
5. BERÄKNING AV SANNOLIKHETER

5.1 Additionssatsen

Vi har nu kommit fram till det steg där vi kan börja att räkna praktiskt med sannolikheter. Vi skall utveckla olika regler och begrepp som är nödvändiga för att praktiskt kunna utföra sannolikhetsberäkningar.

Händelser symboliseras ofta med stora bokstäver i början av alfabetet, t ex $A, B, C, \dots$. Sannolikheten för att händelsen A skall inträffa symboliserar vi med $P(A)$. Vi har redan konstaterat att

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

En omöjlig händelse har sannolikheten noll. T ex är sannolikheten att få en "sju" i nästa kast med en vanlig tärning lika med noll. En omöjlig händelse symboliseras ofta med $\emptyset$ så att vi får

$$P(\text{omöjlig händelse}) = P(\emptyset) = 0.$$

En säker händelse, dvs en händelse som alltid inträffar, har sannolikheten ett. T ex sannolikheten att få "krona eller klave" vid kast med ett vanligt mynt är ett. En säker händelse betecknar vi med Ω och vi får att

$$P(\text{säker händelse}) = P(\Omega) = 1.$$

Händelsen att A eller B , eller att både A och B inträffar skriver vi som $A \cup B$ och dess sannolikhet blir med andra ord

$$P(A \text{ och/eller } B \text{ inträffar}) = P(A \cup B).$$

Händelsen att både A och B inträffar symboliserar vi med $A \cap B$ och följaktligen skriver vi sannolikheten för den händelsen som

$$P(A \text{ och } B) = P(A \cap B).$$

Händelsen att A inte inträffar kallas komplementhändelsen till A och betecknas med $\overline{A}$. Därmed skriver vi sannolikheten att A inte inträffar som

$$P(A \text{ inträffar inte}) = P(\overline{A}).$$

När man löser sannolikheteosteoretiska problem med två händelser har man ofta stor hjälp av en så kallad fyrfältstabell. I fyrfältstabellen skriver man upp sannolikheterna för olika händelser och kombinationer av händelser. När fyrfältstabellen är ifylld är det lätt att ”plocka ut” de sannolikheter man behöver för eventuella ytterligare beräkningar. Fyrfältstabellen består av två rader, två kolumner och två marginaler. Uppgifter om händelsen A skrivs in i den första kolumnen och uppgifter om dess komplementhändelse, $\overline{A}$, skrivs in i den andra kolumnen. På motsvarande sätt skrivs uppgifter om händelserna B och $\overline{B}$ in på de två raderna. I marginalerna skriver vi sannolikheterna för den händelse för står på motsvarande rad respektive kolumn.

I de fyra fälten i mitten av fyrfältstabellen skrivs sannolikheterna för händelserna $A \cap B$, $A \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cap B$ och $\overline{A} \cap \overline{B}$ in, se tabell 5.1.

Händelse	A	$\overline{A}$	Marginal
B	$P(A \cap B)$	$P(\overline{A} \cap B)$	$P(B)$
$\overline{B}$	$P(A \cap \overline{B})$	$P(\overline{A} \cap \overline{B})$	$P(\overline{B})$
Marginal	$P(A)$	$P(\overline{A})$	$P(A) + P(\overline{A}) = P(B) + P(\overline{B}) = 1$

Tabell 5.1 Principen för en fyrfältstabell

Om $A \cap B$ eller $A \cap \overline{B}$ inträffar, så måste händelsen A inträffa. Eftersom händelserna $A \cap B$ och $A \cap \overline{B}$ är ömsesidigt uteslutande får vi enligt Kolmogorovs axiom att

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$$

dvs sannolikheten i A 's marginal fås genom att summera sannolikheterna i A 's kolumn. På motsvarande sätt visar man att varje kolumn respektive rad summerar till sannolikheterna i marginalerna.

Med hjälp av fyrfältstabellen skall vi nu utveckla en formel för beräkning av sannolikheten $P(A \cup B)$. Om händelsen $A \cup B$ inträffar så måste också en

av händelserna $A \cap B$, $A \cap \overline{B}$ och $\overline{A} \cap B$ inträffa. På grund av att dessa tre händelser är ömsesidigt uteslutande får vi enligt Kolmogorovs axiom att

$$P(A \cup B) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B).$$

Genom att lägga till och dra ifrån $P(A \cap B)$ förändras ingenting, dvs

$$P(A \cup B) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) + P(A \cap B) - P(A \cap B).$$

Men, eftersom

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$$

och

$$P(B) = P(\overline{A} \cap B) + P(A \cap B)$$

får vi

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Detta är en av de mest grundläggande formlerna i sannolikhetsläran och kallas för *sannolikhetslärans additionssats*. Om A och B är ömsesidigt uteslutande så är $A \cap B$ en omöjlig händelse, $A \cap B = \emptyset$, dvs $P(A \cap B) = 0$. Detta ger oss specialfallet

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B), \text{ då } A \cap B = \emptyset$$

vilket visar att sannolikhetslärans additionssats inte står i konflikt med Kolmogorovs axiom. (I själva verket är ju satsen härledd från Kolmogorovs axiom.)

Låt nu B vara händelsen $\overline{A}$. Eftersom $A \cap \overline{A} = \emptyset$ får vi enligt Kolmogorovs axiom

$$P(A \cup \overline{A}) = P(A) + P(\overline{A}).$$

Men det gäller också att $A \cup \overline{A} = \Omega$ och att $P(\Omega) = 1$. Därför har vi att

$$1 = P(A) + P(\overline{A})$$

dvs

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A).$$

Speciellt innebär detta att fyrfältstabellens marginaler summerar till ett (se tabell 5.1).

Exempel 5.1

Vi ska nu utnyttja additionssatsen för att beräkna sannolikheten att få minst en sexa vid kast med två tärningar. Låt A vara händelsen att vi får en sexa på den ena tärningen och B vara händelsen att vi får sexa på den andra. Eftersom sannolikheten att få sexa på en tärning är $1/6$ (klassiska sannolikhetsdefinitionen) och sexa på båda tärningarna är $1/36$ vet vi att

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}.$$

Alltså är sannolikheten att vi får en sexa på minst en av tärningarna

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}. \quad \blacksquare \end{aligned}$$

Övning 5.1

Vad är sannolikheten att få en femma eller en sexa på någon av tärningarna när man kastar två tärningar?

Övning 5.2

En person har på sin väg till arbetet fyra trafikljus och har observerat att följande tycks vara en lämplig sannolikhetsmodell för antalet gånger han får stanna för rött ljus

$$\begin{aligned} \Omega &= \{0, 1, 2, 3, 4\} \\ P(0) &= 0.05, \quad P(1) = 0.25, \quad P(2) = 0.36 \\ P(3) &= 0.26, \quad P(4) = 0.08 \end{aligned}$$

Sök sannolikheten för att han får stanna

- a) åtminstone två gånger
- b) mer än två gånger

c) högst två gånger

Övning 5.3

Antag att proportionen pojkar bland nyfödda barn är 0.512 och att proportionen blåögda bland nyfödda barn är 0.664. Sätt upp en fullständig fyrfältstabell om man vet att proportionen blåögda pojkar är 0.340 av hela populationen.

5.2 Betingad sannolikhet - Multiplikationssatsen

Betingad sannolikhet är ett viktigt begrepp inom sannolikhetsteorin. Sannolikheten för en händelse A , betingad eller givet en händelse B , är det samma som sannolikheten att A inträffar under förutsättning att B inträffar. Den betingade händelsen ” A givet B ” skrivs $A | B$. Vi skall nu bestämma sannolikheten $P(A | B)$.

Vi skall betrakta betingade händelser som resultat av ett betingat försök. Med ett betingat försök givet händelsen B menar vi ett slumpmässigt försök som utförs under den specifika betingelsen att händelsen B har inträffat. Låt utfallsrummet till det betingade försöket betecknas med Ω_B . Om vi vet att händelsen B har inträffat, så är de möjliga utfallen precis de utfall som bildar B , dvs $\Omega_B = B$. Därmed är utfallsrummet för det betingade försöket klart. För att bestämma sannolikheterna i det betingade försöket betraktar vi fyrfältstabellen igen, se tabell 5.1. Om händelsen B skall vara utfallsrum i det betingade försöket måste $P(B | B) = P(\Omega_B) = 1$. Men sannolikheterna i B-raden i fyrfältstabellen summerar ju endast till $P(B)$. Om vi därför normerar sannolikheterna i B-raden så att de summerar till ett, får vi de sökta betingade sannolikheterna, se tabell 5.2. Vi måste här förutsätta att $P(B) \neq 0$.

Händelse	A	B	Marginal
B	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$	$P(\bar{A} B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)}$	$P(B B) = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$

Tabell 5.2 Betingade sannolikheter för händelsen A givet händelsen B

Den betingade sannolikheten för $A \mid B$ är således

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

förutsatt att $P(B) \neq 0$. Multiplicerar vi både vänster och höger led i denna formel får vi *sannolikhetslärans multiplikationssats*:

$$P(A \cap B) = P(A \mid B) P(B)$$

Eftersom benämningarna A och B är godtyckliga inses lätt att det även följer att

$$P(A \cap B) = P(A \mid B) P(B) = P(B \mid A) P(A).$$

Exempel 5.2

Antag att sannolikheten för att ett visst antal olyckor i en fabrik skall inträffa är enligt nedanstående tabell

Antal olyckor	0	1	2	3	Fler än 3
Sannolikhet	0.30	0.36	0.22	0.09	0.03

Vi vill beräkna sannolikheten att fler än två olyckor inträffar givet att minst en olycka inträffar.

$$\begin{aligned}
 & P(\text{Fler än två} \mid \text{minst en}) \\
 = & \frac{P(\text{Fler än två och minst en})}{P(\text{minst en})} \\
 = & \frac{P(\{3, 4, \dots\} \cap \{1, 2, 3, 4, \dots\})}{1 - P(0)} \\
 = & \frac{P(\{3, 4, \dots\})}{1 - P(0)} = \frac{P(3) + P(\text{Fler än 3})}{1 - P(0)} \\
 = & \frac{0.09 + 0.03}{1 - 0.30} = 0.17
 \end{aligned}$$

Om inga olycksförebyggande åtgärder vidtas vid fabriken kommer alltså i det långa loppet 17 % av olyksdagarna att ha tre eller fler olyckor. ■

Exempel 5.3

Låt A vara händelsen ”pojke” och B händelsen ”blåögd” i det slumpmässiga försöket ”ett nyfött barn studeras med avseende på kön och ögonfärg”. Antag att vi vet att proportionen pojkar är 0.512 och proportionen blåögda barn är 0.664, dvs

$$P(A) = 0.512$$

$$P(B) = 0.664$$

De resterande sannolikheterna i marginalerna i fyrfältstabellen är därför

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.512 = 0.488$$

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.664 = 0.336.$$

Låt oss genast skriva in detta i en fyrfältstabelle:

Händelse	A	$\overline{A}$	marginal
B			0.664
$\overline{B}$			0.336
marginal	0.512	0.488	1.000

Antag att vi dessutom vet att proportionen blåögda bland pojkarna är 0.664, dvs

$$P(B | A) = 0.664$$

Ur multiplikationssatsen får vi

$$P(A \cap B) = P(B | A) P(A) = 0.664 \cdot 0.512 \approx 0.340.$$

Eftersom kolumnerna respektive raderna summeras till marginalerna får vi de andra sannolikheterna genom

$$P(\overline{A} \cap B) = 0.664 - 0.340 = 0.324$$

$$P(A \cap \overline{B}) = 0.512 - 0.340 = 0.172$$

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.488 - 0.324 = 0.164$$

så att den kompletta fyrfältstabellen är

Händelse	A	$\overline{A}$	marginal
B	0.340	0.324	0.664
$\overline{B}$	0.172	0.164	0.336
marginal	0.512	0.488	1.000

Vi vet nu allt vi behöver veta för att kunna beräkna alla betingade sannolikheter för detta försök. T ex får vi

$$P(B | \overline{A}) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(\overline{A})} = \frac{0.324}{0.488} \approx 0.664$$

dvs sannolikheten att en flicka är blåögd är c:a 0.664.

En konsekvens av denna modell är alltså att det är lika stor sannolikhet att en flicka är blåögd som att en pojke är det. Vi säger då att händelsen B (blåögd) är oberoende av händelsen A (pojke). Oberoende händelser är ett mycket viktigt begrepp inom sannolikhetsläran. I nästa avsnitt kommer vi att mer ingående diskutera oberoendebegreppet. ■

Övning 5.4

I anslutning till fyrfältstabellen nedan är givet $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.2$ och $P(A | B) = 0.5$. Komplettera tabellen.

Händelse	A	$\overline{A}$	marginal
B			0.2
$\overline{B}$			
marginal	0.3		

Övning 5.5

Antag att talen i nedanstående fyrfältstabell ger sannolikheterna för motsvarande händelser i det slumpmässiga försöket ”en person väljs slumpmässigt ut och vi noterar om personen får cancer eller ej respektive röker eller ej”.

Händelse	Får cancer	Får ej cancer	marginal
Rökare	0.0054	0.1546	
Ej rökare	0.0006	0.8394	
marginal			

Beräkna sannolikheten att en rökare får lungcancer och att en icke-rökare får lungcancer. Hur många gånger större sannolikhet löper rökaren att drabbas av lungcancer än icke-rökaren?

Övning 5.6

För att studera alkoholens konsekvenser vid bilkörning studerades ett stort antal trafikolyckor. Studien visade att 20 % av alla olyckor var svåra och hälften av alla svåra olyckor orsakades av onyktra bilförare. Av samtliga olyckor hade 12 % orsakats av onyktra bilförare. Beräkna sannolikheten att en olycka är svår, givet att den orsakas av en onykter förare.

Övning 5.7

- a) I en trebarnsfamilj är alla barnen flickor. Vad är sannolikheten att det fjärde barnet också blir en flicka?
- b) Vad är sannolikheten att alla barnen i en fyrbarnsfamilj är flickor?
- c) Varför är sannolikheterna i a) och b) olika?

Övning 5.8

Låt A vara en händelse sådan att $P(A) \neq 0$. Beräkna $P(\bar{A} | A)$.

Övning 5.9

En grönsaksgrossist har utvecklat ett test att kontrollera kvaliteten hos tomater. Efter att ha inspekterat ett urval från ett parti tomater accepteras eller förkastas hela partiet. Det har visat sig att 15 % av alla testade partier har förkastats och 6 % av de accepterade partierna har varit dåliga. Antag att sannolikheten att ett parti är dåligt är 0.1. Sätt upp en fullständig fyrfältstabell och beräkna sannolikheten att ett fullgott parti kommer att accepteras med den använda testmetoden.

Övning 5.10

- a) Antag att en persom har två mynt i sin ficka. Det ena myntet är ett vanligt mynt (med krona på den ena sidan och klave på den andra sidan). Det andra myntet har krona på båda sidorna. Personen väljer slumpmässigt ut ett av mynten och kastar det. Det visar krona. Vad är sannolikheten att myntet är ett vanligt mynt?

- b) Antag att personen kastar myntet en gång till och det visar krona även den andra gången. Vad är sannolikheten att myntet är ett vanligt mynt?

Övning 5.11

Ett stort observationsmaterial skall genomgå en automatisk databearbetning. För att möjliggöra denna måste materialet först kodas och därefter skrivas in på en datafil. Fel i samband med kodning och/eller inskrivning förekommer med frekvensen 5 på 100 poster på filen.

I den maskinella bearbetningen är en automatisk rättningsrutin för att upptäcka fel av ovannämnda typ inbyggd. Härvid är sannolikheten för att en felaktig post kommer att noteras som felaktig lika med 0.95. Vidare är sannolikheten för att en felfri post kommer att noteras som felaktig lika med 0.001.

- a) Bestäm sannolikheten för att en slumpmässigt vald post ur det bearbetade datamaterialet är felaktigt om den vid granskning har noterats som felaktig.
- b) Bestäm sannolikheten att en post är felaktig om den vid granskningen noterades som korrekt.

5.3 Oberoende försök och händelser

Det är mycket väsentligt att man håller beroendebegreppet klart för sig. I den statistiska analysen är problemet ofta att söka klarlägga om beroende mellan två händelser föreligger eller inte - t ex kan man vara intresserad av att påvisa hur kassationsprocessen i en fabrik beror av den utbildning man gett de anställda eller hur dragstyrkan hos en motor beror på bränslets sammansättning. Vidare förutsätter många statistiska analysmetoder att oberoende föreligger i sådana avseenden som inte är föremål för studium, t ex att det "slumpfel" man gör i en viktbestämning är oberoende av det "fel" man kan ha gjort i föregående viktbestämningar.

Vi har tidigare sett exempel på oberoende händelser. Om man på måfå drar ett kort ur en vanlig kortlek, läser av och lägger tillbaka kortet, blandar leken samt drar på nytt, så är sannolikheten att få ett rött kort i andra dragningen oberoende av vilket kort man fick i den första dragningen. Vi har samma sannolikhet att få ett rött kort i varje dragning.

Vad detta innebär skulle kunna beskrivas på följande sätt. Låt oss betrakta två försök i vilka händelserna A respektive B kan inträffa - säg att A markerar rött kort i första dragningen och B rött kort i andra dragningen. Rent definitionsmässigt föreligger *stokastiskt oberoende* om

$$P(B | A) = P(B),$$

dvs sannolikheten att B skall inträffa är densamma vare sig A inträffar (inträffat) eller ej. Följaktligen är

$$P(B | A) = P(B | \overline{A}) = P(B)$$

vid oberoende.

Exempel 5.4

Antag att vi drar ett kort från en vanlig kortlek, observerar vilket kort det blev och sedan, utan att lägga tillbaka kortet, drar ett kort till. Om A betecknar rött kort i första dragningen gäller tydligen

$$P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

eftersom det finns 26 röda kort av totalt 52 kort. Låt nu B beteckna rött kort i andra dragningen. Vid den andra dragningen finns det 51 kort kvar i kortleken. Om A har inträffat är 25 av dessa röda, dvs

$$P(B | A) = \frac{25}{51},$$

medan om $\overline{A}$ har inträffat, dvs det första kortet var svart, är 26 kort röda vid den andra dragningen, dvs

$$P(B | \overline{A}) = \frac{26}{51}.$$

Därmed drar vi slutsatsen att

$$P(B | A) \neq P(B | \overline{A})$$

och det föreligger ett stokastiskt beroende mellan händelserna A och B . Något annat var ju heller inte att vänta, eftersom vi inte kan få det först dragna kortet vid den andra dragningen. ■

Exempel 5.5

Antag att man mäter två kvantitativa variabler (t.ex. inkomst och konsumption hos familjer) och markerar varje individ (familj) i ett diagram av följande typ

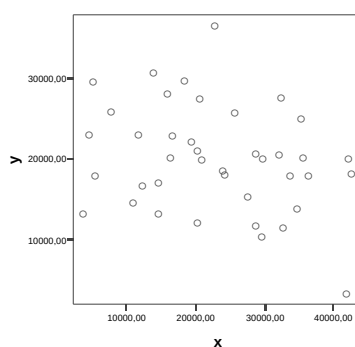


Figure 5.1: Fall A

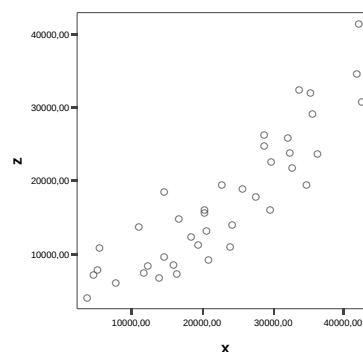


Figure 5.2: Fall B

I fall A kan man - i varje fall inte direkt - se något samband mellan mätvärdena för de två variablerna. Att variabeln X antar ett visst värde tycks inte påverka sannolikhetsfördelningen för variabeln Y. Så är det däremot i fall B. Ju högre värde som variabeln X antar desto högre värde kan man tydligen

räkna med beträffande Y och omvänt. (Ett samband kan naturligtvis också vara av den karaktären att högre värden på en variabel motsvaras av lägre värden på den andra.) ■

Exempel 5.6

Låt oss betrakta det slumpmässiga försöket ”kast med två tärningar” igen. A och B får som vanligt vara händelserna att vi får en sexa på den ena respektive den andra tärningen. Vi beräknar först $P(B | A)$, och får

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/36}{1/6} = \frac{1}{6}$$

Denna sannolikhet är samma som då vi inte känner resultatet av första kastet. Alltså är $P(B | A) = P(B)$. ■

Om A och B är två stokastiskt oberoende händelser får vi enligt multiplikationssatsen

$$P(A \cap B) = P(A) P(B | A) = P(A) P(B).$$

Omvänt gäller det också att om $P(A \cap B) = P(A) P(B)$ så är händelserna A och B stokastiskt oberoende.

Exempel 5.7

Sannolikheten att en viss basketspelare kastar ett straffkast i korgen är 0.7. Antag att hon får kasta fyra straffkast under en match. Vi vill beräkna sannolikheten att hon kastar alla fyra straffkast i korgen. Vi antar därför att kasten är oberoende av varandra. (Diskutera rimligheten i detta antagande.) Vi får

$$P(\text{alla fyra kasten går i korgen})$$

$$= 0.7 \cdot 0.7 \cdot 0.7 \cdot 0.7 = 0.7^4 \approx 0.2401 \quad \blacksquare$$

Övning 5.12

Betrakta övning 5.5. Är förekomsten av sjukdomen cancer oberoende av rökning?

Övning 5.13

Tre spelare, Andersson, Bertilsson och Carlsson, spelar en tennisturnering. Varje spelare spelar två matcher, en match mot var och en av de andra två spelarna. Om någon vinner sina båda matcher räknas han som segrare i turneringen. Antag att följande sannolikheter gäller

$$P(\text{Andersson slår Bertilsson}) = 0.7$$

$$P(\text{Bertilsson slår Carlsson}) = 0.8$$

$$P(\text{Carlsson slår Andersson}) = 0.9$$

Skriv upp nödvändiga förutsättningar och beräkna sannolikheten att

- a) Andersson vinner turneringen
- b) Bertilsson vinner turneringen
- c) Ingen vinner turneringen, dvs alla vinner var sin match.

Övning 5.14

I en verkstadsindustri bearbetas en produkt successivt i fem deloperationer. Genom ovarsam hantering deformeras vissa av de producerade enheterna. För varje deloperation är sannolikheten att en enhet blir deformerad i denna 0.03. De olika deformationerna uppträder oberoende av varandra. Kontroll av deformation sker efter femte operationen. Härvid kasseras alla enheter som har utsatts för minst en deformation.

Beräkna sannolikheten att en enhet måste kasseras på grund av deformation.

Övning 5.15

Ett varningssystem består av två komponenter K_1 och K_2 som var och en kan ge signal om en olycka inträffar. Olyckorna är av sådan art att varningssystemet kan förstöras. Man räknar med att K_1 kommer att fungera

med sannolikheten 0.95 och att K_2 kommer att fungera med sannolikheten 0.90. Båda kommer att fungera med sannolikhet 0.89.

- a) Beräkna sannolikheten att systemet kommer att fungera vid en olycka.
- b) Visa att det inte föreligger stokastiskt oberoende mellan händelserna att komponent K_1 respektive K_2 fungerar.
- c) Antag att det förelåg oberoende mellan de ovan omtalade händelserna. Beräkna sannolikheten att systemet fungerar om sannolikheterna att K_1 respektive K_2 fungerar fortfarande är 0.95 respektive 0.90.
- d) Beräkna sannolikheten att en olycka som förstör K_2 även kommer att förstöra K_1 (ursprungliga förutsättningar om beroende antas gälla).

Övning 5.16

En investerare har två aktier. En viss dag kan värdet på var och en av aktierna antingen öka ($\ddot{O}$), vara oförändrat (O) eller minska (M).

- a) Beräkna sannolikheterna att båda aktiernas värden ökar, båda aktiernas värden minskar och värdet på exakt en aktie minskar en viss dag om det gäller att $P(\ddot{O}) = 0.4$, $P(O) = 0.2$ och $P(M) = 0.4$. Aktiernas värden antas vara stostatiskt oberoende av varandra.
- b) Beräkna sannolikheterna i uppgift b) om det gäller att $P(\ddot{O}) = 0.8$, $P(O) = 0.1$ och $P(M) = 0.1$. Värdet på aktierna antas fortfarande vara stokastiskt oberoende av varandra.

Övning 5.17

Antag att värdet av en aktie (aktie A) en viss dag är stokastiskt beroende av värdet av en annan aktie (aktie B) dagen innan. Bestäm sannolikheten att aktie A ökar sitt värde en viss dag om vi vet att aktie B ökade sitt värde dagen innan. Utför beräkningen under förutsättning att aktierna ökar respektive minskar sina värden en viss dag är 0.5 (oförändrat värde antas inte vara möjligt). Den simultana sannolikheten att aktie A minskar sitt värde en viss dag efter att aktie B har minskat sitt värde är 0.3.

Övning 5.18

Företaget Rent och snygt (ROS) har marknadsfört sin nya produkt, tvättmedlet Miljöskyddssåpa (Miss), i en TV reklam. I en efterföljande urvalsundersökning visar det sig att 21% av de tillfrågade har köpt Miss, 41% har sett TV reklamen och 13% av de tillfrågade har både köpt produkten och sett TV reklamen.

- a) Hur stor andel av de tillfrågade som har sett TV reklamen har också köpt tvättmedlet?
- b) Med ledning av svaret på fråga a), kan man säga att TV reklamen har varit framgångsrik?