



Stockholms  
universitet

**OBS! Läs noga igenom anvisningarna i tentamen, t.ex. hur du ska skriva svaren.  
Det är ditt ansvar som student att följa de anvisningar som ges.**

**NOTE! Read the examination instructions carefully, e.g. how to write the answers.  
It is your responsibility as a student to follow the given instructions.**

Skriv din anonymiseringskod och dagens datum på allt material du lämnar in.  
(Enter your anonymization code and today's date on all submitted materials)

Anonymiseringskod (Anonymization code)	3	1	1	-	0	0	2	0	-	Y	H	D
Datum (Date YYYY-MM-DD)	2022-03-16						Plats nr. (Seat No.)	35				

Kurs/Kurskod (Course/Course code)	ST2116
Kursmoment (Course component)	Statistisk teori med tillämpningar del 1.

Fylls i av tentamensvärd (To be filled in by invigilator)

Direkt i skrivning: (kryss)		Svarsblankett: (kryss)		Lösa svarsblad: (antal)	9
--------------------------------	--	---------------------------	--	----------------------------	---

Lämnat in blankt: (kryss)		Dator: (kryss)	
------------------------------	--	-------------------	--

Inlämningstid: 16:43

Signatur tentamensvärd:

Fylls i av lärare/examinator (To be filled in by teacher/examinator)

Betyg:	3	Poäng:	82
--------	---	--------	----

Signatur rättande lärare/examinator:



Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2022-03-16	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST2116	Sidnr.: (Page no.)	1
Anonymiseringskod (Anonymization code)	3 1 1 - 0 0 2 0 - 4 H D				

Uppg.nr.:  
(Task no.)

1

Lärarens kommentar:  
(Teacher's note)

1. a) 
$$E(Y) = \sum_{i=1}^6 Y_i \cdot P(Y_i)$$

$$E(Y) = 0 \cdot 0,6 + 25 \cdot 0,2 + 50 \cdot 0,1 + 100 \cdot 0,07 + 500 \cdot 0,02 + 1000 \cdot 0,01 =$$

$$5 + 5 + 7 + 10 + 10 = \underline{37}$$

$$V(Y) = \sum_{i=1}^6 (Y_i - E(Y))^2 \cdot P(Y_i)$$

$$= 821,4 + 28,8 + 16,9 + 277,83 + 4287,38 + 9273,69$$

$$= \underline{14706}$$

5

b) Oberoende:  $P(Y_1) \cdot P(Y_2) = P(Y_1, Y_2)$   
 $V = \text{vinst}$   
 $P(V) = 1 - 0,6 = 0,4$   
 $P(2V) = 0,4^2$   
 $P(3V) = 0,4^3$   
 $P(4V) = 0,4^4$   
 $P(5V) = 0,4^5$

$Y_k = 5 \cdot \text{totala vinsten}$   
 $E(Y_k) = 5 \cdot E(Y) = \underline{185}$   
 $V(Y_k) = \sum_{i=1}^6 (Y_i - E(Y_k))^2 \cdot P(Y_i) = \underline{36609,5}$

3

Poäng:  
(Points) 16

Uppg.nr.:  
(Task no.)

Lärarens  
kommentar:  
(Teacher's  
note)

Poäng:  
(Points)



Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2022-03-16	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST2116	Sidnr.: (Page no.)									
Anonymiseringskod (Anonymization code)	3	1	1	-	0	0	2	0	-	Y	H	D	2

1. c)  $V = \text{vinst}$   
 $P(V) = 1 - 0,6 = 0,4$

$X = \text{Antal vinster}$

$$X \sim \text{Bin}(0,4, 5)$$

$$P(2 \leq X) = 1 - P(X=0) - P(X=1)$$

$$= 1 - \binom{5}{1} \cdot 0,4^1 \cdot 0,6^4 - \binom{5}{0} \cdot 0,4^0 \cdot 0,6^5$$

$$= 1 - 0,2592 - 0,07776$$

$$\approx 0,663$$

Svar: Approximativt  
66% chans att  
fs 2 vinster eller fler

Uppg.nr.:  
(Task no.)

1

Lärarens  
kommentar:  
(Teacher's  
note)

8

Poäng:  
(Points)

Uppg.nr.:  
(Task no.)

Lärarens  
kommentar:  
(Teacher's  
note)

Poäng:  
(Points)



Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2022-03-16	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST2116	Sidnr.: (Page no.)	
Anonymiseringskod (Anonymization code)	311-0020-YHD				3

Uppg.nr.:  
(Task no.)

2

Lärarens  
kommentar:  
(Teacher's  
note)

2.

a) Diametern  $X \sim N(6, 1)$

$$P(5 \leq X \leq 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 5)$$

$$P(X \leq 6) = P\left(Z \leq \frac{6-6}{1}\right) \\ = P(Z \leq 0) = \Phi(0) = 0,5$$

$$P(X \leq 5) = P\left(Z \leq \frac{5-6}{1}\right) \\ = P(Z \leq -1) = \Phi(-1) \\ = 1 - \Phi(1) = 1 - 0,8413 \\ = 0,1587$$

$$P(5 \leq X \leq 6) = 0,5 - 0,1587 \\ = 0,3413$$

b)  $\nabla$  Negativ Binomial  $(0,3413 = p, 2 = r)$

$$P(X \leq 4) = P(Y=4) + P(Y=3) + P(Y=2) \\ = \binom{3}{1} 0,3413^2 \cdot (0,6587)^2 \\ + \binom{2}{1} \cdot 0,3413^2 \cdot 0,6587^1 \\ + \binom{1}{1} \cdot 0,3413^2 \cdot 0,6587^0 \\ = 0,1516 + 0,1534 + 0,1164 \\ = 0,4215$$

Poäng:  
(Points)

Uppg.nr.:  
(Task no.)

Lärarens  
kommentar:  
(Teacher's  
note)

Poäng:  
(Points)



Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2022-03-16	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST211G	Sidnr.: (Page no.)	4							
Anonymiseringskod (Anonymization code)	3	1	1	-	0	0	2	0	-	Y	H	D

2. g)  $Y \sim \text{Neg binomial } (0,3413, 2)$

$$E(Y) = \frac{r}{p} = \frac{2}{0,3413} = \underline{5,8599} \text{ R}$$

Uppg.nr.: (Task no.)	2
Lärarens kommentar: (Teacher's note)	
Poäng: (Points)	20



Uppg.nr.:  
(Task no.)

Lärarens  
kommentar:  
(Teacher's  
note)

Poäng:  
(Points)



Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2022-03-16	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST2116	Sidnr.: (Page no.)	5
Anonymiseringskod (Anonymization code)	3	1	1 - 0 0 2 0 - Y H D		

Uppg.nr.:  
(Task no.)

3

Lärarens kommentar:  
(Teacher's note)

3.

$$P(X, Y) = 0,02 \cdot 4^x \cdot 9^y$$

a) Sannolikheten att ena är större än noll är  $1 - P(0,0)$

$$P(0,0) = 0,02 \cdot 4^0 \cdot 9^0 = 0,02$$

$$1 - P(0,0) = 1 - 0,02 = \underline{0,98}$$

b)

		0	1	X
0		0,02	0,08	0,1
1		0,18	0,72	0,9
Y		0,2	0,8	

För  $\begin{cases} x=0 & \text{är } P(x) = 0,2 \\ x=1 & \text{är } P(x) = 0,8 \end{cases}$

För  $\begin{cases} y=0 & \text{är } P(y) = 0,1 \\ y=1 & \text{är } P(y) = 0,9 \end{cases}$

Poäng:  
(Points) 20

Uppg.nr.:  
(Task no.)

Lärarens  
kommentar:  
(Teacher's  
note)

Poäng:  
(Points)



3. c)  $\sim$  Oberoende om  $P(x=1) \cdot P(y=1) = P(x=1, y=1)$

$$P(y=1) = 0,9$$

$$P(x=1) = 0,8$$

$$P(x=1, y=1) = 0,72$$

$$0,9 \cdot 0,8 = 0,72$$

USB Gär att visa för alla kombinationer

Svar: De är oberoende.

d)

$$\text{Cov}(X, Y) = E(X, Y) - E(X)E(Y)$$

$$E(X) = 0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,8 = 0,8$$

$$E(Y) = 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,9 = 0,9$$

$$E(X, Y) = \sum_x \sum_y P(x, y) \cdot y \cdot x$$

$$= 0 \cdot 0 \cdot 0,02 + 0 \cdot 1 \cdot 0,08 + 0 \cdot 1 \cdot 0,18 + 1 \cdot 1 \cdot 0,72$$

$$= 0,72$$

$$\text{Cov}(X, Y) = 0,72 - 0,72$$

$$= 0$$

Svar: Cov är 0

Uppg.nr.:  
(Task no.)

Lärarens  
kommentar:  
(Teacher's  
note)

Poäng:  
(Points)



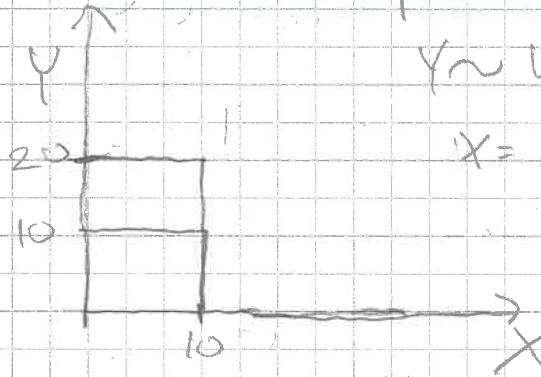
Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2022-03-16	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST2116	Sidnr.: (Page no.)	7
Anonymiseringskod (Anonymization code)	311-0020-YHD				

Uppg.nr.:  
(Task no.)

4

Lärarens kommentar:  
(Teacher's note)

4.  $Y =$  Tiden vid utfärd



$$Y \sim U_{min} \sim (20, 0)$$

$$X = \text{Resttiden} \sim U_{min} \sim (50, 40)$$

Eftersom minsta resttiden är 40 kommer det alltid vara minsta möjliga tiden.

Därmed blir det avgörande här de resterande 20 min fördelas.  $X+Y$  får max bli 20, ( $X+Y \leq 20$ ).

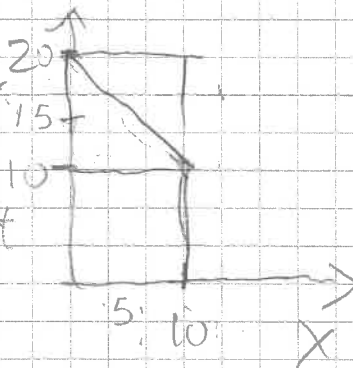
Därför kan vi rita upp den här figuren.

Var  $Y$  har intervallet

$$20 - 0 = 20$$

Och  $X$  har intervallet

$$50 - 40 = 10$$



i hela "boxen" där nere hinner hon i tid. I halva boxen där uppe

hinner hon i tid hälften av gångerna

Därmed hinner hon i tid

$$\frac{3}{4} \text{ av gångerna}$$

Svar i 0,75% av gångerna

Poäng:  
(Points)

20

Uppg.nr.:  
(Task no.)

Lärarens  
kommentar:  
(Teacher's  
note)

Poäng:  
(Points)



5. a)  $Y = -\lambda \ln U$

$W = (U - 0.5)^2$

$0 \leq U \leq 1$

$U \sim \text{Uni}(1)$   $f(u) = \frac{1}{1-0} = 1$

$Y = -\lambda \ln U$

$Y = \ln U$   $U = e^{-\frac{Y}{\lambda}}$

$f(u) = 1$   
 $F\left(\frac{Y}{\lambda}\right) = \int_0^{e^{-\frac{Y}{\lambda}}} 1 du = \left[ u \right]_0^{e^{-\frac{Y}{\lambda}}} = e^{-\frac{Y}{\lambda}}$

en fördelningsfunktion kan inte vara negativ

$f(y) \frac{d}{dy} e^{-\frac{Y}{\lambda}} = -\frac{1}{\lambda} e^{-\frac{Y}{\lambda}}$

Svar!  $f(y)$  blir  $-\frac{1}{\lambda} e^{-\frac{Y}{\lambda}}$



Uppg.nr.:  
(Task no.)

Lärarens  
kommentar:  
(Teacher's  
note)

Poäng:  
(Points)



Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2022-03-16	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST2116	Sidnr.: (Page no.)	9
Anonymiseringskod (Anonymization code)	3 1 1 - 0 0 2 0 - Y H D				

Uppg.nr.:  
(Task no.)  
5

Lärarens kommentar:  
(Teacher's note)

5 b)  $w = (u - 0,5)^2$   
 $u = \sqrt{w} + 0,5$

$$f(u) = 1$$

$$F(\sqrt{w} + 0,5) = \int_0^{\sqrt{w} + 0,5} 1 du = \left[ u \right]_0^{\sqrt{w} + 0,5}$$

$$= \sqrt{w} + 0,5$$

$$f(w) = \frac{2}{2w} (\sqrt{w} + 0,5) = \frac{1}{\sqrt{w}}$$

$$F(w) = \int_0^w \frac{1}{2t} dt = \frac{1}{2} \int_0^w \frac{1}{t} dt$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{t^{0,5}}{0,5} \right]_0^w$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{w^{0,5}}{0,5} = w^{0,5} = \sqrt{w}$$

Svar!  $F(w) = \sqrt{w}$  ✓

Poäng:  
(Points)  
6

Uppg.nr.:  
(Task no.)

Lärarens  
kommentar:  
(Teacher's  
note)

Poäng:  
(Points)