



ÖVNINGSHÄFTE¹ TILL PLENARA ÖVNINGAR

Grundläggande Statistik För Ekonomer

¹Uppgifterna kommer från Hans Nyquist "Statistikens Grunder"

PÖ1:

Uppgift 1

Utfallsrummet för försöket ”välj slumpmässigt en trebarnsfamilj och observera könen hos barnen” kan bestå av utfallen ”bara flickor”, ”bara pojkar”, ”två flickor och en pojke” samt ”en flicka och två pojkar”. En sådan uppdelning är emellertid inte lämplig då den klassiska sannolikhetsdefinitionen skall tillämpas eftersom dessa utfall inte är lika möjliga. Tar vi däremot hänsyn till den ordning barnen föds i, kan utfallen FFF, FFP, \dots, PPP anses vara lika möjliga. Detta förutsätter att det är lika möjligt att det föds en pojke som att det föds en flicka, vilket dock inte är fallet i verkligheten. Beräkna nu med hjälp av den klassiska sannolikhetsdefinitionen sannolikheten för följande händelser: Familjen har

- Minst två pojkar.
- Högst två pojkar.
- Exakt en pojke
- Exakt två pojkar.

Uppgift 2

Enligt expertbedömningar är sannolikheten att ett visst fotbollslag vinner nästa match 10 %. Sannolikheten att laget vinnet även nästa match bedöms vara 30 % och sannolikheten att laget förlorar båda matcherna är 65 %. Vad är sannolikheten att laget vinner exakt en av matcherna?

Uppgift 3

Antag att talen i nedanstående fyrfältstabell ger sannolikheterna för motsvarande händelser i det slumpmässiga försöket ”en person väljs slumpmässigt ut och vi noterar om personen får cancer eller ej respektive röker eller ej”.

Händelse	Får cancer	Får ej cancer	Marginal
Rökare	0.0054	0.1546	
Ej rökare	0.0006	0.8394	
Marginal			

Beräkna sannolikheten att en rökare får lungcancer och att en icke-rökare får lungcancer. Hur många gånger större sannolikhet löper rökaren att drabbas av lungcancer än icke-rökaren?

Uppgift 4

Beräkna följande sannolikheter:

- I en trebarnsfamilj är alla barnen flickor. Vad är sannolikheten att det fjärde barnet också blir en flicka?
- Vad är sannolikheten att alla barnen i en fyrbarnsfamilj är flickor?
- Varför är sannolikheterna i a) och b) olika?

Uppgift 5

Tre spelare, Andersson, Bertilsson och Carlsson, spelar en tennisturnering. Varje spelare spelar två matcher, en match mot var och en av de andra två spelarna. Om någon vinner sina båda matcher räknas han som segrare i turneringen. Antag att följande sannolikheter gäller

$$P(\text{Andersson slår Bertilsson}) = 0.7$$

$$P(\text{Bertilsson slår Carlsson}) = 0.8$$

$$P(\text{Carlsson slår Andersson}) = 0.9$$

Skriv upp nödvändiga förutsättningar och beräkna sannolikheten att

- Andersson vinner turneringen.
- Bertilsson vinner turneringen.
- Ingen vinner turneringen, dvs alla vinner var sin match.

Uppgift 6

Låt X vara en stokastisk variabel som antar värdena 0 och 1 med sannolikheterna 0.3 respektive 0.7. Beräkna väntevärdet $E(X)$ och variansen $V(X)$.

PÖ2:

Uppgift 1

Ett företag marknadsför två varor A och B. Sannolikhetsfördelningen för efterfrågan av varorna ges av nedanstående tabell. X och Y betecknar här antalet enheter av respektive vara.

		Efterfrågan av vara A						
x		0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$		0.05	0.07	0.20	0.25	0.30	0.10	0.03

		Efterfrågan av vara B						
y		0	1	2	3	4	5	6
$f(y)$		0.10	0.12	0.15	0.20	0.25	0.10	0.08

- Beräkna sannolikheten att ingen vara efterfrågas en viss dag. Ange de antaganden du måste göra för beräkningarna.
- Beräkna sannolikheten att minst tre enheter av A och högst fyra enheter av B efterfrågas en viss dag.
- Beräkna sannolikheten att högst tre enheter av A och minst tre enheter av B efterfrågas en viss dag.
- Beräkna sannolikheten att exakt tre enheter efterfrågas en viss dag och att dessa tre är av samma varuslag.
- Vad är medelantalet efterfrågade enheter per dag för de två produkterna? Vad är varianserna? Illustrera sannolikhetsfördelningarna grafiskt och tolka varianserna.

Uppgift 2

En anläggningsfirma överväger att åta sig ett arbete som ger 180.000 kr i vinst om arbetet blir färdigt i tid eller 60.000 kr i förlust om arbetet blir försenat.

- Antag att sannolikheten att arbetet blir färdigt inom kontraktstiden är 0.8. Bör företaget åta sig arbetet?
- Hur stor skall sannolikheten att arbetet blir färdigt inom kontraktstiden vara för att den förväntade vinsten skall bli lika med noll?

Uppgift 3

Sannolikheten att en viss typ av glödlampor skall lysa mer än 1000 timmar är 0.9. Tre sådana lampor kopplas in i ett belysningsnät. Händelserna att de olika lamporna slocknar antas vara oberoende. Beräkna sannolikheten att efter 1000 timmar

- a) ingen lampa lyser
- b) exakt en lampa lyser
- c) minst två lampor lyser.

Uppgift 4

Antag att taxeringsvärdet hos småhus i ett område följer en normalfördelning med väntevärdet 170 000 kr och standardavvikelsen 300 000 kr. Hur stor andel av småhusen i området har ett taxeringsvärde som överstiger 2 000 000?

Uppgift 5

Vikten i gram av en viss konservertyp är normalfördelad med standardavvikelsen $\sigma = 10$. Väntevärdet μ kan man reglera genom att justera inställningen hos påfyllnadsmaskinen. Vilket är det minsta tillåtna värdet på μ om man vill att högst 5 % av konserverna får ha en vikt understigande 300 gram?

PÖ3:

Uppgift 1

Ett företag tillverkar och säljer pappersark i balar om 5000 ark. Vikten av ett $1 m^2$ stort pappersark kan anses normalfördelad med väntevärdet 80 gram och standardavvikelsen 4 gram. Om balens vikt understiger 399.5 kg kommer en köpare att reklamera balen.

- Vad är sannolikheten att företaget får en reklamation.
- Företaget har nyligen sålt 1000 balar. Hur många balar kan man förvänta sig kommer att reklameras?
- Ett ark kostar företaget 30 öre att tillverka. Arket säljs för 40 öre. Om en bal reklameras säljs den till det reducerade priset 1200 kr. Beräkna förväntad vinst per bal för företaget.
- Lönar det sig för företaget att sänka genomsnittsvikten på ett pappersark till 79.8 gram (standardavvikelsen oförändrad)? Kostnaden för företaget att producera ett ark skulle då sjunka till 28 öre.

Uppgift 2

Ett läkemedelsföretag har ett mycket stort parti tabletter. Vikten (i gram) av en slumpmässigt vald tablett kan med god noggrannhet anses vara en observation på en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärde μ och standardavvikelse 0.02 g. För kontroll av vikten tar man ut ett antal tabletter och väger dem. Antag att $\mu = 0.65$ g.

- Beräkna sannolikheten att vikten av *en* slumpmässigt vald tablett ligger i intervallet (0.64, 0.66).
- Beräkna sannolikheten att *medelvärdet* av vikten av 30 slumpmässigt valda tabletter ligger utanför intervallet (0.64, 0.66).
- Hur många tabletter bör man väga om man vill att sannolikheten skall vara högst 0.05 att medelvärdet kommer att ligga utanför intervallet (0.64, 0.66).

Uppgift 3

En reklamfirma genomförde en kampanj för att introducera en ny produkt. När kampanjen var slutförd hävdade firman att 20 % av målgruppen kände till den nya produkten. För att kontrollera detta drog produktens tillverkare ett slumpmässigt urval om 1000 personer från målgruppen och fann att 150 personer kände till produkten.

- a) Antag att reklamfirmans påstående är riktigt. Bestäm förväntat värde och standardavvikelse för antal personer i urvalet som känner till produkten.
- b) Bestäm sannolikheten att 150 personer eller färre i ett urval om 1000 personer känner till den nya produkten.
- c) Är det rimligt för tillverkaren att tro på reklamfirmans påstående? Förklara!

PÖ4:

Uppgift 1

För att uppskatta medelvärdet μ för en normalfördelad stokastisk variabel med känd varians $\sigma^2 = 36$ gjorde man 25 observationer på den aktuella variabeln varvid man erhöll $\bar{x} = 14.25$. Bilda ett 95 %-igt konfidensintervall för variabelns medelvärde μ .

Uppgift 2

För det senaste räkenskapsåret uppvisar företaget Soling AB en bruttovinst som i förhållande till företagets storlek är betydligt lägre än branchen i genomsnitt. Bland annat bestäms att en revision skall göras hos företaget. Speciellt intresse ägnas åt granskning av företagets försäljning.

Under räkenskapsåret har företaget bokfört 1100 fakturor på försäljningskontot. Ett slumpmässigt urval om 100 fakturor väljs och granskas. För 11 av dessa har det fakturerade beloppet bokförts felaktigt. Sammanlagt är det bokförda värdet 22 000 kr lägre än de fakturerade beloppen. Den statistiskt intresserade revisorn beräknar standardavvikelsen för bokföringsfelen (= skillnaden mellan fakturerat och bokfört belopp) till 700 kr för hela urvalet.

- Uppskatta proportionen felaktigt bokförda försäljningsfakturor, dels med en punktskattning och dels med ett 95 %-igt konfidensintervall.
- Uppskatta genomsnittligt bokföringsfel för de bokförda fakturorna. Ange dels en punktskattning och dels ett 95 %-igt konfidensintervall.

Uppgift 3

För att bestämma en reaktionstid använder en psykolog en mätmetod som ger normalfördelade tider med standardavvikelsen 0.05 sekunder. Antag att psykologen vid ett tillfälle erhållit följande fem reaktionstider i sekunder:

1.05 0.97 1.02 1.01 0.96

Bestäm konfidensintervall för väntevärdet med 95 %, 99 % och 99.9 % konfidensgrad.

Uppgift 4

I en artikel i *Journal of Accounting Research* studerade Ashton, Willingham och Elliot tidsfördröjningen mellan verksamhetsårets slut och publiceringen av revisionsrapporten för industriföretag och företag inom finansbranschen. Ett slumpmässigt urval om 250 industriföretag gav ett medelvärde om 68.04 dagar och en standardavvikelse om 35.72 dagar i tidsfördröjning. Ett slumpmässigt urval om 238 finansföretag gav en fördröjning som i medeltal var 56.74 dagar med en standardavvikelse om 34.87 dagar.

- a) Bestäm ett 95 %-igt konfidensintervall för medelfördröjningstiden för alla industriföretag.
- b) Bestäm ett 95 %-igt konfidensintervall för medelfördröjningstiden för alla finansföretag.
- c) Undersök om det finns belegg för att tidsfördröjningarna är olika för industriföretag och finansföretag genom att jämföra konfidensintervallen i uppgift a) och uppgift b).

PÖ5:

Uppgift 1

Vid kontrollvägning av 12 st 2 kg förpackningar av mjöl var medelvikten i urvalet 1.95 kg. Man har vid längre kontrollserier kunnat konstatera en konstant standardavvikelse om $\sigma = 0,10$ kg. Man kan vidare betrakta vikterna som oberoende normalfördelade stokastiska variabler. Är det erhållna resultatet förenligt med hypotesen att populationen av alla producerade förpackningar håller en genomsnittsvikt om 2 kg? Signifikansnivån väljs till 5 %.

Uppgift 2

Från flera tidigare undersökningar vet man att proportionen defekta enheter i en viss produktionsprocess legat nära 8 %. Efter att vissa ändringar i produktionsprocessen vidtagits vill man undersöka hur stor proportion defekta enheter processen nu ger. Bland enheter som tillverkats efter ändringarna utväljs 160 enheter slumpmässigt. 10 av dessa är defekta. Är det tänkbart att de vidtagna åtgärderna inte haft någon som helst effekt, dvs att processens genomsnittliga felfrekvens ligger kvar på 8 %? Risker att felaktigt påstå detta får vara högst 5 %.

Uppgift 3

Vid ett företag vill man pröva om "medellivslängden" hos ett skärverktyg är 3000 skär eller om det är mindre än 3000 skär. Om sex observationer på livslängden var 2970, 3020, 3005, 2900, 2940 och 2925, vilken slutsats bör man dra då signifikansnivån 0.05 används? Livslängden antas vara normalfördelad.

Uppgift 4

Chefen för bageriföretaget Rokak AB har som en av sina målsättningar att minst 40 % av kunderna på marknaden har kännedom om produktnamnet "Rokaks kex".

a) Chefen har en känsla av att den nuvarande marknadsföringen är dålig. Om han kan få belegg för att mindre än 40 % känner till "Rokaks kex" kommer han att vidta en drastisk omorganisation av marknadsavdelningen. En marknadsundersökning genomförs för att undersöka marknads kändedom om "Rokaks kex". Det visar sig då att av 500 slumpmässigt utvalda individer på marknaden hade 180 kännedom om "Rokaks kex". Använd ett statistiskt test för att ge chefen ett beslutsunderlag. Redovisa och motivera förutsättningar och antaganden för det test du använder.

b) Strax efter undersökningen startas en marknadsföringskampanj för produkten. Därefter genomförs en ny marknadsundersökning. Antag att i den nya undersökningen har 195 av 500 slumpmässigt utvalda individer kännedom om produktnamnet. Använd ett statistiskt hypotestest för att testa om kampanjen har haft effekt och ökat andelen kunder som känner till produkten.

PÖ6:

Uppgift 1

En psykolog gjorde följande experiment. Vid en väg mättes (med dolda instrument) bilarnas hastighet på två ställen med några kilometers mellanrum. Efter lite flyttande av mätinstrumenten bestämdes två punkter där bilarna höll ungefär samma hastighet. Därpå parkerades en polisbil på en parkeringsficka mellan de båda mätpunkterna. Hastigheten mättes sedan hos 12 bilar enligt nedanstående tabell.

Bil nr	Hastighet före polisbil	Hastighet efter polisbil
1	83	61
2	88	84
3	106	95
4	131	121
5	84	83
6	87	79
7	129	92
8	97	88
9	92	69
10	91	90
11	124	115
12	99	100

Psykologens hypotes var att blotta åsynen av polisbilen skulle få bilisterna att sakta farten. Föreslå ett lämpligt statistiskt test. Ange förutsättningarna för testet. Genomför testet på signifikansnivån 0.05.

Uppgift 2

Bromsförmågan jämfördes för två olika biltyper av 2009 års modell. Från båda biltyperna valdes 64 bilar slumpmässigt ut. Vid testet uppmättes den bromssträcka (i meter) som fordrades för att stanna bilen när bromsningen satten in vid hastigheten 65 km/tim. Efter testet gjordes följande beräkningar:

	Biltyp 1	Biltyp 2
Urvalsstorlek	64	64
Medelvärde	29.50	27.25
Varians	6.37	5.44

Ger det redovisade bromstestet tillräckligt belegg för påståendet att det råder en skillnad mellan biltypernas genomsnittliga bromssträcka? Ställ upp lämpliga hypoteser för frågeställningen ovan. Gör nödvändiga antaganden och genomför ett statistiskt test på signifikansnivån 5 %. Vilken slutsats följer av resultaten?

PÖ7:

Uppgift 1

En viss typ av flugor kan dels ha gul eller svart kropp och dels ha normala eller korta vingar. Enligt genetisk teori förekommer dessa varianter i proportionerna 9:3:3:1, dvs av 16 flugor har i genomsnitt 9 gul kropp med normala vingar, 3 har gul kropp med korta vingar, 3 har svart kropp med normala vingar och 1 har svart kropp med korta vingar. 100 flugor har fångats och undersökts, varvid man observerade frekvenserna 57, 20, 12 respektive 11.

a) Undersök med hjälp av χ^2 -metoden om observationerna stöder den genetiska modellen.

b) Vad skulle resultatet bli om man i stället hade undersökt 200 flugor med dubbelt så höga frekvenser i varje kategori, dvs 114, 40, 24 respektive 22? Förklara eventuella skillnader i slutsatser från uppgift a.

Uppgift 2

Enligt en hypotes åker hälften av alla anställda vid ett företag bil till och från arbetet. Av de övriga åker $2/3$ kollektivtrafik och $1/3$ cyklar eller går till och från arbetet. För att pröva denna hypotes undersöktes ett slumpmässigt urval om $n = 50$ anställda vid företaget. Det visade sig då att 22 anställda åkte bil och 10 åkte kollektivtrafik. Genomför prövningen av hypotesen. Använd signifikansnivån 0.05.

Uppgift 3

För att pröva om det finns ett samband mellan en individs skolutbildning och inställning till äktenskapet utfrågades 400 personer. Man erhöll följande resultat:

Utbildning	Inställning till äktenskap				Totalt
	Mycket dålig	Dålig	God	Mycket god	
Grundskola	18	29	70	115	232
Gymnasium	17	28	30	41	116
Universitet	11	10	11	20	52
Totalt	46	67	111	176	400

Pröva hypotesen att det inte föreligger något samband mellan en individs utbildning och inställning till äktenskapet. Välj signifikansnivån till 0.05.

Uppgift 4

För att undersöka inställningen till rökning gjordes ett urval om 200 personer, vilka vardera fick besvara två frågor:

1. Tror ni att rökning är skadligt för hälsan?
2. Röker ni själv?

Undersökningen gav till resultat att

80 st svarade "ja" på båda frågorna

15 st svarade "nej" på båda frågorna

80 st svarade "nej" på första frågan och "ja" på andra frågan

25 st svarade "ja" på första frågan och "nej" på andra frågan

Man vill undersöka om uppfattningen om den första frågan är oberoende av om man är rökare eller ej. Pröva hypotesen om oberoende på signifikansnivån 0.05.