

TENTAMEN I STATISTISK TEORI MED TILLÄMPNINGAR II
2021-12-04

Skrivtid: 9.00 – 14.00.

Godkända hjälpmedel: Miniräknare, formelsamling (bifogas) och statistiska tabeller (bifogas)

Tentamen består av fem uppgifter. För full poäng på en uppgift krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.

Kortfattade svar läggs ut strax efter tentamen på Athena

Uppgift 1. (20 poäng)

I ett experiment i fysiologi är man intresserad av att studera med hur stor kraft försökspersoner greppar en cylinder när de ska lyfta den. Man antar att innan en försöksperson lyfter cylindern gör personen en bedömning av cylinderns vikt och sedan anpassar kraften efter bedömningen. Låt därför Y vara den kraft en försöksperson använder vid ett lyft och antag att $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$. Enligt tidigare teoretiska studier är det relevant att pröva hypotesen $H_0 : \mu = 5$ mot $H_a : \mu > 5$. Man vill genomföra hypotesprövningen på signifikansnivån $\alpha = 0,05$. Bestäm erforderligt antal observationer för att testets styrka, $1 - \beta$, ska vara 0,8 då $\mu = 6$. Antag att observationerna är stokastiskt oberoende med variansen $\sigma^2 = 1$.

Uppgift 2 (20 poäng)

I experiment i uppgift 1 gjordes $n = 10$ observationer på kraften som försökspersoner använde för att greppa cylindern:

4,09 4,96 4,72 4,64 3,14 3,23 4,68 6,63 4,81 4,68

Beteckna, liksom tidigare, kraften med Y och antag att observationerna är stokastiskt oberoende och att $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$.

a) Härled momentestimatoren av μ och σ^2 . Härled variansen av estimatoren för μ . Bestäm observerade värden på estimaten av μ och σ^2 .

b) Härled maximum likelihoodestimatoren av μ och σ^2 . Härled variansen av estimatoren för μ . Bestäm observerade värden på estimaten av μ och σ^2 .

Uppgift 3. (20 poäng)

I experimentet i uppgift 1 är man särskilt intresserad av att studera hur kraften varierar mellan olika försökspersoner när de greppar en viss cylinder. Bestäm ett 95 procentigt konfidensintervall för variansen med hjälp av observationerna som redovisas i uppgift 2.

Uppgift 4 (20 poäng)

Tio motionärer provar ett speciellt träningsupplägg under en månad för att förbättra konditionen. För att mäta effekten av träningsupplägget får deltagarna springa en km vid första träningstillfället och en km vid det sista träningstillfället. Båda gångerna mäter man löptiden. Följande resultat i sekunder noterades

Motionär	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Före träning	346	330	337	332	334	336	336	334	336	336
Efter träning	325	332	317	333	324	335	330	332	330	333

- Sätt upp relevanta hypoteser för att pröva om det är någon skillnad i löptider före och efter träningsupplägget med hjälp av ett teckentest. Ange nödvändiga förutsättningar och genomför testet.
- Sätt upp relevanta hypoteser för att pröva om det är någon skillnad i löptider före och efter träningsupplägget med hjälp av Wilcoxon's tecken-rang test. Ange nödvändiga förutsättningar och genomför testet.
- Sätt upp relevanta hypoteser för att pröva om det är någon skillnad i löptider före och efter träningsupplägget med hjälp av ett t -test. Ange nödvändiga förutsättningar och genomför testet.

Uppgift 5 (20 poäng)

I min trappuppgång finns två hissar, en större (S) och en mindre (L). När man kallar på en hiss kommer en till synes slumpmässigt vald hiss. För att studera ett eventuellt beroende gjordes ett försök som bestod i att kalla på hissarna 34 gånger i följd och notera vilken hiss som kom. Följande sekvens observerades

S, S, L, S, S, L, S, S, S, S, S, S, L, S, L, L, L, S, L, S, S, L, L, S, S, S, L, S, S, S, L, L, L
Det kunde då konstateras att sannolikheten att den ena hissarna kommer inte beror av vilken hiss som kom förra gången, dvs. det konstaterades att det inte finns något empiriskt belägg för ett stokastiskt beroende i sekvensen av hissarna som kommer. Jag undrar nu om det är samma sannolikhet att den större hissarna kommer som att den mindre hissarna kommer. Testa en hypotes om samma sannolikhet för båda hissarna. Motivera ditt val av test.