
1. INLEDNING

1.1 Statistisk - att lära sig något från observationer

Människan har under hela sin historia, ända från stenålderns grottmänniska till dagens rymdmänniska, haft behov av att sammanfatta samlade erfarenheter, göra förutsägelser, dra slutsatser och fatta beslut. Ofta måste detta göras då den tillgängliga informationen är ofullständig. Ett exempel på detta är den för stenåldersmänniskorna så viktiga jakten. Då stenåldersmänniskorna skulle jaga måste de fatta ett beslut om att bege sig till ett ställe där det av erfarenhet kunde antas finnas djur lämpliga för jakt. Givetvis kunde ingen i förväg tala om för stenåldersmänniskorna vart de skulle gå och hur de skulle ligga på pass för att med säkerhet fånga ett byte. Stenåldersmänniskorna måste alltså göra sina förutsägelser och fatta sina beslut då den tillgängliga informationen var osäker. På samma sätt har en astronaut som skall landa sin rymdfärja att göra förutsägelser och fatta beslut då den tillgängliga informationen är ofullständig. Astronauten vet hur farkostens flyktbana påverkas av de manövrer som kan utföras, men hela tiden påverkas flyktbanan också av sådant som astronauten inte har kontroll över, t ex vinden och förändringar i lufttrycket.

De metoder som används för att sammanfatta samlade erfarenheter, göra förutsägelser, dra slutsatser och fatta beslut då informationen är ofullständig brukar kallas *statistiska metoder*. Fastän de metoder som stenåldersmänniskan och astronauten använde skiljer sig en hel del åt vad beträffar graden av komplexitet, har båda använt sig av något vi kan kalla statistiska metoder. Detta ger oss en liten vink om att det finns många statistiska metoder och att deras användningsområde är stort. Inom *vetenskapen statistik* studeras dessa metoder. Man försöker också konstruera nya metoder för nya situationer och problemställningar som uppkommer i det moderna samhället. T ex hade stenåldersmänniskan inget behov av att göra partisympatiundersökningar eller att landa rymdfärjor. Inom den statistiska vetenskapen försöker man också vidareutveckla och förbättra gamla metoder så att t ex förutsägelser om framtiden kan göras med större precision.

I det moderna samhället får undersökningar av olika slag en allt större betydelse. Beroende på kunskapsläget inom det område man vill undersöka och den aktuella problemställningen, förekommer flera olika syften och ambitionsnivåer med undersökningar. En typ av studier är *explorativa studier*. Sådana studier syftar till att försöka ange typiska fall, bestämma vad som behöver undersökas, vad som kan anses relevant, vad som hör till problemet och vad som inte hör till problemet. *Beskrivande (deskriptiva) studier* syftar till att ta reda på hur något, i mycket vid mening, ser ut. Det kan t ex vara att ta reda på hur inkomstfördelningen ser ut för en viss kategori människor eller hur förbrukningen av elenergi fördelar sig på olika användningsområden. *Förklarande studier* har en lite högre ambitionsnivå. Sådana studier tar upp "varför-problem", t ex vill man söka förklaringar till varför inkomstfördelningen ser olika ut för olika kategorier eller varför förbrukningen av elenergi fördelar sig olika för olika användningsområden. *Normativa studier*, slutligen, syftar till att ge konkreta handlingsplaner i någon speciell situation. Sådana studier är viktiga underlag för beslut om investeringar, marknadsföringskampanjer, produktutvecklingsprogram och budgeteringar. För att kunna fatta sådana beslut behöver vi undersöka hur problemområdet ser ut, hur det fungerar och hur det kan komma att utveckla sig.

I vetenskapliga sammanhang genomförs också många undersökningar. De centrala frågeställningarna är här ofta vad-, var-, när-, hur- och varför-frågor. Vad inträffar i ekonomin när bankernas utlåningsräntor förändras? Var inträffas jordbävningar? När inträffar norrsken? Hur utvecklas celler från stamceller till specialiserade muskel- eller leverceller? Varför sker en gradvis klimatförändring? För att i någon mån kunna belysa sådana frågor och därmed utveckla kunskapen inom ett vetenskapsområde behövs undersökningar av det område som studeras.

Ett gemensamt syfte för alla undersökningar är att öka kunskapen om ett visst problem eller en viss frågeställning. Ett sätt, kanske det viktigaste, att skaffa sig sådan kunskap, är att göra observationer, antingen i form av direkta iakttagelser eller genom mätningar med hjälp av olika instrument. *Statistikteori* är en viktig teori för hur observationer samlas in och analyseras och hur slutsatser kan dras från givna observationer. Statistikteori spelar därför en viktig roll vid planering och analys av undersökningar. Ytterst kan vi se statistikteorin som teorin för hur observationer kan ligga till grund för en ökad kunskap om omvärlden.

Ordet statistik förekommer även i en annan och kanske vanligare betydelse, nämligen *en samling uppgifter om iakttagna händelser*. T ex brukar statens årliga inkomster och utgifter och aktiepriserna då börsen stänger för dagen kallas statistik. På en ishockeymatch brukar man räkna antalet skott på mål, antal mål, antal utvisningsminuter etc. Alla dessa uppgifter brukar kallas statistik. För att skilja statistikteorin och läran om de statistiska metoderna från denna senare betydelse, kallar vi uppgifter om iakttagna händelser för *observationer* eller *statistiska observationer*. Antalet invånare i Sverige den 1 januari varje år, priset på smör den första varje månad och antalet åskådare på en ishockeymatch är alltså exempel på vad vi kallar observationer.

1.2 Några exempel

1.2.1 Pris och efterfrågan

Enligt ekonomisk teori finns ett samband mellan pris och efterfrågan på en vara. Teorin säger att om priset ökar minskar efterfrågan och vice versa. För att få stöd för den uppfattningen, eller, alternativt, för att visa att den inte stämmer, gör vi observationer på priset och på såld kvantitet av en vara vid ett antal olika tidpunkter. Förutom priset finns det en stor mängd andra faktorer som kan påverka efterfrågan av en vara. En del av dessa faktorer är kända, men de flesta är obekanta och kan därför inte mätas, inte ens om man vill mäta dem. Den samlade effekten av alla sådana faktorer brukar betraktas som en slumpmässig inverkan på efterfrågan. Detta innebär att vi inte kan observera det exakta teoretiska sambandet mellan pris och efterfrågan, utan det finns en viss slumpmässig avvikelse mellan det teoretiska sambandet och de observationer vi gör. Hur mätningarna av priser och kvantiteter går till och hur mätresultaten skall analyseras när vi tar hänsyn till de slumpmässiga avvikelserna är ett problem för statistikteorin. Det finns även en rad andra frågor som är av intresse, t ex hur stor blir förändringen i efterfrågan om priset förändras.

1.2.2 Opinionsundersökningar

När man söker kunskap om människors åsikter är det vanligt att använda sig av opinionsundersökningar. Förmodligen är de olika partisympatiundersökningar som görs de mest kända opinionsundersökningarna. Eftersom mätningarna skall ske snabbt och till låg kostnad brukar man undersöka ett urval

ur den befolkning vars opinion skall mätas. I urvalsundersökningar uppstår fel på grund av att inte alla individer undersöks utan endast ett urval av individer. Därför finns det en risk att de gjorda observationerna inte speglar egenskaperna hos hela den grupp som skall undersökas. Teorin för hur man planerar och genomför opinionsundersökningar är en stor och viktig del av statistikteorin. Planeringen av sådana undersökningar syftar till att så billigt som möjligt kunna få så precis information som möjligt om en grupp individers åsikter, planer för framtiden, ageranden osv.

1.2.3 Kunskapstest

Att undersöka hur mycket olika personer kan om ett visst ämnesområde är ett både viktigt och vanligt problem i dagens samhälle. När det rör sig om inträdesprov till olika utbildningar har man en grupp sökande och problemet är att sortera fram de som är duktigast eller har den förmodat största potentialen att klara utbildningen. Högskoleprovet är ett exempel på ett sådant kunskapstest. Resultaten från högskoleprovet antas ge ett mått på provdeltagarnas studieförmåga och används för intagning till många olika högskoleutbildningar. En annan typ av kunskapstest används för att undersöka ifall en provdeltagare kan tillräckligt mycket för att bli godkänd på en kurs eller en utbildning. Här är syftet inte att rangordna provtagarna utan att se om de har tillräckligt stora kunskaper. Tentamina i slutet av kurser och körkortsprovet är exempel på den typen av kunskapstest.

När det gäller kunskapstest finns det flera problem att undersöka. Dels vill man naturligtvis få en uppfattning om provtagarens kunskaper. Det är även av intresse att bestämma hur svåra frågorna eller uppgifterna provdeltagarna har att lösa verkligen är. Om frågorna är allt för svåra blir det många felaktiga svar på frågorna och det är lätt att få uppfattningen att provtagarna har svagare kunskaper än de faktiskt har, och vice versa. När vi inser detta problem, inser vi också att det är viktigt hur ett prov sammansätts av frågor med lämplig svårighet för att provet skall ge så precis information om provtagarnas kunskaper. Med hjälp av statistikteori kan kunskapsprov konstrueras och analyseras. Vidare är det möjligt att med hjälp av statistikteori analysera provtagarnas resultat och uppskatta provtagarnas kunskapsnivåer.

1.3 De olika kapitlen

Syftet med föreliggande material är att ge läsaren en introduktion till statistikteorin, förmedla en idémässig bakgrund till statistisk metod och visa några enkla statistiska tekniker som kommer till användning vid några av stegen i en statistisk undersökning.

För att mer precist kunna diskutera teorin för statistiska metoder diskuterar vi först några grundläggande vetenskapsteoretiska begrepp i kapitel 2. Modeller och hur de kommer till användning i analys av data diskuteras i kapitel 3 och en teori för kunskapsbildning baserad på observationer, dvs. hur vi ökar vårt kunnande genom att göra iakttagelser, och en teori för databildning, dvs. hur data uppstår, diskuteras därefter i de följande två kapitlen. I kapitlen 5-8 diskuteras några grundläggande begrepp inom sannolikhetsläran. Databildning, dvs modeller för hur data genereras, presenteras i kapitel 9, medan en introduktion till statistiska inferens, dvs. den del av teorin som handlar om hur man drar slutsatser ur ett observationsmaterial, presenteras i kapitel 10. Den enklaste typen av analys, deskription, presenteras i nästföljande tre kapitlen; kapitel 11 behandlar fallet då vi studerar endast en variabel, kapitel 12 fallet med flera variabler och kapitel 13 fallet då vi studerar variabler över tiden. Grunderna för en mer formaliserad analys behandlas i kapitel 14. Det visar sig då att vi ofta behöver studera funktioner av data. Sannolikhetsfördelningar för sådana funktioner behandlas i kapitel 15. Kapitel 16 behandlar tekniker för att uppskatta okända parametrar i sannolikhetsmodeller. De nästföljande två kapitlen behandlar några tekniker för att statistiskt pröva hypoteser om sannolikhetsmodeller. I det avslutande kapitlet diskuteras några teorier om beslutsfattande.