätt kan jag skriva

$$P\left(\frac{\bar{X} - \bar{X}_{H_0}}{s/\sqrt{n}} \leq z_\alpha\right) = \alpha$$

Slut på överkurs ☺