

TENTAMEN I STATISTISK TEORI MED TILLÄMPNINGAR II  
2021-10-29

**Skrivtid:** 14.00 – 19.00.

**Godkända hjälpmedel:** Miniräknare, formelsamling (bifogas) och statistiska tabeller (bifogas)

Tentamen består av fem uppgifter. För full poäng på en uppgift krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.

Kortfattade svar läggs ut strax efter tentamen på Athena

**Uppgift 1.** (20 poäng)

En statistiskt intresserad fotbollstränare räknar antal passningar två fotbollsspelare kan göra till varandra till att en mottagen passning blir misslyckad. Tränaren antar att antalet sådana passningar följer en geometrisk fördelning

$$p(y) = p(1-p)^{y-1}, \quad y = 1, 2, \dots$$

där  $p$  är sannolikheten att mottagningen av en passning misslyckas. För att uppskatta parametern  $p$  fick de två fotbollsspelarna passa bollen till varandra och antal passningar till en misslyckad mottagning räknades. Detta försök upprepades  $n$  gånger. Beteckna observerat antal passningar i varje försök med  $y_1, y_2, \dots, y_n$ .

a) Bestäm momentestimatoren av  $p$ .

b) Bestäm maximum likelihoodestimatoren av  $p$ .

c) Bestäm väntevärdet och variansen av  $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$  då  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  är ett slumpmässigt urval från en geometrisk fördelning

## Uppgift 2. (20 poäng)

I en studie ville man undersöka om språket i en lärobok har betydelse för tentamensresultatet. Före en kurs i statistik fick därför de 20 kursdeltagarna gå igenom ett omfattande förtest så att två studenter med så lika förutsättningar som möjligt matchades till ett par. I varje par fördelades studenterna slumpmässigt på två olika övningsgrupper där den ena gruppen, grupp 1, använde en svensk lärobok medan den andra gruppen, grupp 2, använde en engelsk lärobok. Vid kursens slut genomfördes en tentamen och följande tentamenspoäng noterades

Par	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Grupp 1	92	61	74	64	67	73	72	69	72	72
Grupp 2	90	63	58	65	48	70	70	64	74	66

- Sätt upp relevanta hypoteser för att pröva om det är någon skillnad i tentamensresultat mellan de två grupperna med hjälp av ett teckentest. Ange nödvändiga förutsättningar för testet.
- Sätt upp relevanta hypoteser för att pröva om det är någon skillnad i tentamensresultat mellan de två grupperna med hjälp av Wilcoxon's tecken-rang test. Ange nödvändiga förutsättningar för testet.
- Sätt upp relevanta hypoteser för att pröva om det är någon skillnad i tentamensresultat mellan de två grupperna med hjälp av ett  $t$ -test. Ange nödvändiga förutsättningar för testet.

## Uppgift 3. (20 poäng)

Svara kortfattat men uttömmande på följande:

- Vad innebär det att en estimator är konsistent?
- Hur tolkas ett konfidensintervall?
- Definiera och beskriv med egna ord den bakomliggande idén med likelihood kvottestet.
- I stora urval kan teststatistikan för likelihood kvottestet transformeras så att dess fördelning kan approximeras med en känd fördelning. Ange transformationen och fördelningen.
- Vilka för- och nackdelar finns det med Spearmans rangkorrelation?

**Uppgift 4.** (20 poäng)

Fotbollstränaren i uppgift 1 vill nu testa hypoteser om parametern  $p$ .

- a) Bestäm en teststatistika för det starkaste testet för att pröva hypoteserna  $H_0 : p = 0,2$  mot  $H_a : p = 0,5$  och ange om  $H_0$  förkastas för stora, små eller både stora och små värden på teststatistikan. Du behöver inte ange några numeriska värden på  $RR$ .
- b) Avgör om teststatistikan i uppgift a definierar ett likformigt starkaste test för test av  $H_0 : p = 0,2$  mot  $H_a : p > 0,2$ .
- c) Antag att antalet observationer  $n$  är stort så att fördelningen för en standardisering av teststatistikan kan approximeras med en normalfördelning. Genomför standardiseringen och ange kritiskt värde för signifikansnivån 5 procent.

**Uppgift 5** (20 poäng)

I min trappuppgång finns två hissar, en större (S) och en mindre (L). När man kallar på en hiss kommer en till synes slumpmässigt vald hiss och jag undrar om sannolikheten att den ena hissen kommer beror av vilken hiss som kom förra gången, dvs. att det finns ett beroende i sekvensen av hissar som kommer. För att studera ett eventuellt beroende gjordes ett försök som bestod i att kalla på hissarna 34 gånger i följd och notera vilken hiss som kom. Följande sekvens observerades

S, S, L, S, S, L, S, S, S, S, S, S, L, S, L, L, L, S, L, S, S, L, L, S, S, S, L, S, S, S, S, L, L, L

Testa om sekvensen av S och L kan anses vara slumpmässig.