

Extenta i beslutsteori (utkast 9 september, 2005)

Tentan består av tre delar:

- I. *Rena kunskapsfrågor*: Korta svar erfordras; redogör för begrepp, teorier, principer, m.m. (15 p.)
- II. *Problemlösning*: Fullständiga svar erfordras; redovisa beräkningar och lösningsmetoder. (15 p.)
- III. *Essädel*: Välj en av tre löst formulerade frågor och skriv 1-2 sidor; problematisera, argumentera och diskutera i så stor utsträckning som möjligt. (10 p.)

Max: 40 p. (betyg 3 = 20 p.; betyg 4 = 28 p.; betyg 5 = 34 p.)

LYCKA TILL!

Del I

Fråga 1 (5 p.)

- a) Definiera indifferensrelationen xIy och den strikta preferensrelationen xPy utifrån den svaga preferensrelationen R ! (1 p.)
- b) Vad innebär att relationen R är *fullständig* respektive *transitiv*? (1 p.)
- c) Varför, sägs det, bör preferenser vara transitiva? (1 p.)
- d) Hur kan cykliska preferenser uppstå, enligt Rabinowicz? Ange minst två exempel! (2 p.)

Fråga 2 (5 p.)

- a) Ge ett exempel (i matrisform) på ett fångarnas dilemma! (1 p.)
- b) Utgå från ditt exempel i a. Vilka är de dominerande/dominerade strategierna? Finns det något utfall som Paretodominerar ett annat utfall? (1 p.)
- c) Vad innebär "lika för lika"-strategin (*tit for tat*)? (1 p.)
- d) Utgå från nedanstående spelmatris:

	a_1	b_1
a_2		b_2
	c_1	d_1
c_2		d_2

Anta att transitivitet och fullständighet gäller för båda spelarnas preferenser. Anta även att a_1Pd_1 för spelare 1 och a_2Pd_2 för spelare 2. Formulera de övriga villkor (preferensrelationer) som måste gälla för att spelet ska ha samma egenskaper som du angav i fråga b! (2 p.)

Fråga 3 (5 p.)

Förklara kortfattat vad följande begrepp (från social beslutsteori) innebär!

- a) Condorcets röstningsparadox (1,5 p.)
- b) Paretos villkor (1,5 p.)
- c) Arrows teorem (2 p.)

Del II

Fråga 4 (5 p.)

Betrakta följande beslutsmatrix:

	S_1	S_2	S_3
A_1	3	29	27
A_2	-1	35	23
A_3	0	41	13

Vilket alternativ är bäst? Vilket alternativ är sämst? Ge svar för vardera av följande fyra beslutsregler:

- a) maximin (1 p.)
- b) minimax regret (1 p.)
- c) optimism-pessimism rule (med index $\alpha=0,5$) (1 p.)
- d) principle of insufficient reason! (1 p.)

Vilken regel tycker du är bäst i detta fall? Motivera! (1 p.)

Fråga 5 (5 p.)

Antag att du har nyttofunktionen $u(x) = x^{0,5}$. Låt $L_1 = L(\frac{1}{4}, 9, 4)$ vara ett lotteri som ger dig $x = € 9$ med sannolikheten $\frac{1}{4}$ och $x = € 4$ med sannolikheten $\frac{3}{4}$.

- a) Ange a så att du är indifferent mellan L_1 och lotteriet $L_2 = L(\frac{1}{4}, a, 1)$! (2,5 p.)
- b) Ange p så att du är indifferent mellan L_1 och lotteriet $L_3 = L(p, 9, 1)$! (2,5 p.)

Fråga 6 (5 p.)

- a) Lös nedanstående spel genom att stryka dominerade strategier! (2,5 p.)

2	3	3	1
9	2	7	7
6	4	4	5
10	3	8	6
4	3	2	1
8	4	9	5
7	8	9	10
7	1	6	4

b) Hitta alla Nashjämvikter i rena strategier för nedanstående spel! (2,5 p.)

5	4	3	2
5	6	7	8
6	5	4	3
4	5	4	3
7	4	5	8
3	4	5	9
8	3	9	5
2	3	8	5

Del III

(Besvara endast en av frågorna 7-9!)

Fråga 7 (10 p.)

Vad innebär det att en preferens, eller en uppsättning preferenser, är rationell? Är exploaterbarhet ett tecken på irrationalitet?

Fråga 8 (10 p.)

Vad är kopplingen mellan fångarnas dilemma och Hobbes statslära? Varför skulle det vara rationellt för en individ att välja den dominerade strategin i fångarnas dilemma?

Fråga 9 (10 p.)

Är maximering av förväntad nytta en rationell beslutsregel? Redogör för problem och paradoxer i detta sammanhang!

Lösningar

Fråga 1 (5 p.)

- a) $xIy \leftrightarrow xRy \ \& \ yRx$ respektive $xPy \leftrightarrow xRy \ \& \ \neg yRx$. Se SOH sid. 15 eller Rabinowicz fotnot 2.
- b) Fullständighet: xRy eller yRx för alla x och y i relationens domän. Transitivitet: $xRy \ \& \ yRz \rightarrow xRz$ för alla x, y och z i relationens domän. Se SOH sid. 16-18.
- c) Därför att icke-transitiva preferenser kan exploateras i en s.k. penningpump. Det vore således irrationellt att ha sådana preferenser. Se inledningen i Rabinowicz text.
- d) T.ex. majoritetsregeln (Condorcets paradox), intervallordningar med paretodominans (Schumms julgranskulor) samt intervallordningar med lexikal prioritet (Harrisons gräsmatta). Se avsnitt 1 i Rabinowicz text.

Fråga 2 (5 p.)

- a) Ett exempel:

	3	4
3		1
	1	2
4	2	

- b) Dominerande strategi för radspelaren: "ner". Dominerad strategi för radspelaren: "upp". Dominerande strategi för kolumnspelaren: "höger". Dominerad strategi för kolumnspelaren: "vänster". Utfallet längst upp till vänster Paretodominerar utfallet längst ner till höger.
- c) Börja med att samarbeta (dvs. välja den dominerade strategin i ett fångarnas dilemma-spel). Välj sedan att samarbeta om motståndaren samarbetade i senaste omgången, välj annars att inte samarbeta. Viktiga egenskaper hos "lika för lika": förlåtande och icke-exploaterbar.
- d) Villkoren måste innebära att de dominerande strategierna leder till ett Paretodominerat utfall. Således måste följande gälla för spelare 1: b_1Pa_1 , a_1Pd_1 och d_1Pc_1 . För spelare 2 måste följande gälla: c_2Pa_2 , a_2Pd_2 och d_2Pb_1 .

Fråga 3 (5 p.)

- a) Majoritetsregeln kan leda till cirkulära preferenser.
- b) Det finns två versioner. Den *svaga* versionen säger att om alla medborgare föredrar a framför b så föredrar även samhället a framför b . Den *starka* versionen säger att om alla medborgare tycker att a är minst lika bra som b och om minst en medborgare föredrar a framför b så föredrar även samhället a framför b . Den starka versionen implicerar den svaga versionen.
- c) Det finns en uppsättning villkor som inte kan kombineras i en funktion för kollektiva beslut.

Fråga 4 (5 p.)

- a) Alternativ A_1 ger minst 3, vilket är större än både -1 och 0. Välj därför A_1 .
- b) Frustrationstabellen blir

	S_1	S_2	S_3
A_1	0	12	0
A_2	4	6	4
A_3	3	0	14

Om man väljer alternativ A_2 kommer man i värsta fall att få ett regret-värde på 6, vilket är lägre än motsvarande värden för A_1 och A_3 (12 respektive 14). Välj därför A_2 .

- c) $OP(A_1) = 0,5 \cdot 29 + 0,5 \cdot 3 = 16$. $OP(A_2) = 0,5 \cdot 35 + 0,5 \cdot (-1) = 17$. $OP(A_3) = 0,5 \cdot 41 + 0,5 \cdot 0 = 20,5$. $OP(A_3)$ är större än både $OP(A_2)$ och $OP(A_1)$. Välj därför A_3 .
- d) $IR(A_1) = (3+29+27)/3 = 59/3$. $IR(A_2) = (-1+35+23)/3 = 57/3$. $IR(A_3) = (0+41+13)/3 = 53/3$. $IR(A_1)$ är störst. Välj därför A_1 .

Fråga 5 (5 p.)

- a) I det ena fallet blir den förväntade nyttan $E_1[u(x)] = \frac{1}{4} \cdot 9^{0,5} + \frac{3}{4} \cdot 4^{0,5} = \frac{3 \cdot 1}{4} + \frac{2 \cdot 3}{4} = \frac{9}{4}$. I det andra fallet blir den förväntade nyttan $E_2[u(x)] = \frac{1}{4} \cdot a^{0,5} + \frac{3}{4} \cdot 1^{0,5} = \frac{(a^{0,5}+3)}{4}$. Villkoret $E_1 = E_2$ ger $a = (9-3)^2 = 36$.
- b) I det ena fallet blir den förväntade nyttan $E_1[u(x)] = 9/4$. I det andra fallet blir den förväntade nyttan $E_3[u(x)] = p \cdot 9^{0,5} + (1-p) \cdot 1^{0,5} = 3p + 1 - p = 2p + 1$. Villkoret $E_1 = E_3$ ger $p = (9-4)/(4 \cdot 2) = 5/8$.

Fråga 6 (5 p.)

- a) Stryk i tur och ordning: fjärde raden (domineras av alla andra rader), fjärde kolumnen (domineras av första kolumnen), första raden (domineras av andra raden), andra och tredje kolumnen (domineras av första kolumnen) och slutligen tredje raden (domineras av andra raden). Kvar blir fältet i rad två och kolumn ett, där kolumnspelaren får 6 och radspelaren får 10.
- b) Högst upp i vänstra hörnet och de båda rutorna nere till höger där spelarna får 8 respektive 9. Totalt tre stycken Nashjämvikter i rena strategier.