



Stockholms universitet

OBS! Läs noga igenom anvisningarna i tentamen, t.ex. hur du ska skriva svaren.
Det är ditt ansvar som student att följa de anvisningar som ges.

NOTE! Read the examination instructions carefully, e.g. how to write the answers.
It is your responsibility as a student to follow the given instructions.

Skriv din anonymiseringskod och dagens datum på allt material du lämnar in.
(Enter your anonymization code and today's date on all submitted materials)

Anonymiseringskod (Anonymization code)	3	1	1	-	0	0	0	3	-	J	K	K
Datum (Date YYYY-MM-DD)	2023-04-19							Plats nr. (Seat No.)	57			

Kurs/Kurskod (Course/Course code)	ST1101, statistik & Dataanalys 1
Kursmoment (Course component)	

Fylls i av tentamensvärd (To be filled in by invigilator)

Direkt i skrivning: (kryss)		Svarsblankett: (kryss)		Lösa svarsblad: (antal)	6
--------------------------------	--	---------------------------	--	----------------------------	---

Lämnat in blankt: (kryss)		Dator: (kryss)	
------------------------------	--	-------------------	--

Inlämningstid: 16 : 10

Signatur tentamensvärd: _____

Fylls i av lärare/examinator (To be filled in by teacher/examinator)

Betyg:	A	Poäng:	91
--------	---	--------	----

Signatur rättande lärare/examinator: _____



Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2023-04-19	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST 1101	Sidnr.: (Page no.)	1
Anonymiseringskod (Anonymization code)	3 1 1 - 0 0 0 3 - J K K				

1. $P(A) = 0.4$ och $P(B) = 0.2$
 $P(A \cap B) = 0.1$

Uppg.nr.:
(Task no.)

1

a) Sannolikheten att någon av de två inträffar finns med additionssatsen.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \underline{\underline{0.5}}$$

1a.) 4

1b.) 4

1c.) 4

1d.) 2,5

b) För oberoende krävs $P(A|B) = P(A)$ och $P(B|A) = P(B)$

testar den första. $P(A)$ är känt. Söker $P(A|B)$ med omskrivning av multiplikationssatsen.

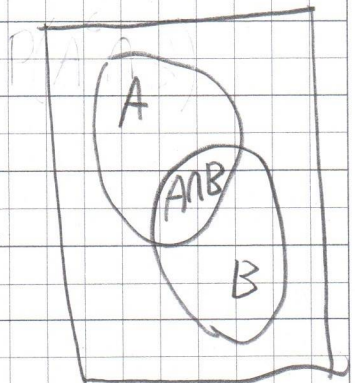
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.5 \neq P(A)$$

\therefore A och B är inte oberoende

c) Se uträkning ovan. $P(A|B) = \underline{\underline{0.5}}$

d) Vi observerar venn-diagrammet och konstaterar att sannolikheten för det efterfrågade scenariot ges av:

$$\begin{aligned} P(\text{scenariod}) &= 1 - P(A^c) \cdot P(B^c) - P(A \cap B) \\ &= 1 - 0.6 \cdot 0.8 - 0.1 \\ &= \underline{\underline{0.42}} \end{aligned}$$



Poäng:
(Points)

Poäng:
(Points)

Lärarens
kommentar:
(Teacher's
note)

Uppg.nr.:
(Task no.)

Sidnr.:
(Page no.)



Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2023-04-19	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST1101	Sidnr.: (Page no.)	2
Anonymiseringskod (Anonymization code)	311-0003		-JKK		

2. $P(F) = 0.05$ $P(S) = 0.01$

Kallar felringning F, skämt S och vanligt samtal V

Uppg.nr.:
(Task no.)

2

Lärarens kommentar:
(Teacher's note)

a) Antar att de olika samtalstyperna är oberoende.

$$P(V) = 1 - P(V^c) = 1 - (P(F) + P(S)) = 0.94$$

Sannolikheten att 3:e samtalet är vanligt ges då av:

$$P(X=3) = 0.06^2 \cdot 0.94 = 0.003384 \approx \underline{\underline{0.0034}}$$

2a.) 4
2b.) 6
2c.) 6

b) Sannolikheten att ett av de första tre är vanligt ges av summan av sannolikheten att bara första, bara andra och bara tredje är vanligt, givet antagande om oberoende. Detta ger:

$$\begin{aligned} P(\text{scenario i b}) &= 0.94 \cdot 0.06^2 + 0.06 \cdot 0.94 \cdot 0.06 + 0.06^2 \cdot 0.94 \\ &= 0.94 \cdot 0.06^2 \cdot 3 = 0.010152 \approx \underline{\underline{0.010}} \end{aligned}$$

c) Igen givet antagande om oberoende. Sannolikheten att få ett av varje ges av $P(1 \text{ av varje}) = P(F) \cdot P(S) \cdot P(V)$

Givet tre typer finns det $3!$ olika möjliga utfall som uppfyller en av varje. Eftersom ordningen på faktorererna inte spelar någon roll ges sannolikheten av:

$$\begin{aligned} P(\text{scenario i c}) &= P(F) \cdot P(S) \cdot P(V) \cdot 3! = 0.00282 \\ &\approx \underline{\underline{0.0028}} \end{aligned}$$

Poäng:
(Points)

Poäng:
(Points)

Lärarens
kommentar:
(Teacher's
note)

Uppg.nr.:
(Task no.)

Sidnr.:
(Page no.)



3.

$$a) E(X) = \sum_{\text{alla } x} x \cdot P(x) = 1 \cdot 0.2 + 2 \cdot 0.4 + 3 \cdot 0.3 + 4 \cdot 0.1 = \underline{\underline{2.3}}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{\sum_x (x - \mu)^2 \cdot P(x)}$$

$$= \sqrt{((1-2.3)^2 \cdot 0.2 + (2-2.3)^2 \cdot 0.4 + (3-2.3)^2 \cdot 0.3 + (4-2.3)^2 \cdot 0.1)}$$

$$= \sqrt{0.338 + 0.036 + 0.147 + 0.289} = \underline{\underline{0.9}}$$

b) $Y = 3 + 2X$

$$E(Y) = E(3 + 2X) = 3 + 2 \cdot E(X) = \underline{\underline{7.6}}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\text{Var}(Y)} = \sqrt{\text{Var}(3 + 2X)} = \sqrt{2^2 \cdot \text{Var}(X)}$$

$$= \sqrt{2^2 \cdot \sigma_x^2} = 2 \cdot \sigma_x = 2 \cdot 0.9 = \underline{\underline{1.8}}$$

c) Om Z är binomialfördelad ges väntevärde och varians av:

$$E(Z) = np = 10 \cdot 0.3 = 3$$

$$\text{Var}(Z) = npq = 10 \cdot 0.3 \cdot (1-p) = 2.1$$

För att räkna ut $E(X+Z)$ och $\text{Var}(X+Z)$ antar vi att X och Z är oberoende och inte har någon samvariation (kovarians)

$$E(X+Z) = E(X) + E(Z) = 2.3 + 3 = \underline{\underline{5.3}}$$

$$\text{Var}(X+Z) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Z) + 2\text{Cov}(X,Z) = 0.9^2 + 2.1 + 0 = \underline{\underline{2.91}}$$

Uppg.nr.: (Task no.)

3

Lärarens kommentar: (Teacher's note)

3a.) 6

3b.) 6

3c.) 8

Poäng: (Points)

Poäng:
(Points)

Lärares
kommentar:
(Teacher's
note)

Uppg.nr.:
(Task no.)

Sidnr.:
(Page no.)



Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2023-04-19	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST1101	Sidnr.: (Page no.)									
Anonymiseringskod (Anonymization code)	3	1	1	-	0	0	0	3	-	J	K	K	4

4. a) $n=80$ $p=12/80=0.15$

1. $np=12 > 10$ $p < 0.9 \Rightarrow nq > 10$
2. Antar oberoende mellan producerande enheter
3. Antar att 80 < 10% av total produktion.

Givet 1, 2 och 3 ovan (även om det är på håret i 1) väljer vi normalapprox. Därmed ges konfidensintervallet av:

$$\bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}} = \frac{12}{80} \pm Z_{0.025} \cdot \sqrt{\frac{0.15 \cdot 0.85}{80}}$$
$$= 0.15 \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.15 \cdot 0.85}{80}} \approx 0.15 \pm 0.078$$

Intervallat är alltså (0.072, 0.228).

Tolkningen är att vi med 95% säkerhet kan säga att liknande stickprov genererar ett medelvärde inom intervallet. Vi kan alltså inte säga något om det sanna medelvärdet.

4a.) 6,5

4b.) 15,5

4c.) 7

4d.) 2

Poäng:
(Points)

Lärarens
kommentar:
(Teacher's
note)

Uppg.nr.:
(Task no.)

Sidnr.:
(Page no.)



Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2023-04-19	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST1101	Sidnr.: (Page no.)	5								
Anonymiseringskod (Anonymization code)	3	1	1	-	0	0	0	3	-	J	K	K	5

b) $H_0: \mu = 0.22$
 $H_A: \mu \neq 0.22$ Dubbelsidigt test!

Uppg.nr.:
(Task no.)

4

Lärarens kommentar:
(Teacher's note)

Räknar ut teststatistika som sen ska jämföras med $Z_{crit} = 1.96$

$$Z_{obs} = \frac{0.15 - 0.22}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{-0.07}{\sqrt{\frac{0.15 \cdot 0.85}{80}}} \approx -1.75$$

$\Rightarrow |Z_{obs}| < Z_{crit}$

Alltså kan vi inte förkasta H_0 på 5% sig. nivå!

c) p-värdet beräknas på samma sätt först men sen använder vi Z_{obs} för att få p-värdet på följande sätt

↑ från tabellen för $z = 1.75$

$$2 \cdot (1 - P(Z \leq z)) = 2 \cdot (1 - 0.9599) = 0.0802$$

↑ pga dubbelsidigt

som vi ser är p-värdet > 0.05 , alltså kan vi än en gång inte förkasta H_0 på 5% sig. nivå! (vilket vi förväntar oss givet c)

d) Estimatoren \hat{p} genererar samma väntevärde som p . De kan alltså skilja sig åt på andra sätt men det har de gemensamt.

Poäng:
(Points)

Poäng:
(points)

Lärarens
kommentar:
(Teacher's
note)

Uppg.nr.:
(Task no.)

Sidnr.:
(Page no.)



Datum: (Date YYYY-MM-DD)	2023-04-19	Kurs/Kurskod: (Course/Course code)	ST1101	Sidnr.: (Page no.)	6
Anonymiseringskod (Anonymization code)	3 1 1 - 0 0 0 3 - J K K				

5. $H_0: \beta_2 = 0$

a) Teststatistiken: $z = \frac{-63.52 - 0}{33.62/\sqrt{100}} \approx -18.9$

Vi förkastar H_0 med stor marginal!
(depth) β_2 är signifikant.

b) Vi ser i utskriften att p-värdet $0.297658 > 0.1$, därmed är β_3 (table) inte signifikant på 10%-nivå

c) I genomsnitt är en "klar" diamant, dvs clear=1, värd 381.32 dollar mer än en jämförbar diamant (allt annat lika)

Konfidensintervall: $\beta_4 \pm t_{\alpha/2, n-2} \cdot S_{\beta_4}$

$\Rightarrow 381.32 \pm 1.660 \cdot 102.37$

$\Rightarrow 381.32 \pm 169.9342$

$\approx (211.4, 551.3)$

($n-2=98$ men använder tabellvärde för $n=100$)

d) Ett standardfel på 102.37 för variabeln clear är ett mått på hur säker skattningen är. Tex kan det användas för att säga att värdet med 84% säkerhet (dvs 1 standardavvikelse) är mellan i intervallet 381.32 ± 102.37

Uppg.nr.:
(Task no.)

5

Lärarens kommentar:
(Teacher's note)

5a.) 4,5
5b.) 5
5c.) 6,5
5d.) 3,5

Poäng:
(Points)

Poäng:
(Points)

Lärares
kommentar:
(Teacher's
note)

Uppg.nr.:
(Task no.)

Sidnr.:
(Page no.)



Rules in the examination hall

- Follow the invigilator's instructions.
 - Bags and outerwear must be placed at the designated place.
 - Place your ID document clearly visible on the table in front of you.
 - No student may leave the examination hall for the first 30 minutes.
 - Only one student at a time may visit the toilet. Before visiting the toilet, write your name and time on the intended list. After the toilet visit, enter the time on the list again.
 - Electronic equipment such as a mobile phone or Smartwatch must be switched off and placed at the designated place.
 - During the exam, silence applies – you are not allowed to talk, or otherwise communicate, with other students during the exam.
 - Before submitting the examination documents, remember to write the page number, anonymization code, and date on all papers.
- Please do not hesitate to ask the invigilator if anything is unclear. Good luck!

Regler i skrivsalen

- Följ tentamensvårds anvisningar.
 - Väskor och ytterkläder ska placeras på anvisad plats.
 - Placera ID-handling väl synlig på bordet framför dig.
 - Ingen student får lämna skrivsalen under de första 30 minuterna.
 - Endast en student i taget får besöka toaletten. Vid toalettbesök skriv ditt namn och klockslag på avsedd lista. Efter toalettbesök ska du åter ange klockslag på listan.
 - Elektronisk utrustning som mobiltelefon eller Smartwatch ska vara avstängd och placerad på anvisad plats.
 - Under tentamen gäller tystnad – det är förbjudet att prata, eller på annat sätt kommunicera, med andra studenter under pågående tentamen.
 - Innan tentamenshandlingarna lämnas in; skriv sidnummer, anonymiseringskod och datum på alla inlämnade papper.
- Om något är oklart – fråga gärna tentamensvården. Lycka till!!!