Stockholms universitet
Statistiska institutionen
Raul Cano

SKRIVNINGSDATUM: 2013-06-05

Skriftlig tentamen i **Statistikens grunder 2** (6 hp), ingående som moment 3 i kursen **Statistikens grunder, GN, 15 hp.**

Skrivtid: 5 timmar
Hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon. Vidhäftade formel- och tabellblad.
Tentamensgenomgång och återlämning: Måndagen den 17 juni, kl. 18.00 i B319.
Därefter kan skrivningarna hämtas på studentexpeditionen, plan 7 i B-huset.

Tentamen består av fem uppgifter som kan ge totalt 100 poäng. För betyget A gäller 90-100 p., för betyget B gäller 80-89 p., för betyget C gäller 70-79 p., för betyget D gäller 60-69 p., för betyget E gäller 50-59 p., för betyget Fx gäller 40-49 p. och för betyget F gäller 0-39 p. För detaljerade betygskriterier se kursbeskrivningen på kurshemsidan.
För full poäng på en uppgift krävs fullständiga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1: (20 poäng)

Från en stor mängd sockerbetor utväljs ett slumpmässigt stickprov på 64 stycken, och sockerhalten (uttryckt i procent) bestäms för var och en. Det visar sig att den genomsnittliga sockerhalten är 19,53 och att standardavvikelsen är 1,25.

a) Beräkna ett konfidensintervall med 99% konfidensgrad för den genomsnittliga sockerhalten i hela mängden sockerbetor. (10 p.)

b) Testa att den genomsnittliga sockerhalten (i hela populationen) är större än 19,25. Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 5%. Vilken blir din slutsats? (10 p.)

Uppgift 2: (20 poäng)

I den stora staden Grönköping har 170 av 200 tillfrågade familjer svarat att de har plasma-TV.

a) Är andelen familjer med plasma-TV i Grönköping större än 0,80 ? Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 5%. Vilken blir din slutsats? (15 p.)

b) Beräkna p-värdet och förklara hur det kan användas för att genomföra hypotestestet. (5 p.)

Uppgift 3: (20 poäng)

Sex resp fyra oberoende observationer på två oberoende normalfördelade stokastiska variabler med okända väntevärden μ_1 resp μ_2 och okända varianser σ_1^2 resp σ_2^2 gav följande resultat:

Variabel	Antal observationer	Stickprovsmedelvärde	Stickprovsvarians
1	6	40	20
2	4	30	22

Antag att (de okända) varianserna σ_1^2 och σ_2^2 är lika stora och testa på risknivån 5% ($\alpha = 0{,}05$) hypotesen att $\mu_1 = \mu_2$ mot alternativet att $\mu_1 > \mu_2$. Vilken blir din slutsats?

Uppgift 4: (20 poäng)

Man ville undersöka om det fanns ett beroende mellan ålder och inställningen till monarki. För ändamålet fick man ett slumpmässigt stickprov av 1000 personer i åldern 20-60 år och tillfrågade dem om ålder och inställning till monarki. Det visade sig att 500 av de tillfrågade var mellan 20 och 40 år och av dessa var 150 positiva, 150 tveksamma och 200 negativa till monarki. Av de 500 som var mellan 40 och 60 år var 200 positiva, 150 tveksamma och 150 negativa till monarki. Ställ upp hypoteser och testa på signifikansnivån 5% om resultatet tyder på ett samband mellan ålder och inställning till monarki. Vilken blir din slutsats? (20 p.)

Uppgift 5: (20 poäng)

I ett företag arbetar man med ett projekt som syftar till att utveckla 3 nya produkter och (efter genomförande av en statistisk analys) välja en av de för fastproduktion. Företagsledningen har därför tre alternativ att välja mellan: Produkt A, B och C. Lönsamheten för de olika produkterna är beroende av hur efterfrågan på de ingående produkterna blir. Ledningen har betraktat endast 4 olika typer av efterfrågan för varje produkt: E1, E2, E3 och E4. Marknadsundersökningsenheten (inom företaget) har bekräftat att om man väljer Produkt A räknar man med en vinst om 5 miljoner kronor (Mk) oavsett vilken typ av efterfrågan inträffar, medan om man väljer Produkt B blir vinsten 9 Mk, 9 Mk, 1 Mk respektive 5 Mk för efterfrågan E1, E2, E3 respektive E4. Motsvarande vinst för Produkt C är 5 Mk, 12 Mk, 1 Mk och 1 Mk.

a) Bestäm med hjälp av Laplacekriteriet vilken produkt Företagsledningen bör välja. (10 p.)

b) Antag att sannolikheterna för att de olika typer av efterfrågan inträffar är 0.1, 0.3, 0.4 respektive 0.2 för E1, E2, E3 respektive E4 och bestäm vilken produkt Företagsledningen bör välja. (10 p.)

Formler

Räkneregler för väntevärden och varianser där X och Y är stokastiska variabler, a, b och c är konstanter:

$$\begin{aligned}
E(c) &= c \\
E(cX) &= cE(X) \\
E(c+X) &= c+E(X) \\
E(aX+bY) &= aE(X)+bE(Y) \\
V(c) &= 0 \\
V(cX) &= c^2V(X) \\
V(c+X) &= V(X) \\
V(aX+bY) &= a^2V(X)+b^2V(Y)+2abCov\,(X,Y)
\end{aligned}$$

Väntevärde och varians för urvalsmedelvärdet $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$ där alla $X_1, X_2, ..., X_n$ är oberoende och har väntevärde μ och varians σ^2:

$$\begin{aligned}
E\left(\overline{X}\right) &= \mu \\
V\left(\overline{X}\right) &= \frac{\sigma^2}{n}
\end{aligned}$$

Ändlighetskorrektion:

$$\frac{N-n}{N-1}$$

Testvariabler:

$$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

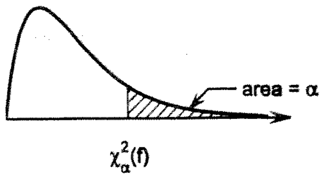
$$Z = \frac{\overline{X}-\overline{Y}-D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{m}}}$$

$$t = \frac{\overline{X}-\overline{Y}-D_0}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{m}\right)}}, \quad \text{där } S_p^2 = \frac{(n-1)\,S_1^2+(m-1)\,S_2^2}{n+m-2}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

Tabell 4. χ^2**-fördelningen**

$P(X > \chi^2_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in \chi^2(f)$



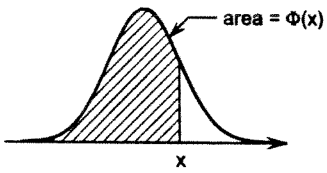
f	α 0.9995	0.999	0.995	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83	12.12
2	0.00	0.00	0.01	0.02	0.05	0.10	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82	15.20
3	0.02	0.02	0.07	0.11	0.22	0.35	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27	17.73
4	0.06	0.09	0.21	0.30	0.48	0.71	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47	20.00
5	0.16	0.21	0.41	0.55	0.83	1.15	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52	22.11
6	0.30	0.38	0.68	0.87	1.24	1.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46	24.10
7	0.48	0.60	0.99	1.24	1.69	2.17	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32	26.02
8	0.71	0.86	1.34	1.65	2.18	2.73	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12	27.87
9	0.97	1.15	1.73	2.09	2.70	3.33	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88	29.67
10	1.26	1.48	2.16	2.56	3.25	3.94	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59	31.42
11	1.59	1.83	2.60	3.05	3.82	4.57	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26	33.14
12	1.93	2.21	3.07	3.57	4.40	5.23	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91	34.82
13	2.31	2.62	3.57	4.11	5.01	5.89	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53	36.48
14	2.70	3.04	4.07	4.66	5.63	6.57	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12	38.11
15	3.11	3.48	4.60	5.23	6.26	7.26	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70	39.72
16	3.54	3.94	5.14	5.81	6.91	7.96	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25	41.31
17	3.98	4.42	5.70	6.41	7.56	8.67	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79	42.88
18	4.44	4.90	6.26	7.01	8.23	9.39	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31	44.43
19	4.91	5.41	6.84	7.63	8.91	10.12	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82	45.97
20	5.40	5.92	7.43	8.26	9.59	10.85	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31	47.50
21	5.90	6.45	8.03	8.90	10.28	11.59	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80	49.01
22	6.40	6.98	8.64	9.54	10.98	12.34	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27	50.51
23	6.92	7.53	9.26	10.20	11.69	13.09	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73	52.00
24	7.45	8.08	9.89	10.86	12.40	13.85	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18	53.48
25	7.99	8.65	10.52	11.52	13.12	14.61	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62	54.95
26	8.54	9.22	11.16	12.20	13.84	15.38	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05	56.41
27	9.09	9.80	11.81	12.88	14.57	16.15	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48	57.86
28	9.66	10.39	12.46	13.56	15.31	16.93	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89	59.30
29	10.23	10.99	13.12	14.26	16.05	17.71	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30	60.73
30	10.80	11.59	13.79	14.95	16.79	18.49	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70	62.16
40	16.91	17.92	20.71	22.16	24.43	26.51	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40	76.09
50	23.46	24.67	27.99	29.71	32.36	34.76	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66	89.56
60	30.34	31.74	35.53	37.48	40.48	43.19	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61	102.69
70	37.47	39.04	43.28	45.44	48.76	51.74	90.53	95.02	100.43	104.21	112.32	115.58
80	44.79	46.52	51.17	53.54	57.15	60.39	101.88	106.63	112.33	116.32	124.84	128.26
90	52.28	54.16	59.20	61.75	65.65	69.13	113.15	118.14	124.12	128.30	137.21	140.78
100	59.90	61.92	67.33	70.06	74.22	77.93	124.34	129.56	135.81	140.17	149.45	153.17

Tabeller

Tabell 1. Standardiserad normalfördelning

$\Phi(x) = P(X \leq x)$ där $X \in N(0, 1)$

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$

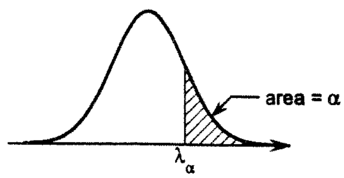


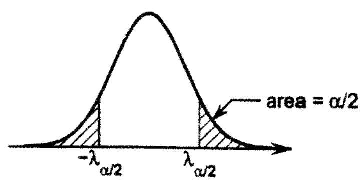
x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865									
3.1	.99903									
3.2	.99931									
3.3	.99952									
3.4	.99966									
3.5	.99977									
3.6	.99984									
3.7	.99989									
3.8	.99993									
3.9	.99995									
4.0	.99997									

Tabell 2. Normalfördelningens kvantiler

$P(X > \lambda_\alpha) = \alpha$ där $X \in N(0, 1)$

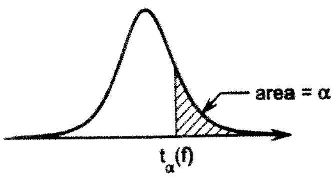
α	λ_α	α	λ_α
0.1	1.2816	0.001	3.0902
0.05	1.6449	0.0005	3.2905
0.025	1.9600	0.0001	3.7190
0.01	2.3263	0.00005	3.8906
0.005	2.5758	0.00001	4.2649





Tabell 3. *t*-**fördelningen**

$P(X > t_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in t(f)$



f \ α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.35	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.01
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.50	3.79
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26	1.31	1.71	2.06	2.48	2.78	3.43	3.71
27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

4

Statistiska institutionen

Stockholms universitet

Rättningsblad

Datum: 5/6-2013

Sal: Brunnsvikssalen

Tenta: Statistikens grunder 2

Kurs: Statistikens grunder, kväll

ANONYMKOD: [redacted]

☒ Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					3
Lär.ant. 20p	20p	19p	20p	20p					

POÄNG	BETYG	Lärarens sign.
99p	A	RC

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnsviken Anonymkod: [redacted] Blad nr: 1

1) 20p

① $n = 64$, $\bar{x} = 0,1953$, $s = 0,0125$ $\alpha = 0,01/2 = 0,005$

a) $KI = \bar{x} \pm t_{\alpha/2}(n-1) \cdot s/\sqrt{n}$

R

$KI = 0,1953 \pm t_{0,005}(63) \cdot \frac{0,0125}{\sqrt{64}}$

$= 0,1953 \pm 2,66 \cdot 0,0015625$

R

$= 0,1953 \pm 0,0042$ R $= 0,1911 - 0,1995 = KI\,99\% = 19,11\% - 19,95\%$

b) $H_0\ \mu \leq 0,1925$ $H_a\ \mu > 0,1925$ $t_\alpha\ (n-1) = t_{0,05}(63) = 1,67$ R

Förkasta H_0 om $t > t_\alpha(n-1)$

$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{0,1953 - 0,1925}{0,0125/\sqrt{64}} = \frac{0,0028}{0,0015625} = 1,792$

$1,792 > 1,67$ = Vi kan förkasta H_0 och dra slutsatsen att den genomsnittliga sockerhalten i hela populationen är större än 19,25%.

R

② $P = 170$ av $200 = \frac{170}{200} = 0{,}85$ 2) 2p

a) $H_0: \mu \leq 0{,}80 \quad H_A: \mu > 0{,}80 \quad Z_{\alpha\,0{,}05} = 1{,}64$

Förkasta H_0 om $Z > Z_\alpha$

$$Z = \frac{P - \pi}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} = \frac{0{,}85 - 0{,}80}{\sqrt{\frac{0{,}85(1-0{,}85)}{200}}} = \frac{0{,}05}{0{,}0252} = 1{,}98$$

$1{,}98 > 1{,}64$ = Vi kan förkasta H_0 och dra slutsatsen att andelen familjer med plasma-tv är större än 0,80.

b) ~~p-värde~~ $= 1 - \Phi(Z_{obs})$

$p = 1 - \Phi(1{,}98)$

$p = 1 - 0{,}9761 = 0{,}0239$

p-värdet kan jämföras med den signifikansnivån man vill testa. Så länge p-värdet är lägre än signifikansnivån så uppfylls den.

D.v.s 10% signifikans $= 0{,}10$ $0{,}0239 < 0{,}10$

5% –"– $= 0{,}05$ $0{,}0239 < 0{,}05$

1% –"– $= 0{,}01$ $0{,}0239 > 0{,}01$ – alltså

kan man ej dra slutsats på 1%-nivån.

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnsviken Anonymkod: [redacted] Blad nr: 2

3) 9p

(3)

Variabel	n	$\bar{X}$	s^2
1	6	40	20
2	4	30	22

α 0,05 → $t_{\alpha/2}(n+m-2) = t_{0,025}(8) = 2,31$

F =1,86

(−1 p)

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ eller $\mu_1 - \mu_2 \leq 0$ $H_A: \mu_1 > \mu_2$ eller $\mu_1 - \mu_2 > 0$

Förkasta H_0 om $t > t_\alpha$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{Sp^2\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}}$$

$$Sp^2 = \frac{(n-1) \cdot S_1^2 + (m-1) \cdot S_2^2}{n+m-2} = \frac{(5 \cdot 20) + (3 \cdot 22)}{6+4-2} = \frac{166}{8} = 20,75$$

$$t = \frac{40-30}{\sqrt{20,75\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)}} = \frac{10}{2,94} = 3,40$$

p

$3,40 > 2,31$ = Vi förkastar H_0 och drar slutsatsen att det är en skillnad mellan variabel 1 och 2

p

4) 20p

	20-40		40-60		Totalt
	o_i	e_i	o_i	e_i	
Positiva	150	175	200	175	350
Likgiltiga	150	150	150	150	300
Negativa	200	175	150	175	350
Totalt	500		500		1000

Finns ett beroende mellan ålder och inställning?

H_0: $\chi^2 \leq \chi^2_\alpha$ = oberoende

H_A: $\chi^2 > \chi^2_\alpha$ = beroende

Beräkna e_i exempel Positiva 20-40 år:

$\frac{350 \cdot 500}{1000} = 175$ (se cirklar)

sedan likadant för övriga celler.

$\chi^2 = \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$

om $\chi^2 > \chi^2_\alpha$ förkastas hypotesen om att ålder och inställning är oberoende

χ^2_α (rader - 1 · kolumner - 1)

$\chi^2_{\alpha 0,05}(2 \cdot 1 = 2) = 5,99$

		$(o_i - e_i)^2$				$\frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$
20-40	Pos	$(150-175)^2$	=	625	=	3,57
	Likg	$(150-150)^2$	=	0		0
	Neg	$(200-175)^2$	=	625		3,57
40-60	Pos	$(200-175)^2$	=	625		3,57
	Likg	$(150-150)^2$	=	0		0
	Neg	$(150-175)^2$	=	625		3,57

= 14,28

14,28 > 5,99 = Det finns ett samband mellan ålder och inställning till monarkin.

R

R

R

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnsviken Anonymkod: [redacted] Blad nr: 3

5) 20p

(5) a) Laplace = lika stor slh för varje händelse. 4 typer av efterfrågan = 0,25 slh för varje.

	E1	E2	E3	E4	total sannolik vinst:
A	$5 \cdot 0{,}25 = 1{,}25$	$5 \cdot 0{,}25 = 1{,}25$	$5 \cdot 0{,}25 = 1{,}25$	$5 \cdot 0{,}25 = 1{,}25$	5
B	$9 \cdot 0{,}25 = 2{,}25$	$9 \cdot 0{,}25 = 2{,}25$	$1 \cdot 0{,}25 = 0{,}25$	$5 \cdot 0{,}25 = 1{,}25$	6
C	$5 \cdot 0{,}25 = 1{,}25$	$12 \cdot 0{,}25 = 3$	$1 \cdot 0{,}25 = 0{,}25$	$1 \cdot 0{,}25 = 0{,}25$	4,75

Svar: Med hjälp av Laplace bör ledningen välja produkt B för störst sannolik vinst.

b) Givna sannolikheter:

	E1 = 0,1	E2 = 0,3	E3 = 0,4	E4 = 0,2	totalt:
A	$5 \cdot 0{,}1 = 0{,}5$	$5 \cdot 0{,}3 = 1{,}5$	$5 \cdot 0{,}4 = 2$	$5 \cdot 0{,}2 = 1$	5
B	$9 \cdot 0{,}1 = 0{,}9$	$9 \cdot 0{,}3 = 2{,}7$	$1 \cdot 0{,}4 = 0{,}4$	$5 \cdot 0{,}2 = 1$	5
C	$5 \cdot 0{,}1 = 0{,}5$	$12 \cdot 0{,}3 = 3{,}6$	$1 \cdot 0{,}4 = 0{,}4$	$1 \cdot 0{,}2 = 0{,}2$	4,7

Svar: Med hjälp av givna sannolikheter bör ledningen välja antingen A eller B.

5

Statistiska institutionen

Stockholms universitet

Rättningsblad

Datum: 5/6-2013

Sal: Brunnsvikssalen

Tenta: Statistikens grunder 2

Kurs: Statistikens grunder, kväll

ANONYMKOD: [redacted]

☒ Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					5
Lär.ant. 20p	16p	20p	20p	20p					

LR

POÄNG	BETYG	Lärarens sign.
96p	A	RC

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnsvikssalen Anonymkod: [redacted] Blad nr: 1

1) 20p

Fråga 1 Vi antar normalfördelning och att urvalet är slumpmässigt och oberoende. (CGS)

a) $n = 64$ $\bar{X} = 19{,}53$ $\sigma = 1{,}25$

$\bar{X} \pm Z_{0{,}01/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 19{,}53 \pm 2{,}5758 \cdot \frac{1{,}25}{\sqrt{64}}$

$19{,}53 \pm 0{,}4025$

Svar: Ett 99%igt konfidensintervall för den genomsnittliga sockerhalten i hela mängden sockerbetor blir alltså:

$[19{,}1275 ; 19{,}9325]$

R

b) $H_0: \mu = 19{,}25$ Testvariabel: $Z_{obs} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

$H_1: \mu > 19{,}25$

Beslutsregel: Förkasta H_0 om $Z_{obs} > Z_{0{,}05}$

$\alpha = 0{,}05$ $Z_{0{,}05} = 1{,}6449$

$Z_{obs} = \frac{19{,}53 - 19{,}25}{1{,}25/\sqrt{64}} = 1{,}792$

R

R

Svar: Eftersom att $Z_{obs} = 1{,}792 > 1{,}6449 = Z_{0{,}05}$ så kan vi förkasta H_0 på 5% signifikansnivå. Vi kan alltså säga att $\mu > 19{,}25$

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnvikssalen Anonymkod: [redacted] Blad nr: 2

2) 16p

Fråga 2: Vi antar normalfördelning och slumpmässigt oberoende urval

a) $n = 200$ $Y/n = \frac{170}{200} = 0{,}85$

$H_0: \pi_0 = 0{,}8$

$H_a: \pi_0 > 0{,}8$

$\alpha = 0{,}05$

Testvariabel: $\dfrac{Y/n - \pi_0}{\sqrt{\dfrac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} = Z_{obs}$

Beslutsregel: Förkasta H_0 om $Z_{obs} > Z_{0,05}$ $Z_{0,05} = 1{,}6449$

2a) 6cc 8p

$$Z_{obs} = \frac{0{,}85 - 0{,}8}{\sqrt{\dfrac{0{,}85(1-0{,}8)}{200}}} \approx 1{,}715 \text{ F } = 1{,}98$$

R

Svar: Eftersom $Z_{obs} = 1{,}715 > 1{,}6449 = Z_{0,05}$ så kan vi förkasta H_0 på 5% signifikansnivå och säga att andelen med plasma TV är större än 0,8.

b) p-värdet = $1 - \Phi(1{,}715)$ F $\Phi(1{,}715)$ från tabell är: 0,9564

$1 - 0{,}9564 = 0{,}0436$ vilket är vårt p-värde.

2b) 6cc 8p

Då den valda signifikansnivån är $\alpha = 0{,}05$ kan vi genom p-värdet se att vi kan förkasta H_0 då $\alpha = 0{,}05 > 0{,}0436 =$ p-värdet.

R

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnvikssalen Anonymkod: [redacted] Blad nr: 3

3) 20p

Fråga 3: Antar normalfördelning med slumpmässigt och oberoende urval

a)

Variabel:	Antal obs	$\bar{X}$	S^2
1	$6 = n_1$	$40 = \bar{X}_1$	$20 = S_1^2$
2	$4 = n_2$	$30 = \bar{X}_2$	$22 = S_2^2$

$\alpha = 0{,}05$

$FG = 8$

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_a: \mu_1 > \mu_2$

Testvariabel: $t_{obs} = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sqrt{S_p^2 \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$

Beslutsregel: Förkasta H_0 om $t_{obs} > t_{0,05(n_1+n_2-2)}$

$t_{0,05(8)} = 1{,}86$

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)\cdot S_1^2 + (n_2-1) S_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(5\cdot 20)+(3\cdot 22)}{8} = 20{,}75$$

$$t_{obs} = \frac{40-30}{\sqrt{20{,}75\cdot\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)}} = \frac{10}{2{,}94} = 3{,}401$$

Svar: Eftersom att $t_{obs} = 3{,}401 > 1{,}86 = t_{0,05(8)}$ så kan vi förkasta H_0 på signifikansnivån 5% och säga att $\mu_1 > \mu_2$

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnviksalen Anonymkod [redacted] Blad nr: 4

4) 20p

Fråga 4:

		Positiva:	Trekssamma:	Negativa:
500st	20–40	150	150	200
		$E = \frac{150+200}{2} = 175$	$E = \frac{150+150}{2} = 150$	$E = \frac{200+150}{2} = 175$
500st	40–60	200	150	150
		$E = \frac{200+150}{2} = 175$	$E = \frac{150+150}{2} = 150$	$E = \frac{150+200}{2} = 175$

E = Förväntat antal

$\alpha = 0{,}05$ $\chi^2_{0{,}05\,(r-1)(k-1)} = 5{,}99$ (FG = 2)

Ho: Det tyder inte på något samband mellan ålder och inställning (oberoende)

Ha: Det tyder på något samband mellan ålder och inställning (beroende)

Testvariabel: $\chi^2_{obs} = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$ Beslutsregel: Förkasta Ho om $\chi^2_{obs} > \chi^2_{0{,}05(2)}$

$$\chi^2_{obs} = \frac{(150-175)^2}{175} + \frac{(200-175)^2}{175} + \frac{(150-150)^2}{150} + \frac{(150-150)^2}{150} + \frac{(200-175)^2}{175} + \frac{(150-175)^2}{175} =$$

$$3{,}57 + 3{,}57 + 0 + 0 + 3{,}57 + 3{,}57 = 14{,}28$$

Svar: Eftersom att $\chi^2_{obs} = 14{,}28 > 5{,}99 = \chi^2_{0{,}05(2)}$ så kan vi förkasta Ho på signifikansnivån 5%. Vi kan alltså säga att det tyder på ett samband mellan ålder och inställning till monarki.

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnvikssalen Anonymkod [redacted] Blad nr: 5

5) 20p

Fråga 5:

		Produkt A	Produkt B	Produkt C
Efterfråga				
slh: 0,1	E1	5	9	5
slh: 0,3	E2	5	9	12
slh: 0,4	E3	5	1	1
slh: 0,2	E4	5	5	1

a) Laplacekriteriet:

Produkt A: $\frac{5+5+5+5}{4} = 5$

Produkt B: $\frac{9+9+1+5}{4} = 6$

Produkt C: $\frac{5+12+1+1}{4} = 4,75$

Svar: Enligt laplacekriteriet bör du välja produkt Produkt B då den ger avkastning.

b) Väntevärde:

Produkt A: $(0,1 \cdot 5)+(0,3 \cdot 5)+(0,4 \cdot 5)+(0,2 \cdot 5) = 0,5+1,5+2+1 = 5$

Produkt B: $(0,1 \cdot 9)+(0,3 \cdot 9)+(0,4 \cdot 1)+(0,2 \cdot 5) = 0,9+2,7+0,4+1 = 5$

Produkt C: $(0,1 \cdot 5)+(0,3 \cdot 12)+(0,4 \cdot 1)+(0,2 \cdot 1) = 0,5+3,6+0,4+0,2 = 4,7$

Med sannolikheter med i bilden spelar det ingen roll vilken av produkt A eller B man väljer, väntevärdet är det samma, 5.

Enligt Maximin och minimax kriterierna skall man dock välja produkt A.