
13. DESKRIPTION — TIDSSERIER

13.1 Inledning

En tidsserie består av observationer gjorda under en följd av tidpunkter. Exempel på tidsserier är kursen på en viss aktie vid börsens stängning varje börsdag, priset på smör den första dagen i varje månad, antalet passagerare på en viss flyglinje varje månad, antal sålda bilar varje kvartal och brutto national produkten (BNP) för varje år.

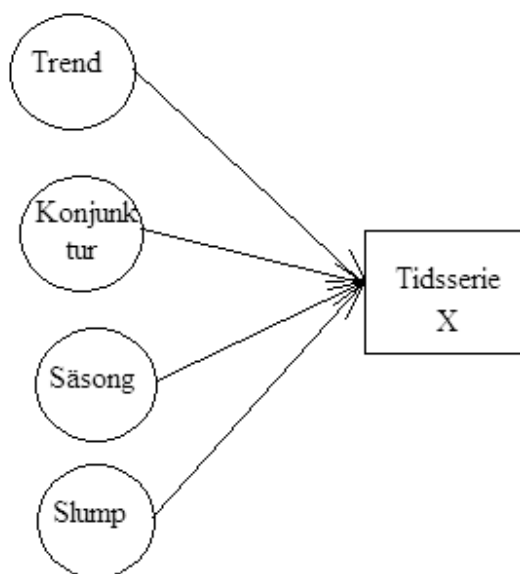
Vi kan tänka oss en tidsserie som att vi vid varje tidpunkt observerar utfallet från ett slumpmässigt försök, där utfallet representeras av värdet på en stokastisk variabel. Vid tidpunkten t gör vi således en observation på den stokastiska variabeln X_t . En tidsserie med T värden kan därför betraktas som observationer på följderna $X_1, X_2, \dots, X_T$ av stokastiska variabler.

Flera olika typer av modeller för tidsserier förekommer. Vi skall här endast nämna två olika utgångspunkter som ofta förekommer i samband med byggande av modeller för tidsserier. En utgångspunkt är att tänka sig att en tidsserie är uppbyggd av fyra olika komponenter: en trend-, en konjunktur, en säsong- och en slumpkomponent. Med trend menar man här seriens allmänna utveckling sett över en lång tidsperiod. Konjunkturen utgör en återkommande, oregelbunden, variation runt trenden. Omloppstiden för konjunkturen är relativt lång. För ekonomiska tidsserier räknar man med en omloppstid om två till tio år från en topp till nästa topp. Säsongkomponenten är en regelbunden cyklisk variation med kortare omloppstid: ett år för ekonomiska tidsserier. Ett säsongmönster är således ett mönster som upprepas varje år. Slumpkomponenten, slutligen, är en oregelbunden komponent som saknar både trendmässig och cyklisk utveckling. Tidsseriens värde i en viss tidpunkt utgör en funktion av dess fyra komponenter. En vanlig modell är att tidsseriens värde är summan av de fyra komponenterna. En annan vanlig modell är att tidsseriens värde är produkten av de fyra komponenterna. I termer av databildning kan vi alltså betrakta

trenden, konjunkturen, säsongen och slumpkomponenten i en tidsserie som fyra latent variable, vilka kombineras genom en känd funktion till tids-serien. Om vi betecknar trenden vid tidpunkt t med Tr_t , konjunkturen med K_t , säsongen med S_t och slump termen med ε_t kan en additiv modell formuleras som

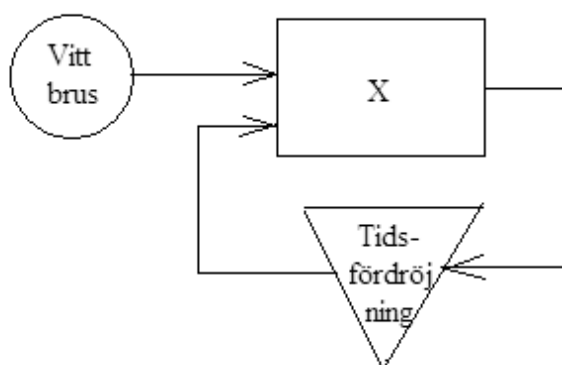
$$X_t = Tr_t + K_t + S_t + \varepsilon_t.$$

Figur 13.1 illustrerar processen att trend, konjunktur, säsong och slump kombineras till den observerade tidsserien. En del av tidsSerieanalysen ägnar sig åt att dekomponera, dvs dela upp, en tidsserie i dess komponenter och därigenom försöka få uppskattade värden på de latent variable. Kan man åstadkomma det kan man sedan bygga separata modeller för var och en av komponenterna. Även det omvända resonemanget förekommer: givet modeller för var och en av komponenterna, kan modellerna “komponeras ihop” till en modell för den observerade tidsserien, på motsvarande sätt som man tänker sig att de latent variable “komponeras ihop” till tidsserien.



Figur 13.1 Tidsseriens fyra komponenter som latent variable.

En annan utgångspunkt vid modellbyggnad i samband med tidsserier är att analysera tidsserien i termer av stokastiska processer. Vi skall här nämna endast en mycket enkel stokastisk process som ett exempel, nämligen en första ordningens autoregressiv process, se figur 13.2 för en illustration.



Figur 13.2 Första ordningens autoregressiv process.

Den stokastiska variabeln X_t , dvs tidsserien vid tidpunkten t , beror av den stokastiska variabeln X_{t-1} , dvs tidsserien vid föregående tidpunkt och en slumpterm, en stokastisk variabel ε_t , som är oberoende av slumptermerna vid alla andra tidpunkter, här kallad vitt brus. Matematiskt kan modellen formuleras som

$$X_t - \mu = \rho (X_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t$$

där μ och ρ är konstanter. Värdena på μ och ρ och sannolikhetsfördelningen för det vita bruset, ε_t , bestämmer tidsseriens egenskaper.

Om slumptermen ε_t har väntevärdet noll och variansen σ^2 är det inte svårt att visa att

$$E(X_t) = \mu$$

och

$$V(X_t) = \sigma^2 / (1 - \rho^2).$$

Om man kunde upprepa tidsserien många gånger skulle alltså de värden vi får vid tidpunkten t i medeltal vara μ och ha variansen $\sigma^2 / (1 - \rho^2)$. Kovariansen mellan X_t och X_{t-1} visar sig vara

$$Cov(X_t, X_{t-1}) = \rho V(X_t),$$

så att korrelationen mellan observationen från två på varandra följande tidpunkter i tidsserien är ρ . Derra ger oss dels en möjlighet att tolka konstanten ρ , den är helt enkelt ett mått på beroendet mellan X_t och X_{t-1} . Om $\rho = 0$ har vi en följd av oberoende stokastiska variabler och ju ängre från noll ρ är, ju starkare är beroendet.

Observationer på tidsserier brukar inte bearbetas på samma sätt som oberoende observationer på tvärsnittsdata. Det finns i huvudsak tre skäl till detta. Dels har variablerna $X_1, X_2, \dots, X_T$ i många tillämpningar olika sannolikhetsfördelningar (t ex på grund av en trend). Dels är variablerna ofta beroende av varandra och dels är de frågeställningar som förekommer i samband med analys av tidsserier ofta knutna till seriernas utveckling i tiden, dvs de förändringar som förekommer från en tidpunkt till en annan. Då vi analyserar tidsserier måste vi därför använda metoder för att analysera deras tidsmässiga utveckling, snarare än att studera fördelningen i en population vid en viss tidpunkt. I det här kapitlet diskuterar vi några enkla metoder för att bearbeta tidsserier. I avsnitt 13.2 diskuterar vi grafisk framställning av tidsserier. I avsnitt 13.3 beskriver vi hur en tidsserie kan beskrivas i termer av relativa förändringar, ett s k enkelt index, och hur flera tidsserier kan vägas samman till ett s k sammansatt index.

13.2 Grafisk framställning av tidsserier

Den grafiska framställningen av tidsserier syftar till att visa på utvecklingstendenser och sambandsmönster i serierna. Den grafiska framställningen är alltså en viktig del av arbetet med att analysera tidsserier. I detta avsnitt visar vi några exempel på konstruktion av diagram över tidsserier.

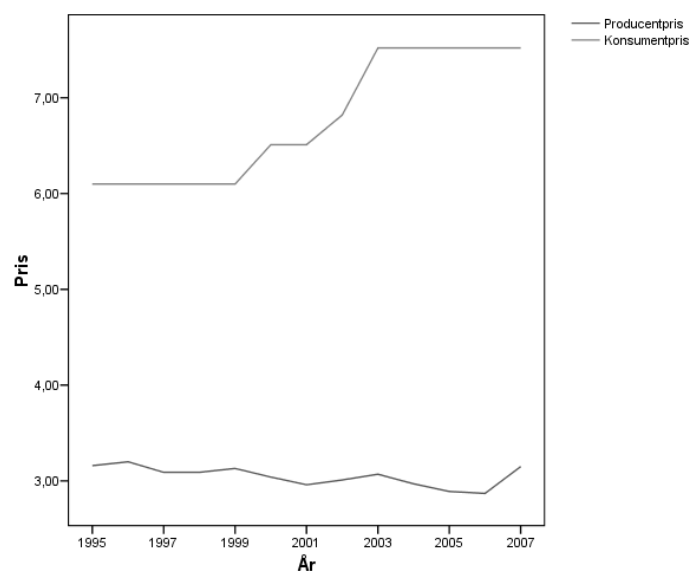
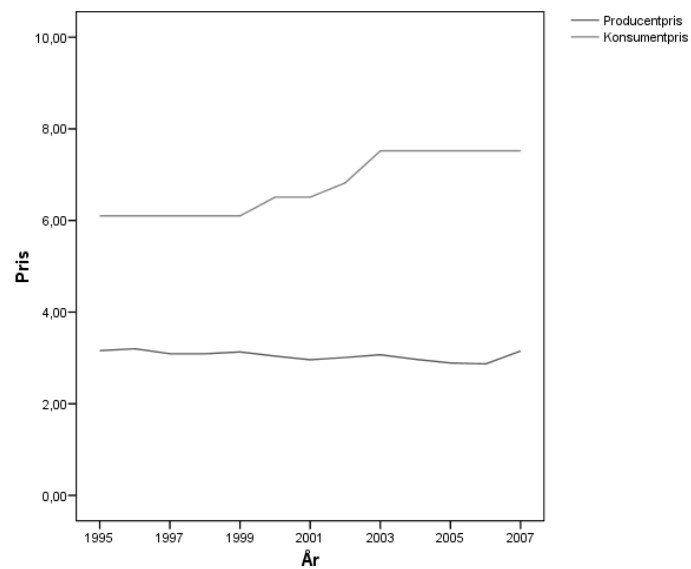
En av de enklare diagramtyperna man kan rita för att illustrera en tidsserie är ett så kallat kurvdiagram. I kurvdiagrammet låter man den horisontella axeln representera tiden och den vertikala axeln representera den observerade variabeln. Variabelvärdena markeras med punkter i diagrammet och sammanbinds med räta linjestycken. Skalorna på axlarna spelar en viktig roll, eftersom kurvornas lutning mer eller mindre medvetet förknippas med förändringar i variabeln. Likaså kan olika val av starttidpunkter ge figurer som framhäver eller maskerar vissa karaktäristika i tidsserien.

Tabell 13.1 Producent- och konsumentpriser på mjölk

Tidpunkt	Producent- pris	Konsument- pris
1995	3,16	6,10
1996	3,20	6,10
1997	3,09	6,10
1998	3,09	6,10
1999	3,13	6,10
2000	3,04	6,51
2001	2,96	6,51
2002	3,01	6,82
2003	3,07	7,52
2004	2,97	7,52
2005	2,89	7,52
2006	2,87	7,52
2007	3,15	7,52

Exempel 13.1

I tabell 13.1 redovisas producentpriset på en liter mjölk med fetthalten 4,1% och proteinhalten 3,3%. Priset gäller för åren 1995 till 2007 hos en viss



Figur 13.3 Kurvdiagram över producent- och konsumentpriser på mjölk

mejeriförening. I tabellen redovisas också konsumentpriset på en liter standardmjölk vid samma tidpunkter. Eftersom priserna kan variera mellan olika butiker redovisas de priser som mejeriföreningen rekommenderade. Alla priser redovisas utan moms.

I figur 13.3 visas ett kurvdiagram över producent- och konsumentpriserna som redovisas i tabell 13.1. Lägg märke till att man genom att stympa axlarna i diagrammet kan förstärka respektive dämpa intrycket om storleken i seriernas förändringar. ■

Kurvdiagram kan även användas för att grafiskt illustrera ett eventuellt samband mellan två tidsserier. Om två serier är beroende av varandra är förändringar i serierna på något sätt relaterade till varandra. Ett enkelt positivt beroende t ex, tar sig uttryck i att båda variablerna ökar respektive minskar samtidigt. Ett sådant mönster låter sig väl illustreras i ett kurvdiagram. Även mer komplicerade beroendeförhållanden kan framgå ur ett kurvdiagram, t ex om det finns en viss tidsmässig eftersläpning i en av serierna innan den väntade effekten uppstår. Kurvdiagrammet kan även användas för att illustrera beroenden eller samband mellan fler än två tidsserier. Speciella händelser kan markeras i ett kurvdiagram med t ex en pil i diagrammet vid den aktuella tidpunkten.

Om serierna har olika nivåer och olika skalor, är det oftast lämpligt att standardisera observationsserierna på något sätt och rita ett kurvdiagram över de standardiserade värdena. Ett vanligt problem med ekonomiska tidsserier är att valutornas värden förändras över tiden genom inflation eller deflation. Det är då vanligt att räkna om observationerna till fasta priser, dvs det värde som rådde vid en viss tidpunkt. Likaså är det vanligt att räkna om observationer till indexserier som visar tidsseriernas relativa (procentuella) förändring från en viss tidpunkt. De beräkningar man då använder sig av diskuterar vi i nästa avsnitt.

En annan alternativ diagramtyp som ofta används för att illustrera beroenden eller samband mellan tidsserier är punktdiagrammet som beskrivs i avsnitt 12.3. Om vi t ex har en första ordningens autoregressiv modell för en tidsserie kan vi bilda talparen $(x_1, x_2), (x_2, x_3), \dots, (x_T, x_{T-1})$ och rita ett punktdiagram. Om punkterna verkar följa en rät linje ger det ett empiriskt stöd åt modellen. Dessutom kommer linjens lutning att vara relaterad till

konstanten ρ i modellen. En fördel med ett punktdiagram är att det ofta är lättare att se en sambandsstruktur i ett sådant diagram än i ett kurvdiagram. En nackdel med punktdiagrammet jämfört med kurvdiagrammet är att informationen om tidsföljden mellan observationerna inte används.

Övning 13.1

Tabellen nedan visar kvartalsdata över omsättningsutvecklingen i partihandel utom motorfordon. Rita ett kurvdiagram över tidsserien. Försök identifiera trend och säsongkomponenterna i tidsserien genom att se på diagrammet.

År	Kvartal 1	Kvartal 2	Kvartal 3	Kvartal 4
2004	95,80	105,40	103,10	115,10
2005	101,20	117,50	112,30	127,60
2006	117,90	126,00	119,60	136,20
2007	123,00	139,90	130,50	146,40

Övning 13.2

OMX Stockholm 30 är ett index som avser att mäta Stockholmsbörsens värde. Tabellen nedan visar dagliga relativa förändringar i % för detta index under 22 börsdagar i början av 2008. Rita ett kurvdiagram över tidsserien. Förskjut sedan serien en tidsenhet och rita ett punktdiagram med orginalseriens värden på den lodräta axeln och den förskjutna seriens värden på den vågräta axeln. Beräkna korrelationen mellan de två serierna. Vilka slutsatser kan du dra?

Dag	1	2	3	4	5	6	7	8
Indexutveckling	-5,11	5,39	-3,86	4,13	0,31	-1,25	0,74	-0,63
Dag	9	10	11	12	13	14	15	16
Indexutveckling	-0,11	2,84	0,00	-3,07	0,42	-2,52	-0,76	-0,98
Dag	17	18	19	20	21	22		
Indexutveckling	3,95	0,21	0,11	-1,05	2,34	0,62		

13.3 Indexberäkningar

Det är mycket vanligt att en tidsserie beskrivs i termer av seriens relativa (procentuella) förändring från en tidpunkt till en annan. En tidsseries utveckling från en viss tidpunkt, den så kallade bastidpunkten, kallas ett (enkelt) index. En viktig situation som ofta förekommer är att man har flera tidsserier som var och en är en indikator på en latent variabel. Vi kan t ex tänka oss att prisutvecklingen på olika varor och tjänster speglar utvecklingen av en allmän latent "prisnivå" i samhället. Man kan då väga samman indikatorernas (enkla) indexserier till ett sammansatt index. Den sammansatta indexserien skall då spegla den latent variabelns relativa utveckling. Vi behandlar först enkla index och sedan sammansatta index.

13.3.1 Enkla index — definition och tolkning

En indexserie bildas genom att först välja bastidpunkt och sedan räkna ut hur många procent tidsseriens värde är jämfört med bastidpunktens värde. Indextalen är dessa procenttal. Med bastidpunkt menas den tidpunkt med vilken jämförelserna skall göras. Bastidpunkten är därför ett visst år, kvartal, månad etc. I publikationer brukar bastidpunkten anges på det oegentliga sättet "bastidpunkt = 100". T ex betyder $1980 = 100$ att serien har 1980 som basår. Om tidsserien har värdena $x_1, x_2, \dots, x_T$ och vi har tidpunkten b som bastidpunkt blir följaktligen indextalet vid tidpunkten t lika med $x_t/x_b \cdot 100$. Detta indextal anger tidsseriens procentuella förändring från bastidpunkten b till tidpunkten t .

Exempel 13.1 (fortsättning)

I tabell 13.1 redovisas producentpriset på en liter mjölk för tidsperioden 1995 till 2007. Med bastidpunkten 1995 motsvaras dessa två tidsserier av de indexserier som redovisas i tabell 13.2.

Indextalet 101.3, som fås för producentpriset 1996, beräknas genom $(3,20/3,16) \cdot 100$. Detta innebär att mjölkproducenten fick 1.3% (101.3-100) mer betalt för sin produkt 1996 än 1995. Vidare ser vi att mjölkproducenten fick 2,2% (97,8-100) mindre betalt 1997 än 1995.

Tabell 13.2 Producent- och konsumentpriser på mjölk. Indextal med 1995 = 100

Tidpunkt	Producent- pris	Konsument- pris
1995	100,0	100,0
1996	101,3	100,0
1997	97,8	100,0
1998	97,8	100,0
1999	99,1	100,0
2000	96,2	106,7
2001	93,7	106,7
2002	95,3	111,8
2003	97,2	123,3
2004	94,0	123,3
2005	91,5	123,3
2006	90,8	123,3
2007	99,7	123,3

Det är viktigt att påpeka här att indexserierna i tabell 13.2 redovisar procentuella förändringar i förhållande till bastidpunkten 1995. Vi kan alltså inte direkt ur tabellen utläsa procentuella förändringar i förhållande till någon annan tidpunkt. Prisfallets procentuella storlek från 1996 till 1997 framgår således inte i tabellen.

Observera slutligen att indextal anger endast förändringar, inte nivåer. I indexserien för producentpriserna jämförs priserna med bastidpunktens pris 3,16 och i indexserien för konsumentpriserna jämförs priserna med 6,10. ■

Jämförelser med en annan tidpunkt än bastidpunkten är inte möjlig i en indexserie. Önskar man en jämförelse med en annan tidpunkt måste man helt enkelt räkna ut en ny indexserie med en ny bastidpunkt. Om vi har en indexserie med bastidpunkten 0, vet vi att indextalet I_t^0 vid tidpunkten t är

$$I_t^0 = \frac{x_t}{x_0} \cdot 100$$

Antag nu att vi önskar en indexserie med tidpunkten b som bastidpunkt. Vid den nya bastidpunkten har vi indextalet

$$I_b^0 = \frac{x_b}{x_0} \cdot 100$$

Vid tidpunkten t blir indextalet I_t^b med bastidpunkten b lika med

$$I_t^b = \frac{x_t}{x_b} \cdot 100 = \frac{\frac{x_t}{x_0} \cdot 100}{\frac{x_b}{x_0} \cdot 100} \cdot 100 = \frac{I_t^0}{I_b^0} \cdot 100$$

dvs den nya indexserien fås ur den gamla indexserien genom att dividera indextalen med indextalet för den nya bastidpunkten och multiplicera med faktorn 100.

Tabell 13.3 Producentpriset på mjölk. Indextal.

Tidpunkt	1995 = 100	1996 = 100
1995	100,0	$(100/101,3) \cdot 100 = 98,8$
1996	101,3	$(101,3/101,3) \cdot 100 = 100$
1997	97,8	$(97,8/101,3) \cdot 100 = 96,6$
1998	97,8	$(97,8/101,3) \cdot 100 = 96,6$
1999	99,1	$(99,1/101,3) \cdot 100 = 97,8$
2000	96,2	$(96,2/101,3) \cdot 100 = 95,0$
2001	93,7	$(93,7/101,3) \cdot 100 = 92,5$
2002	95,3	$(95,3/101,3) \cdot 100 = 94,1$
2003	97,2	$(97,2/101,3) \cdot 100 = 95,9$
2004	94,0	$(94,0/101,3) \cdot 100 = 92,8$
2005	91,5	$(91,5/101,3) \cdot 100 = 90,3$
2006	90,8	$(90,8/101,3) \cdot 100 = 89,7$
2007	99,7	$(99,7/101,3) \cdot 100 = 98,4$

Exempel 13.1 (fortsättning)

I tabell 13.3 visas hur man byter från bastidpunkten 1995 till 1996 i serien för producentpriset på mjölk. Det är först i denna tabell det framgår att

producentpriset föll med 3,4% (100-96,6) från 1996 till 1997. Notera också att indextalen i tabell 13.3 kan beräknas ur prisuppgifterna i tabell 13.1. T.ex. får vi indextalet 98,8 för 1995 genom $(3,16/3,20) \cdot 100$. ■

Antag nu att olika delar av en tidsserie har räknats om till indexserier med olika bastidpunkter. För att kunna analysera serien måste vi räkna om indexserierna så att de får samma bastidpunkt. Enklast sker detta genom att byta bastidpunkt för de olika delarna enligt den teknik vi visade ovan så att alla delar får samma bastidpunkt. Detta kallas för att serierna kedjas.

Exempel 13.1 (fortsättning)

Ett exempel på kedjning av indexserier för producentpriset på mjölk visas i tabell 13.4. Här omfattar den första delen av indexserien tidsperioden 1995 till 2000 med bastidpunkt 1995 och den andra delen av indexserien omfattar tidsperioden 2000 till 2007 med 1996 som bastidpunkt. Vi kedjar nu dessa två serier med 2000 som ny bastidpunkt. Beräkningarna framgår av tabellen. ■

Tabell 13.4 Producentpriset på mjölk. Indextal.

Tidpunkt	1995 = 100	1996 = 100	Byte av bas till 2000 = 100
1995	100,0	-	$(100/96,2) \cdot 100 = 103,4$
1996	101,3	-	$(101,3/96,2) \cdot 100 = 105,3$
1997	97,8	-	$(97,8/96,2) \cdot 100 = 106,1$
1998	97,8	-	$(97,8/96,2) \cdot 100 = 106,1$
1999	99,1	-	$(99,1/96,2) \cdot 100 = 103,0$
2000	96,2	95,0	$(96,2/96,2) \cdot 100 = 100,0$
2001	-	92,5	$(92,5/95,0) \cdot 100 = 97,4$
2002	-	94,1	$(94,1/95,0) \cdot 100 = 99,0$
2003	-	95,9	$(95,9/95,0) \cdot 100 = 101,0$
2004	-	92,8	$(92,8/95,0) \cdot 100 = 97,7$
2005	-	90,3	$(90,3/95,0) \cdot 100 = 95,1$
2006	-	89,7	$(89,7/95,0) \cdot 100 = 94,4$
2007	-	98,4	$(98,4/95,0) \cdot 100 = 103,6$

13.3.2 Sammansatta index

Enkla index, såsom de beskrivs i föregående delavsnitt, kan ge en god bild av utvecklingen för en tidsserie. Om vi har många tidsserier kan det ibland vara praktiskt att sammanfatta alla serierna i ett sammansatt index i stället för att redovisa ett enkelt index för varje serie. Detta gäller särskilt då vi önskar ange prisutvecklingen för en hel grupp av varor och tjänster. Exempel på sådana sammansatta index är konsumentprisindex som avser mäta prisförändringarna i detaljhandelsledet för de varor och tjänster som ingår i den privata konsumtionen, producentprisindex som mäter prisutvecklingen i producentledet, samt exportprisindex och importprisindex som mäter prisförändringarna i export- respektive importleden.

Det finns flera olika sätt att konstruera sammansatta index. De två sätt vi beskriver här bygger på att väga samman de enkla indexserier som gäller för varje vara eller tjänst. Antag därför att vi har en grupp bestående av N stycken varor eller tjänster och att vi för varje vara eller tjänst i den studerade gruppen har en tidsserie avseende priset vid T stycken tidpunkter. Beteckningsmässigt skriver vi tidsserien för priset på den i -te varan eller tjänsten som $p_{1i}, p_{2i}, \dots, p_{Ti}$. Om vi använder tidpunkten 0 som bastidpunkt får den i -te varan eller tjänsten det enkla indextalet $(p_{ti}/p_{0i}) \cdot 100$ vid tidpunkten t . Ett sammansatt indextal för hela gruppen vid tidpunkten t kan vi nu få genom att ta medelvärde av alla enkla indextal vid tidpunkten t . Då kommer alla varor och tjänster som ingår i det sammansatta indexet lika stor vikt. Ofta har dock olika varor och tjänster olika betydelse och bör därför också få olika vikt när de enkla indextalen sätts samman till det sammansatta indextalet. Om vi låter w_i beteckna den vikt som vi vill ge den i -te varan eller tjänsten får vi en sammansatt index som

$$\text{Indextalet} = \sum_{i=1}^N \frac{p_{ti}}{p_{0i}} \cdot 100 \cdot w_i$$

Ett sätt att konstruera vikterna w_i är att låta dem utgöra den proportion av gruppens totala värde som utgörs av den i -te varan eller tjänsten vid bastidpunkten. Detta förfaringssätt föreslogs av Laspeyre och det resulterande sammansatta indexet kallas följaktligen Laspeyres index. Om q_{0i} är den aktuella kvantiteten (producerad, konsumerad, såld etc) hos den i -te varan

eller tjänsten vid basistidpunkten, får vi att värdet av den varan eller tjänsten är $p_{0i} \cdot q_{0i}$ och att gruppens sammanlaggda värde är $\sum_{i=1}^N p_{0i} \cdot q_{0i}$. Vikten blir därmed

$$w_i = \frac{p_{0i} \cdot q_{0i}}{\sum_{i=1}^N p_{0i} q_{0i}}$$

vilket insatt i formeln ovan ger, efter förenkling, Laspeyres index vid tidpunkt t

$$L_t^0 = \frac{\sum_{i=1}^N p_{ti} \cdot q_{0i}}{\sum_{i=1}^N p_{0i} q_{0i}} \cdot 100$$

I Laspeyres index använder vi vikter som bestäms av basistidpunktens värde definierad som produkten av basistidpunktens pris och basistidpunktens kvantitet. Ett annat alternativ är att definiera värdet som produkten av basistidpunktens pris och kvantiteten vid tidpunkt t . Denna definition föreslogs av Paasche och ger oss således Paasches index. Om den i -te varans eller tjänstens aktuella kvantitet vid tidpunkten t är q_{ti} blir dess värde med denna definition $p_{0i} \cdot q_{ti}$ och gruppens sammanlaggda värde $\sum_{i=1}^N p_{0i} \cdot q_{ti}$. Vikterna blir därför

$$w_i = \frac{p_{0i} q_{ti}}{\sum_{i=1}^N p_{0i} q_{ti}}$$

som insatt i indexformeln ger oss Paasches index

$$P_t^0 = \frac{\sum_{i=1}^N p_{ti} q_{ti}}{\sum_{i=1}^N p_{0i} q_{ti}} \cdot 100$$

efter viss förenkling.

Exempel 13.2

Ett företag säljer två typer av elektroniska räknemaskiner, här kallade typ A respektive typ B. Priser och antal sålda maskiner framgår av tabell 13.5.

Tabell 13.5 Priser och försålda kvantiteter av räknemaskiner.

Tidpunkt	Typ A		Typ B	
	pris	kvantitet	pris	kvantitet
2005	540	60	1550	8
2006	500	65	720	15
2007	270	60	480	60

Laspeyres och Paasches index för priserna på företagets räknemaskiner redovisas i tabell 13.6. Dessa indextal fås direkt ur definitionen. T.ex. får vi för 2006 att

$$L_{2006}^{2005} = \frac{500 \cdot 60 + 720 \cdot 8}{540 \cdot 60 + 1550 \cdot 8} \cdot 100 = 79.8$$

och

$$P_{2006}^{2005} = \frac{500 \cdot 65 + 720 \cdot 15}{540 \cdot 65 + 1550 \cdot 15} \cdot 100 = 74.2$$

Enligt dessa mått minskade priset på företagets räknemaskiner med 20.1% respektive 25.8% från 2005 till 2006. ■

Tabell 13.6 Laspeyres och Paasches index för prisutvecklingen på räknemaskiner

Tidpunkt	Laspeyres	Paasches
	index	index
2005	100	100
2006	79.8	74.2
2007	44.7	35.9

I det fall vi är intresserade av förändringar i volym (konsumerad, producerad, såld etc) arbetar vi med index på samma sätt, men med kvantiteter i stället för priser. Följande exempel illustrerar hur ett kvantitetsindex beräknas.

Exempel 13.2 (fortsättning)

Antag att vi vill beräkna Laspeyres index för den försålda kvantiteten av räknemaskiner enligt tabell 13.5. Med 2005 som basår beräknas indextalet för 2006 genom

$$L_{2006}^{2005} = \frac{540 \cdot 65 + 1550 \cdot 15}{540 \cdot 60 + 1550 \cdot 8} \cdot 100 = \frac{58350}{44800} = 130.2$$

dvs försäljningsvolymen av räknemaskiner har ökat med 30.2% från 2005 till 2006. ■

Då varugruppen innehåller väldigt många varor och tjänster blir beräkningarna av sammansatta index mycket omfattande. Man brukar då nöja sig med att basera beräkningarna på ett urval av varor och tjänster. Vidare kompliceras beräkningarna om prisuppgifterna måste samlas in från många försäljningsställen eller tillverkare. Man begränsar sig då till ett urval av försäljningsställen respektive tillverkare. På grund av att urval används kan både slumpmässiga och systematiska fel uppstå. Dessutom kan mätproblemen vara svåra. Exempelvis kan en prisökning på en vara till en viss del bero på en kvalitetsförbättring, medan ett prisindex endast skall mäta prisförändringar för samma kvalitet. En kvalitetsförändring skall snarare uppfattas som en kvantitetsförändring. Detta gör att sammansatta index för stora varugrupper ingalunda är perfekta mått på det som de avser att mäta.

13.3.3 Fasta och löpande priser — deflatering

Om en tidsserie avseende prisuppgifter redovisas helt ojusterad för penningvärdesförändringar, dvs varje årsvärde anges i sitt års penningvärde, säger man att serien redovisas i löpande priser. Om uppgifterna däremot justeras för penningvärdets förändringar säger man att serien redovisas i fasta priser. Varje värde anges i ett visst års penningvärde, dvs i detta års priser. Proceduren att räkna om en prisserie från löpande priser till fasta priser kallas att deflatera.

Exempel 13.1 (fortsättning)

Prisuppgifterna i tabell 13.1 är uttryckta i löpande priser. Antag att vi nu vill räkna om dem till fasta priser uttryckta i 2005 års priser. Vi använder konsumentprisindex, KPI, för deflateringen. KPI mäter prisutvecklingen inom den del av ekonomin som utgörs av privat konsumtion. KPI är därför ett lämpligt mått på den prisutveckling som konsumenterna upplever och används ofta som deflator när man skall beräkna reallöner, realinkomster etc. I publikationer brukar KPI anges med basåret 1980, men för vår deflatering behöver vi basåret 2005. Vi måste därför först räkna om KPI till den nya basårets tidpunkten. Detta sker på det sätt som redovisas i delavsnitt 13.3.1. Resultaten från basbytet redovisas i tabell 13.7.

Tabell 13.7 Konsumentprisindex

	1980	2005
Tidpunkt	=100	=100
1995	254,8	90,9
1996	256,0	91,3
1997	257,3	91,8
1998	257,0	91,7
1999	258,1	92,1
2000	260,7	93,0
2001	267,1	95,3
2002	272,8	97,3
2003	278,1	99,2
2004	279,2	99,6
2005	280,4	100,0
2006	284,2	101,4
2007	290,5	103,6

Av tabellen framgår att konsumentpriserna har ökat med 1,4% från 2005 till 2006. Vi kan tolka detta som att penningvärdet har minskat med 1,4% vad beträffar konsumtionsvaror. År 2006 fick mjölkproducenten 2,87 för en liter mjölk. För att uttrycka detta i 2005 års penningvärde måste vi alltså reducera 2,87 med 1,4%, dvs producentpriset år 2006 uttryckt i 2005 års priser är $(2,87/101,4) \cdot 100 = 2,83$. På samma sätt räknas de övriga priserna

om till fasta priser. Resultaten från beräkningarna visas i tabell 13.8. Där framgår att producentpriset på mjölk har haft en reell minskning från 1995 till 2007.

Tabell 13.8 Producentpriser för mjölk i 2005 års priser

Tidpunkt	Producent
	pris
1995	3,48
1996	3,51
1997	3,37
1998	3,37
1999	3,40
2000	3,27
2001	3,11
2002	3,09
2003	3,10
2004	2,98
2005	2,89
2006	2,83
2007	3,04

Övning 13.3

Räkna om konsumentpriset på mjölk enligt tabell 13.1 till 2005 års priser. Rita sedan ett kurvdiagram som jämför producent- och konsumentpriserna på mjölk i fasta priser. Vilka slutsatser drar du?

Övning 13.4

Tabellen nedan visar försäljningsstatistiken för en grossistfirma i textilbranschen. Prisuppgifterna avser medelpris per plagg och kvantitetsuppgifterna avser tusentals plagg. Beräkna prisutvecklingen från 2006 till 2007 med hjälp av Laspeyres index och Paasches index. Drag slutsatser och tolka resultaten i ord.

Plagg	Pris		Kvantitet	
	2006	2007	2006	2007
Blus	234	242	27	33
Skjorta	212	218	13	16
T-shirt	190	202	45	64
Jacka	370	379	18	21

Övning 13.5

Tabellen nedan visar försäljningsstatistiken för en cykelaffär. Beräkna prisutvecklingen från 2005 till 2006 med hjälp av Laspeyres index och Paasches index. Drag slutsatser och tolka resultaten i ord.

Cykeltyp	Försäljningsintäkt		Antal sålda cyklar	
	2006	2007	2006	2007
Herrcykel	300 000	336 000	100	80
Damcykel	240 000	410 000	200	300
Barncykel	90 000	280 000	100	200
Tävlingscykel	160 000	200 000	20	20