

Föreläsning 5: Spelteori I

Litteratur:

Resnik, kap 5 ss. 121-157

* Rabinowicz, "Ett fängslade problem: Fångens dilemma, oväntade tentor och fräcka fripassagerare"

* Kollock, "Social Dilemmas: The Anatomy of Cooperation"

1# Spelteori: överblick och distinktioner

Inom spelteorin studerar man sociala situationer där två eller flera personer interagerar och där utfallet av en individs (grupp av individer) beslut påverkas av andra individers beslut/val. (Enligt Resnik s 122 ff. även slumpen (*chance*)). Olika typer av spel, t ex vanliga sällskapsspel som schack och bridge, men även mer komplexa spelsituationer som fredsförhandlingar, auktioner, aktiehandel m fl. Spelen kategoriseras på olika sätt – man brukar skilja mellan:

Två-personersspel/n-personersspel: N-personersspel omfattar tre eller fler spelare och är i regel mer komplicerade då spelare kan forma koalitioner gentemot andra spelare.

Nollsummespel/icke-nollsummespel: I nollsummespelet har spelarna helt motstående intressen, d v s den ene spelarens vinst innebär automatiskt en förlust för den andre spelaren. I ett icke-nollsummespel har spelarna delvis överlappande intressen.

Kooperativa/icke-kooperativa spel: Icke-nollsummespel brukar delas in i kooperativa och icke-kooperativa spel. I kooperativa spel har spelarna möjlighet att kommunicera och samordna sina strategier.

Statiska/dynamiska spel: I statiska spel väljer spelarna strategier samtidigt. I dynamiska spel väljer spelarna strategier efter varandra.

Spelteorin bygger på ett antal viktiga antaganden om spelarna och spelarnas kunskap om spelet (Resnik s. 126):

1. Varje spelare känner till de aktuella strategierna och utfallen för respektive spelare.
2. Varje spelare vet att varje annan spelare har kunskap enligt (1).
3. Varje spelare är rationell.

4. Varje spelare vet att (3), vet att varje spelare vet att (3) o s v (*common knowledge of rationality*).

Spelteorins uppgift är att bestämma vilket eller vilka utfall som aktualiseras i ett spel givet dessa antaganden om spelarna. Att göra detta brukar kallas att lösa ett spel.

2# Att representera en spelsituation

Liksom inom beslutsteorin representeras spelsituationer både genom spelmatriser och spelträd. Två exempel från den internationella politiken:

Nedrusta eller inte?

Två supermakter kan välja mellan att rusta eller nedrusta.

	Rusta	Nedrusta
Rusta	1, 1	3, 0
Nedrusta	0, 3	2, 2

Radspelarens utfall anges till vänster, kolumnspelarens till höger. Rusta är en dominant strategi för båda spelarna.

Cubakrisen 1962

Cubakrisen inleds i och med att USA upptäcker att Sovjet placerat avskjutningsramper för kärnvapenbestyckade medeldistansrobotar på Cuba. Sovjets ursprungliga beslutssituation kan representeras som ett val mellan två alternativ: att utmana USA genom att placera avfyrningsramper på Cuba (*challenge*) eller att inte göra något alls. Beslutet representeras genom en beslutsnod med två grenar. CH (*challenger*) används för att beteckna Sovjet. Ett beslut från Sovjets sida att inte göra något alls utmynnar i ett *status quo* (SQ). Sovjet väljer att utmana.

USA upptäcker avfyrningsramperna och tvingas fatta ett beslut. D (*defender*) används för att beteckna USA. USA kan välja mellan eftergift (passivitet) eller någon form av motstånd. Olika typer av motstånd är möjliga, t ex militärt luftangrepp, invasion, ekonomisk blockad och diplomati. Även eftergifter kan se olika ut, t ex totala eller partiella, villkorade m m. För enkelhets skull tillåts endast alternativen eftergift och motstånd. Ett beslut från USA:s sida att

ge eftergift utmynnar i ett slut på krisen genom *concessions* (C). USA väljer motstånd genom flottblockad.

Sovjet måste nu ta ställning till hur de ska svara på USA:s blockad. Två handlingsalternativ är möjliga: ytterligare påtryckningar vilket leder till krig (W) eller att avlägsna avfyrningsramperna (*back down*) vilket leder till en lösning på krisen utan att något annat går förlorat än möjligtvis Sovjets goda rykte (BD).

Modellen omfattar fyra utfall: *status quo* (SQ), *concessions* (C), *war* (W), och *back down* (BD). Nästa steg blir att specificera spelarnas preferenser över utfallen. En tänkbar preferensordning för Sovjet är: $C > SQ > BD$. Men hur värderar Sovjet det fjärde utfallet – *war* (W)? Är utmaningen egentligen en ursäkt för att få starta krig eller är utmaningen en bluff?

Exemplet med Cubakrisen illustrerar en svårighet med spelteorin. Komplexiteten hos det verkliga händelseförloppet har reducerats på ett sätt som gör att man kan ifrågasätta huruvida modellen (trädet) verkligen representerar spelsituationen på ett adekvat sätt. Vad händer när den formella hanteringen av ett beslutsproblem förutsätter kraftiga förenklingar?

Exemplet är hämtat från Morrow, J.D. (1994) *Game Theory for Political Scientists*, ss. 51-58.

3# Nollsummespelet

Matematiskt är två-personers nollsummespel den del av spelteorin som är mest utvecklad. Den rena konfliktsituationen gör beslutsproblemet relativt enkelt jämfört med andra typer av spel. Många anser dock att de mest intressanta spelsituationerna kännetecknas av en blandning av motiv, d v s spelarna befinner sig i konflikt samtidigt som det finns vissa incitament att samarbeta.

När man **representerar** ett nollsummespel i form av en spelmatris behöver man endast ange utfallen för en av spelarna, vanligtvis rad-spelarens.

	C1	C2
R1	3, -3	2, -2
R2	4, -4	1, -1

	C1	C2
R1	3	2
R2	4	1

4# Att lösa ett nollsummespel

Att lösa ett spel innebär att man anger vilka strategier spelarna kommer att spela givet antagandet att de är rationella. Spelets värde utgörs av det utfall som blir resultatet av detta strategipar.

Resnik ss. 127-137 nämner tre sätt att lösa ett nollsummespel:

- (1) Dominansprincipen
- (2) Leta efter ekvilibrium (sadelpunkt, jämviktpunkt)
- (3) Blandade strategier

5# Dominansprincipen

Dominans innebär eliminerandet av icke-attraktiva strategier. OBS! Viktigt att skilja mellan dominant (dominerande) strategi och dominerad strategi.

	C1	C2	C3	C4
R1	0	1	7	7
R2	4	1	3	10
R3	3	1	0	25
R4	0	0	7	10

Endast A:s utfall anges i matrisen. A eftersträvar så höga värden som möjligt. B eftersträvar så låga värden som möjligt. R (*row*) används för att beteckna A:s strategier och C (*column*) används för att beteckna B:s strategier.

Ingen av A:s strategier domineras av någon annan strategi. Ingen av A:s strategier kan därför uteslutas. B:s strategi C4 domineras av C1, C2 och C3. Därför vet A att B inte kommer att välja C4. När A ska välja strategi kan han/hon alltså utgå från att B inte väljer C4.

	C1	C2	C3
R1	0	1	7
R2	4	1	3
R3	3	1	0
R4	0	0	7

A kan nu utesluta R3 eftersom R3 domineras av R2. Oavsett vad B väljer ger R2 ett bättre utfall än R3. A kan även utesluta R4 eftersom R4 domineras av R1.

	C1	C2	C3
R1	0	1	7
R2	4	1	3

I det här läget vet A att B inte kommer att välja C3 eftersom C3 domineras av C2. Oavsett vad A väljer ger C2 ett bättre utfall än C3.

	C1	C2
R1	0	1
R2	4	1

I det här läget kommer A att välja R2 eftersom R2 dominerar R1. Givet att A väljer R2 kommer B att välja C2.

Lösning: (R2, C2), spelets värde är 1 (utfallet för A blir 1)

Nu vet ni vad som menas med dominansprincipen, eller?

Använd dominansprincipen för att lösa följande spel:

7	6	4
3	2	1
5	6	4

Svar: (R1, C3)

10	1	3
4	2	4

Svar: (R2, C2)

2	2	4	5
7	1	5	3
4	2	3	1

Svar: (R1, C2)

6# Ekvilibrium (sadelpunkt, jämviktspunkt)

I vissa situationer kan man inte använda dominansprincipen för att lösa ett nollsummespel. I följande exempel har varken A eller B någon dominerad strategi:

	C1	C2	C3
R1	8	8	7
R2	0	10	4
R3	9	0	1

Det här spelet kan istället lösas genom att man letar efter ett ekvilibrium, d v s den punkt där spelarnas respektive maximala säkerhetsnivåer sammanfaller. Ekvilibriet utgör spelets lösning och anger spelets värde.

Hur hittar man spelets ekvilibrier? (*minimax equilibrium test for zero sum games*, Resnik s. 130 ff.).

	C1	C2	C3	R-min
R1	8	8	7	7
R2	0	10	4	0
R3	9	0	1	0
K-max	9	10	7	

1. Leta efter A:s sämsta utfall för respektive strategi (*rad-min*).
2. Leta efter B:s sämsta utfall för respektive strategi (*kolumn-max*). (OBS! B vill ha så låga värden som möjligt.)
3. Högsta rad-min fås vid val av R1. 7 är A:s högsta minimivinst (= säkerhetsnivå, det som A under alla förhållanden kan garantera sig om han väljer R1).
4. Lägsta kolumn-max fås vid val av C3. 7 är B:s lägsta maximiförlust (= säkerhetsnivå, det som B under alla förhållanden kan garantera sig om han väljer C3).

Lösning: (R1, C3) Spelet har ett ekvilibrium vid denna strategikombination. Ingen av spelarna kan få ett bättre utfall genom att ensidigt ändra strategi. Spelets värde är 7.

Flera ekvilibrier

Ett två-personers nollsummespel kan ha flera ekvilibrier.

	C1	C2	C3	R-min
R1	3	6	3	3
R2	0	7	2	0
K-max	3	7	3	

Lösning: (R1, C1) och (R1, C3). Båda dessa strategikombinationer är i jämvikt. Spelets värde vid dessa strategikombinationer är 3. (Se *coordination theorem for zero sum games*, Resnik s. 131)

Nu vet ni vad som menas med ett ekvilibrium, eller?

Vilka ekvilibrier går att finna i följande nollsummespel?

2	0
4	-1

Svar: (R1, C2)

3	4
-3	-18

Svar: (R1, C1)

1	4	-1
2	3	3
-2	-1	5

Svar: (R2, C1)

-1	4	-1
-1	3	-1
-2	-6	-5

Svar: (R1, C1), (R1, C3), (R2, C1), (R2, C3)

7# Blandade strategier

I vissa situationer kan man varken använda dominansprincipen eller jämviktpunkter för att lösa ett spel.

	C1	C2	R-min
R1	10	6	6
R2	4	8	4
K-max	10	8	

Högsta rad-min överensstämmer inte med lägsta kolumn-max. Hur bör man spela? I stället för att välja en ren strategi (R1, R2, C1, C2) kan man använda en blandad strategi (lotteri) som slumpmässigt väljer ut en ren strategi.

Man har visat att varje spelare kan garantera sig ett minsta förväntat utbyte av spelet genom att variera sina strategival efter en viss sannolikhetsfördelning. Genom att välja en viss sannolikhetsfördelning kan spelaren garantera sin säkerhetsnivå (= ett garanterat minsta utbyte oavsett vad motspelaren väljer att göra).

Lösningen till ett spel får man genom att hitta ekvilibriet för respektive spelares strategier. Väntevärdet för detta ekvilibriumpar utgör spelets värde.

pq a	$p(1-q)$ b
$(1-p)q$ c	$(1-p)(1-q)$ d

Målet är att finna de värden på p och q som gör att $(pR1, (1-p)R2); (qC1, (1-q)C2)$ är i jämvikt.

Väntevärdet för $(pR1, (1-p)R2)$ givet motståndarens strategi $(qC1, (1-q)C2)$ är $pqa + p(1-q)b + (1-p)qc + (1-p)(1-q)d$.

Säkerhetsnivån för strategin $(pR1, (1-p)R2)$ är det lägsta väntevärdet för strategin man kan få givet varje annan motstrategi $(qC1, (1-q)C2)$.

The maximin (minimax) theorem for two-person zero sum games: Två-personers nollsummespel har alltid en stabil lösning som garanterar var och en av spelarna ett visst förväntat minimalt resultat (Resnik s. 136).

8# Är det rationellt att välja en blandad strategi?

Resnik ss. 141-143)

En teknik att hålla motståndaren okunnig om det egna valet till dess att det görs - förhindrar motståndaren från att förutsäga hur jag kommer att agera och därmed att utnyttja situationen på min bekostnad? (hemlighetsargumentet)

Genom att välja en blandad strategi som sedan väljer ut en av de rena strategierna försäkrar sig spelaren mot sin egen eventuella irrationalitet? Lotteriet har ju den förtjänsten att det

aldrig drabbas av viljesvaghet eller hemfaller åt önsketänkande. Rationellt handlande i situationer där inget entydigt bästa alternativ föreligger består alltså i att skaffa sig garantier mot att man agerar uppenbart irrationellt. (självbindningsargumentet)

9# Icke-nollsummespel

Spelarna delvis överlappande intressen men saknar möjlighet att koordinera sina strategier. I dessa situationer kan det faktum att spelarna handlar (individuellt) rationellt ibland ge suboptimala utfall. Spelen är därför särskilt intressanta att studera ur rationalitetssynpunkt. De aktualiserar även frågan om förhållandet mellan rationalitet och moral.

10# Fångarnas dilemma

Det klassiska exemplet på ett icke-nollsummespel är *Fångarnas dilemma*. Abbe och Hebbe är två tjuvar som just blivit fångade av polisen. De sitter i varsin häktescell utan möjlighet att kommunicera med varandra. Vid förhören informeras de om följande handlingsalternativ. De kan välja mellan att erkänna och att inte erkänna. Om båda erkänner får de sitta i fängelse i 2 år var. För det fall en av dem erkänner och den andre inte erkänner får den som erkänner sitta i fängelse i 20 år medan den som inte erkänner får sitta i fängelse i 1 år. Om ingen av dem erkänner får båda sitta i fängelse i 10 år vardera. Varken Abbe eller Hebbe vill sitta i fängelse.

	Erkänna	Inte erkänna
Erkänna	-2, -2	-20, -1
Inte erkänna	-1, -20	-10, -10

Att inte erkänna är den dominanta strategin för både Abbe och Hebbe. Man har därför antagit att det är rationellt för Abbe och Hebbe att inte erkänna. Men om ingen erkänner leder detta till ett sämre utfall för båda (-10, -10) än om båda hade handlat som om de brydde sig om den andres välmående, d v s genom att erkänna (-2, -2).

Det som karaktäriserar en fångarnas dilemmasituation är spelarnas preferensordning över utfallen: $DC > CC > DD > CD$ där D (*defect*) står för att inte erkänna och C (*cooperate*) för att erkänna.

11# Jämviktpunkter och pareto-optimalitet

	Erkänna	Inte erkänna
Erkänna	-2, -2	-20, -1
Inte erkänna	-1, -20	-10, -10

Utfallet (-10, -10) är en jämviktpunkt. Varken A eller B tjänar något på att ensidigt byta strategi. För båda är -20 sämre än -10. Utfallet (-10, -10) är därmed stabilt. Ingen av spelarna har något incitament att ändra strategi.

Inget av de andra utfallen är jämviktpunkter. I utfallet (-1, -20) har B ett incitament att byta till att inte erkänna och erhålla -10 istället för -20. I utfallet (-20, -1) har A ett incitament att byta till att inte erkänna och erhålla -10 istället för -20. I utfallet (-2, -2) har båda spelarna ett incitament att byta strategi för att vinna något på den andres bekostnad.

Utfallet (-10, -10) är dock inte pareto-optimalt. Ett utfall är **pareto-optimalt** om ingen av spelarna vid byte av utfall kan få det bättre utan att den andre samtidigt får det sämre. Utfallet (-10, -10) är inte pareto-optimalt eftersom båda spelarna kan få det bättre i utfallet (-2, -2). Betyder det att utfallet (-2, -2) är det enda pareto-optimala utfallet?

Nu vet ni vad som menas med ekvilibrium i icke-nollsummespel, eller?

Vilka ekvilibrier går att finna i följande icke-nollsummespel?

0, 0	-5, 10
10, -5	5, 5

Svar: (R2, C2)

3, 4	-3, 5
10, -2	5, -5

Svar: (R2, C1)

1, 1	-2, 0	4, -1
0, 3	3, 1	5, 4
1, 5	4, 2	5, 2

Svar: (R1, C1), (R2, C3), (R3, C1)

1, 1	1, 1
2, -1	-10, -2
-1, -2	0, -1

Svar: (R1, C2), (R2, C1)

12# Samarbetsproblemet

Kan man lösa dilemmat genom att tillåta kommunikation mellan spelarna? Om spelarna tillåts att kommunicera har de möjlighet att komma överens om den gemensamt optimala lösningen (-2, -2).

	Erkänna	Inte erkänna
Erkänna	-2, -2	-20, -1
Inte erkänna	-1, -20	-10, -10

Exemplet visar dock att samarbete kan vara svårt att upprätthålla. Om spelarna väljer att samarbeta (-2, -2) har de åtminstone två goda skäl att frångå strategin att erkänna:

- (1) Strategin att inte erkänna kan ge ett bättre utfall för egen del (kontrafinalitet). Varje spelare har därför ett incitament att försöka bli gratispassagerare även om samarbete redan har etablerats.
- (2) Båda spelarna har en berättigad rädsla för att den andre ska övergå till strategin att inte erkänna. Varje spelare har därför ett incitament att försöka undvika att bli utnyttjad av den andre.

13# N-personers Fångarnas dilemma

Fångarnas dilemmaliknande problem återfinns i många vardagliga beslutssituationer. Det finns t ex flera n-personersvarianter av dilemmat. Dessa kan delas in i två undergrupper: (a) *public goods* dilemman och (b) *commons* dilemmas.

(a) *Public goods* dilemman

I den här typen av n-personers fångarnas dilemma kan individen välja att stå för en kostnad som i framtiden genererar en nytta som är till gagn för hela samhället. Ett *public good* är en resurs som alla får ta del av oavsett om de bidragit till att etablera/upprätthålla den eller inte.

Exempel: Du vill att luftkvaliteten ska bli bättre. Ett sätt att förbättra luften är att byta ut din bensindrivna bil mot en elbil. Elbilarna är kostsamma och effekten på miljön är ytterst marginell om endast du byter ut din bil. Du kan välja mellan att byta ut din bil eller ha den kvar. Utfallet av respektive handlingsalternativ beror på hur andra bilförare väljer att göra:

	Byta ut	Ha kvar
Byta ut	3, 3	1, 4
Ha kvar	4, 1	2, 2

Det bästa för dig är att låta bli att byta bil medan alla andra gör det. Du får då njuta av den goda luftkvaliteten utan att betala något. Du blir en fripassagerare (*free rider*).

(b) *Commons* dilemman

I den här typen av n-personers fångarnas dilemma kan individen vinna en fördel genom att göra något som i slutänden genererar en kostnad som hela samhället får betala för.

Exempel: Du kommer snabbare till jobbet om du genar över en allmän gräsmatta. Så gör även dina grannar i bostadsområdet. Om endast du genar över gräsmattan märks ingen skillnad, men om alla gör det förstörs gräsmattan.

Man har påpekat att det finns viktiga skillnader mellan två-personers- och n-personersdilemman, bl a:

1. I n-personersdilemman är det lättare att vara anonym. En spelares strategier behöver inte avslöjas för övriga spelare. Därmed är det möjligt att bli en fripassagerare utan att någon annan lägger märke till det.
2. Den kostnad som andra får bära genom att man inte samarbetar kommer att bäras av den andre spelaren i ett två-personersdilemma, medan den i ett n-personersdilemma sprids ut över gruppen. Den blir därmed inte lika tydlig.
3. I ett två-personersdilemma har vardera spelaren avsevärd kontroll över den andre spelarens utfall och kan därmed lättare påverka dennes beteende.

14# Att lösa ett fångarnas dilemma

Olika lösningar till *Fångarnas dilemma* har diskuterats i litteraturen. Några av dessa är:

Hobbes och *Leviathan*

Kan dilemmat lösas genom att man inför någon slags mekanism, t ex en statsmakt eller ett rättsväsende, som tvingar fram ett samarbete? En statsmakt skulle kunna bestraffa den spelare som inte samarbetar. Ett liknande förslag ges av Hobbes i *Leviathan*. För att undvika ett allas krig mot alla krävs en stat, en "Leviathan".

Men man har även försökt visa hur *Fångarnas dilemma* kan lösas utan inblandning av en statsmakt:

Kant och det kategoriska imperativet

Problemet i *Fångarnas dilemma* är att det är rationellt att följa dominansprincipen. Men tänk om vi arbetar med ett alltför snävt rationalitetsbegrepp? I Kants moralteori är rationalitet nära kopplat till moral. Det praktiska förnuftet föreskriver att agenten bör handla efter en maxim som han/hon skulle vilja blev en allmän lag (kategoriska imperativet). Skulle en tillämpning av det kategoriska imperativet tala om för agenten att denne bör erkänna?

Gauthiers begränsade maximerare

Gauthier håller fast vid den instrumentella synen på rationalitet men menar att det är instrumentellt rationellt att erkänna. Anta att det finns två typer av maximerare: en vanlig maximerare och en begränsad maximerare (*constrained maximizer*). En vanlig maximerare kommer att välja att inte erkänna eftersom dominansprincipen föreskriver detta. En begränsad maximerare kommer att använda en konditional strategi som föreskriver att han samarbetar

(erkänner) när han möter en begränsad maximerare och att han ”defectar” (inte erkänner) när han möter en vanlig maximerare. Vilken disposition (vanlig eller begränsad maximerare) skulle en instrumentellt rationell person välja att ha? Enligt Gauthier är det instrumentellt rationellt att vara en begränsad maximerare.

För vidare diskussion av Gauthiers resonemang se Gauthier, D. (1986) *Morals by Agreement*.

Axelrods fångarnas dilemmaturnering

I ett upprepat *Fångarnas dilemma* har spelarna goda utsikter att etablera ett förhållandevis stabilt samarbete. Axelrods fångarnas dilemmaturnering visar t ex att strategin *Tit-for-tat* ger det överlägset bästa resultatet vid upprepade spel. Vad är det då som gör att upprepning av ett spel kan leda till samarbete trots att en rationell spelare väljer att inte samarbeta i ett enskilt spel? I grund och botten handlar det om att upprepning av spelet ger spelarna möjlighet att ingå någon slags underförstådd överenskommelse. Det faktum att varje enskilt drag inte innebär något slutgiltigt ställningstagande gör det möjligt för individen att frångå strategin att inte erkänna och att bjuda in till ett ömsesidigt samarbete. Den enskilde aktören behöver inte riskera att bli utnyttjad av den andre eftersom det finns möjlighet att ge igen i framtiden.