



Stockholms
universitet

Statistiska institutionen
Raul Cano

SKRIVNINGSDATUM: 2013-08-21

Skriftlig tentamen i **Statistikens grunder 2** (6 hp), ingående som moment 3 i kursen **Statistikens grunder, GN, 15 hp.**

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon. Vidhäftade formel- och tabellblad.

Tentamensgenomgång och återlämning: Fredagen den 30 augusti, kl. 15.00 i B307
Därefter kan skrivningarna hämtas på studentexpeditionen, plan 7 i B-huset.

Tentamen består av fem uppgifter som kan ge totalt 100 poäng. För betyget A gäller 90-100 p., för betyget B gäller 80-89 p., för betyget C gäller 70-79 p., för betyget D gäller 60-69 p., för betyget E gäller 50-59 p., för betyget Fx gäller 40-49 p. och för betyget F gäller 0-39 p. För detaljerade betygskriterier se kursbeskrivningen på kurshemsidan.

För full poäng på en uppgift krävs fullständiga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1: (20 poäng)

I ett land har man genomfört ett matematikprov bland 324 slumpmässigt utvalda 15-åringar. Maximalt kunde man uppnå 50 poäng på provet. Man fick stickprovsmedelvärdet 31.1 och stickprovsvariansen (s^2) uppgick till 81. Testa på risknivån 5% att populationsmedelvärdet $\mu=30$ mot alternativet att $\mu>30$. Det går bra att använda sig av normalapproximation. (20 p.)

Uppgift 2: (20 poäng)

Man har gjort fyra oberoende observationer på en normalfördelad stokastisk variabel med okänt väntevärde μ och okänd varians σ^2 .

Resultat: 2 3 4 3

- Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för μ och tolka resultatet i ord. (10 p.)
- Testa att $\mu > 2,6$. Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 5%. Vilken blir din slutsats? (10 p.)

Uppgift 3: (20 poäng)

Studenter som läste Grundkursen i Statistik fördelades slumpmässigt i två grupper A och B. Grupperna använde olika kursböcker och olika undervisningsmetoder. Sluttentamen var densamma i båda grupperna och resultatet blev följande:

	Antal studenter	Medelpoäng	Poängvarians
Grupp A	16	62	42
Grupp B	9	58	35

- a) Beräkna ett 99% konfidensintervall för $\mu_A - \mu_B$ och ange lämpliga förutsättningar för att konstruera konfidensintervallet. (10 p.)
- b) Använd konfidensintervallet för att testa om $\mu_A - \mu_B \neq 0$. Vilken blir din slutsats? (10 p.)

Uppgift 4: (20 poäng)

Man ville från fackföreningshåll undersöka om det fanns ett beroende mellan ålder och inställningen till flexibla arbetstider. För ändamålet valde man ut ett obundet slumpmässigt urval på 400 personer i åldern 20-60 år och tillfrågade dem om ålder och inställning till flexitider. Det visade sig att 200 av de tillfrågade var mellan 20 och 40 år och av dessa var 70 positiva, 60 tveksamma och 70 negativa till flexitider. Av de 200 som var mellan 40 och 60 år var 50 positiva, 60 tveksamma och 90 negativa till flexibla arbetstider. Ställ upp hypoteser och testa på signifikansnivån 1% ($\alpha = 0,01$) om resultatet tyder på ett samband mellan ålder och inställning till flexibla arbetstider. Vilken blir din slutsats? (20 p.)

Uppgift 5: (20 poäng)

I ett företag arbetar man med ett projekt som syftar till att utveckla 3 nya produkter och (efter genomförande av en statistisk analys) välja en av de för fastproduktion. Företagsledningen har därför tre alternativ att välja mellan: Produkt A, B och C. Lönsamheten för de olika produkterna är beroende av hur efterfrågan på de ingående produkterna blir. Ledningen har betraktat endast 4 olika typer av efterfrågan för varje produkt: E1, E2, E3 och E4. Marknadsundersökningsenheten (inom företaget) har bekräftat att om man väljer Produkt A räknar man med en vinst om 5 miljoner kronor (Mk) oavsett vilken typ av efterfrågan inträffar, medan om man väljer Produkt B blir vinsten 9 Mk, 9 Mk, 1 Mk respektive 5 Mk för efterfrågan E1, E2, E3 respektive E4. Motsvarande vinst för Produkt C är 5 Mk, 12 Mk, 1 Mk och 1 Mk.

Bestäm med hjälp av maximin- och minimax-regretkriterierna vilken produkt Företagsledningen bör välja. (20 p.)

Formler

Räkne regler för väntevärden och varianser där X och Y är stokastiska variabler, a , b och c är konstanter:

$$\begin{aligned}E(c) &= c \\E(cX) &= cE(X) \\E(c+X) &= c+E(X) \\E(aX+bY) &= aE(X)+bE(Y) \\V(c) &= 0 \\V(cX) &= c^2V(X) \\V(c+X) &= V(X) \\V(aX+bY) &= a^2V(X)+b^2V(Y)+2abCov(X,Y)\end{aligned}$$

Väntevärde och varians för urvalsmedelvärdet $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ där alla X_1, X_2, \dots, X_n är oberoende och har väntevärde μ och varians σ^2 :

$$\begin{aligned}E(\bar{X}) &= \mu \\V(\bar{X}) &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

Ändlighetskorrektur:

$$\frac{N-n}{N-1}$$

Testvariabler:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

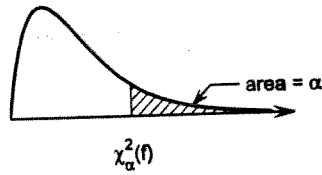
$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}}, \text{ där } S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

Tabell 4. χ^2 -fördelningen

$P(X > \chi^2_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in \chi^2(f)$



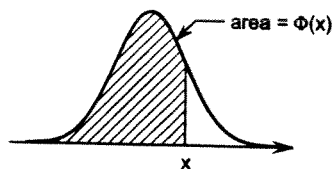
f	α	0.9995	0.999	0.995	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83	12.12
2		0.00	0.00	0.01	0.02	0.05	0.10	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82	15.20
3		0.02	0.02	0.07	0.11	0.22	0.35	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27	17.73
4		0.06	0.09	0.21	0.30	0.48	0.71	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47	20.00
5		0.16	0.21	0.41	0.55	0.83	1.15	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52	22.11
6		0.30	0.38	0.68	0.87	1.24	1.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46	24.10
7		0.48	0.60	0.99	1.24	1.69	2.17	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32	26.02
8		0.71	0.86	1.34	1.65	2.18	2.73	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12	27.87
9		0.97	1.15	1.73	2.09	2.70	3.33	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88	29.67
10		1.26	1.48	2.16	2.56	3.25	3.94	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59	31.42
11		1.59	1.83	2.60	3.05	3.82	4.57	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26	33.14
12		1.93	2.21	3.07	3.57	4.40	5.23	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91	34.82
13		2.31	2.62	3.57	4.11	5.01	5.89	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53	36.48
14		2.70	3.04	4.07	4.66	5.63	6.57	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12	38.11
15		3.11	3.48	4.60	5.23	6.26	7.26	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70	39.72
16		3.54	3.94	5.14	5.81	6.91	7.96	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25	41.31
17		3.98	4.42	5.70	6.41	7.56	8.67	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79	42.88
18		4.44	4.90	6.26	7.01	8.23	9.39	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31	44.43
19		4.91	5.41	6.84	7.63	8.91	10.12	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82	45.97
20		5.40	5.92	7.43	8.26	9.59	10.85	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31	47.50
21		5.90	6.45	8.03	8.90	10.28	11.59	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80	49.01
22		6.40	6.98	8.64	9.54	10.98	12.34	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27	50.51
23		6.92	7.53	9.26	10.20	11.69	13.09	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73	52.00
24		7.45	8.08	9.89	10.86	12.40	13.85	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18	53.48
25		7.99	8.65	10.52	11.52	13.12	14.61	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62	54.95
26		8.54	9.22	11.16	12.20	13.84	15.38	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05	56.41
27		9.09	9.80	11.81	12.88	14.57	16.15	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48	57.86
28		9.66	10.39	12.46	13.56	15.31	16.93	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89	59.30
29		10.23	10.99	13.12	14.26	16.05	17.71	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30	60.73
30		10.80	11.59	13.79	14.95	16.79	18.49	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70	62.16
40		16.91	17.92	20.71	22.16	24.43	26.51	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40	76.09
50		23.46	24.67	27.99	29.71	32.36	34.76	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66	89.56
60		30.34	31.74	35.53	37.48	40.48	43.19	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61	102.69
70		37.47	39.04	43.28	45.44	48.76	51.74	90.53	95.02	100.43	104.21	112.32	115.58
80		44.79	46.52	51.17	53.54	57.15	60.39	101.88	106.63	112.33	116.32	124.84	128.26
90		52.28	54.16	59.20	61.75	65.65	69.13	113.15	118.14	124.12	128.30	137.21	140.78
100		59.90	61.92	67.33	70.06	74.22	77.93	124.34	129.56	135.81	140.17	149.45	153.17

Tabeller

Tabell 1. Standardiserad normalfördelning

$\Phi(x) = P(X \leq x)$ där $X \in N(0, 1)$

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$

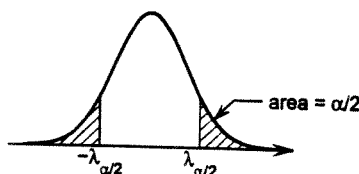
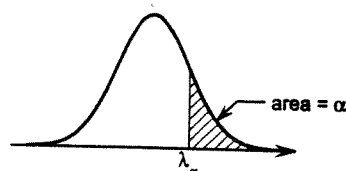


x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865									
3.1	.99903									
3.2	.99931									
3.3	.99952									
3.4	.99966									
3.5	.99977									
3.6	.99984									
3.7	.99989									
3.8	.99993									
3.9	.99995									
4.0	.99997									

Tabell 2. Normalfördelningens kvantiler

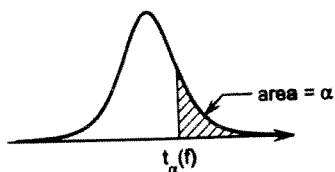
$P(X > \lambda_\alpha) = \alpha$ där $X \in N(0, 1)$

α	λ_α	α	λ_α
0.1	1.2816	0.001	3.0902
0.05	1.6449	0.0005	3.2905
0.025	1.9600	0.0001	3.7190
0.01	2.3263	0.00005	3.8906
0.005	2.5758	0.00001	4.2649



Tabell 3. *t*-fördelningen

$P(X > t_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in t(f)$



<i>f</i>	α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1		3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2		1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3		1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4		1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5		1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6		1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7		1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8		1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9		1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10		1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11		1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12		1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13		1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14		1.35	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15		1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16		1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.01
17		1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18		1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19		1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20		1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21		1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22		1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.50	3.79
23		1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24		1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25		1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26		1.31	1.71	2.06	2.48	2.78	3.43	3.71
27		1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28		1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29		1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30		1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40		1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60		1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120		1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞		1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

3

Statistiska institutionen



Stockholms
universitet

Rättningsblad

Datum: 21/8-2013

Sal: Laduvikssalen

Tenta: Statistikens grunder II

Kurs: Statistikens grunder, deltid

ANONYMKOD:

SGK-0030

Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
x	x	x	x	x					5 TF
Lär.ant.	20p	19p	2p	20p	20p				

POÄNG

81 p

BETYG

B

Lärarens sign.

RC

1) 20p

1)

$H_0: \mu = 30$

$H_A: \mu > 30$

Om $\bar{x}_{obs} > \bar{x}_{0,05(323)}$ förkastas H_0

μ
=

$n = 324$

$\bar{x} = 31,1$

$s^2 = 81$

5%-nivå (0,05)

$S = \sqrt{s^2}$ dvs. 9

$z = \frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{31,1 - 30}{9/\sqrt{324}} = \frac{31,1 - 30}{9/18} =$

$\frac{1,1}{0,5} = 2,2$

$\bar{x}_{obs} = 2,2$ / $\bar{x}_{0,05(323)} = 1,64$

Svar: t_{obs} är större och H_0 förkastas

2)

2) 19p

a)

$n = 4$

$\bar{x} = \frac{2 + 3 + 4 + 3}{4} = \frac{12}{4} = 3$

$s^2 = \frac{1}{4-1} \cdot ((2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (3-3)^2) = \frac{1}{3} \cdot 2 \approx 0,667$

$S = \sqrt{s^2}$ dvs. $\approx 0,817$

$\alpha = 0,05/2 = 0,025$

$3 \pm t_{\alpha,0,025(3)} \cdot \frac{0,817}{\sqrt{4}} = 3 \pm 3,18 \cdot \frac{0,817}{2} \approx 3 \pm 3,18 \cdot 0,4085 =$

* $3 + 1,29903 = 4,29903$

* $3 - 1,29903 = 1,70097$

Svar: KI är mellan

[1,70097; 4,29903]

(2)

b)

$$H_0: \mu \geq 2,6 \quad H_A: \mu < 2,6$$

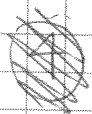
Om $z > z_{\alpha}$ förkastar ~~vi~~ H_0 .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3 - 2,6}{0,817/\sqrt{1}} = \frac{0,4}{0,20425} \approx \frac{1,96}{1} \end{array} \right\} = 1 \text{ p}$$

$$z_{\text{obs}} = 1,96$$

$$z_{\alpha(0,5)} = 2,35$$

Svar: z_{obs} är inte större än $z_{\alpha(0,5)}$ därmed förkastas inte H_0 .



3) 2p

3) a) $\bar{x} = 62$

$n = 16$

$S^2 = 42$

$\alpha = 0,01/2 = 0,005 \stackrel{(62)}{\approx} 3,23$

K11:

$62 \pm 3,23 \frac{42}{\sqrt{16}} = 62 \pm 3,23 \cdot 10,5$

$62 \pm 33,915$

$[28,085; 95,915]$

3a) GER 2p

K12:

$\bar{y} = 58$

$n = 9$

$S^2 = 35$

$\alpha = 0,01/2 = 0,005 \stackrel{(58)}{\approx} 3,23$

FEL METOD
SE FACIT

$58 \pm 3,23 \frac{35}{\sqrt{9}} = 58 \pm 3,23 \cdot 11,67$

$58 \pm 37,68$

$[20,32; 95,68]$

3b) ?

4) 20 p

4

$H_0 =$ det finns inte ett beroende $H_A =$ det finns ett beroende
 om $\chi^2_{obs} > \chi^2_{\alpha, 0,1/2}(2)$ förkastas H_0

R

Ålder	P	T	N	Σ
20 - 40 år	70	60	70	200
40 - 60 år	50	60	90	200
Σ	120 2 = 60	120 2 = 60	160 2 = 80	400

$$* \frac{(70 - 60)^2}{60} + \frac{(60 - 60)^2}{60} + \frac{(70 - 80)^2}{80} + \frac{(50 - 60)^2}{60} + \frac{(60 - 60)^2}{60} + \frac{(90 - 80)^2}{80} =$$

$$* 1,667 + 0 + 1,25 + 1,667 + 0 + 1,25 = 5,834$$

$\chi^2_{obs} = 5,834$ R

$\alpha: 0,01/2 = 0,005$

$\chi^2_{0,005(2)} = 10,60 = 9,21$

svår: χ^2_{obs} är inte större än $\chi^2_{0,005(2)}$

därför förkastas inte H_0 , alltså

kan man inte säga att det finns beroende mellan åldrarna och inställningen.


R

5

5) 20p

	E 1	E 2	E 3	E 4	MAXI MIN	MINI MAX
A	5 MKR	5 MKR	5 MKR	5 MKR	5 MKR	0 MKR
B	9 MKR	9 MKR	1 MKR	5 MKR	1 MKR	$9 - 1 = 8$ MKR
C	5 MKR	12 MKR	1 MKR	1 MKR	1 MKR	$12 - 1 = 11$ MKR
D						

Svar: I båda fallen bör företaget välja produkt A!

BRA! 
0

Statistiska institutionen



Rättningsblad

Datum: 21/8-2013

Sal: Laduvikssalen

Tenta: Statistikens grunder II

Kurs: Statistikens grunder, deltid

ANONYMKOD:

SKG-0010

Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
x	x	x	x	x					6 17
Lär.ant.									
20p	18p	4p	18p	10p					

POÄNG

70p

BETYG

C

Lärarens sign.

RC

1) 20p

1)

$$H_0 = 30$$

$$H_a > 30$$

 $\mathcal{R} =$

$$n = 324$$

$$s^2 = 81$$

$$|z_{obs}| = \frac{31,1 - 30}{\sqrt{81/324}} = 2,2$$

 $\mathcal{R} =$

$$z_{crit} = 1,96 < 2,2 = |z_{obs}|$$

Svar: H_0 förkastas!

 $\mathcal{R} =$

2
a

g) 18p

$$n = 4$$

$$\bar{x} = \frac{2 + 3 + 4 + 3}{4} = 3$$

$$s^2 = \frac{(2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (3-3)^2}{4-1} = 0,667$$

$$\mu = 3 \pm 2,35 \cdot \sqrt{0,667/4}$$

R

$$[2,04, 3,96] \quad F \quad (\text{SE FACIT})$$

Svar: Om man gör antagandet (i ändligheten) så kommer μ befinna sig inom intervallet 2,04 och 3,96 statistiskt sett. Sätt till 95%.

2a) 6p
8p

2

b

$$H_0: \mu > 2,6$$

enkelsidigt test!

$$T = \frac{3 - 2,6}{\sqrt{0,607/4}} = 0,979 \quad R$$

$$T(3) = 2,35 > 0,979 \quad R$$

Svari H_0 kan inte förkastas!

2b) 10 p

3) 4p

3	a)	Grupp A	$n = 16$	$\mu = 62$	$\sigma^2 = 42$
		Grupp B	$n = 9$	$\mu = 58$	$\sigma^2 = 35$

$$\sqrt{\frac{42}{16} + \frac{35}{9}} = 2,55$$

$$62 - 58 \pm 2,57 \cdot 2,55 =$$

$$[-2,53, 10,55]$$

FEL
METOD
(SE FACIT)

3a) 6ER 2P

b)

$$z = \frac{62 - 58}{2,55} = 1,568$$

3b) 6ER 2P
=

Svar: 1,568 befinner sig inom
KI-intervall och då är därför
 $\neq 0$.

4) 18 p

4) Chi2-test!

	pos	tvåk	neg	
O: 20-40	70	60	70	200
40-60	50	60	90	200
	120	120	160	400

E:

20-40	60	60	80	200
40-60	60	60	80	200
	120	120	160	

$$\frac{(O-E)^2}{E} = \frac{10^2}{60} + 0 + \frac{(-10)^2}{80} + \frac{(-10)^2}{60} + 0 + \frac{(-10)^2}{80}$$

$$\ominus 1,667 + 1,25 + 1,667 + 1,25 = 5,833$$

-1 p $\left\{ \begin{array}{l} \chi^2_{0,01}(6-1) = 15,09 > \chi^2_{obs} = 5,833 \\ \chi^2_{0,01}(2) = 9,21 \end{array} \right.$

Svar. Det råder beroende!

STÄLL UPP HYPOTESER

-1 p

5)

5) 10p

	E1	E2	E3	E4
A	5	5	5	5
B	9	9	1	5
C	5	12	1	1

Enligt Minimax ska man välja
handlingsalternativet A = 5.

Minimax regret:

A	-4	-7	0	0	-11
B	0	-3	-4	0	-7
C	-4	0	-4	-4	-12

Handlingsalternativ B borde de välja
enligt minimax regret.

R

F

LÖSNINGAR / STATISTIKENS GRUNDER 2 / 2013-08-21

① Stumpm. stickprov: $n=324$; $\bar{x}=31,1$; $s^2=9$

$$\begin{cases} H_0: \mu = 30 \\ H_1: \mu > 30 \end{cases}$$

$$\text{Sign-nivå: } 5\%$$

$$\text{Testvariabel: } z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Beslutsregel: H_0 förkastas om $z_{\text{obs}} > 1,645$

$$\text{Resultat: } z_{\text{obs}} = \frac{31,1 - 30}{\frac{3}{\sqrt{324}}} = \frac{1,1}{\frac{3}{18}} = 2,2 > 1,645$$

H_0 förkastas

$$2a) \bar{x} = \frac{3+5+4+5}{4} = 4,25 \quad s^2 = \frac{(1,25)^2 + (0,75)^2 + (0,25)^2 + (0,75)^2}{3} =$$

$$t_{\alpha/2} = t_{0,025;3} = 3,18 \quad s^2 = \frac{2,75}{3} = 0,91667$$

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad 4,25 \pm 3,18 \times \frac{0,957}{\sqrt{4}} \quad s = 0,957$$

$$4,25 \pm 1,52163 \Rightarrow [2,72837; 5,77163]$$

$$2b) H_0: \mu \leq 4,5 \quad H_1: \mu > 4,5$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{4,25 - 4,5}{\frac{0,957}{\sqrt{4}}} = \frac{2(-0,25)}{0,957} = \frac{-0,5}{0,957} = -0,5224$$

Förkasta H_0 om $-0,5224 \geq t_{0,05(3)} = 2,35$

H_0 ej förkastas

$$a) \bar{x} - \bar{y} \pm t_{\alpha/2(n+m-2)} \sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)}$$

$$t_{\alpha/2(n+m-2)} = t_{0,05/2(16+19-2)} = t_{0,025(23)} = 2,81$$

$$S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2} = \frac{(16-1) \cdot 42 + (9-1) \cdot 35}{23} =$$

$$= 39,565 \quad \boxed{S_p = 6,29}$$

$$\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)} = \sqrt{39,565 \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{9} \right)} = 2,620863142$$

$$62 - 58 \pm (2,81)(2,620863142)$$

$$4 \pm 7,36462542$$

$$\boxed{-3,36462542; 11,36462543}$$

3b) 0 ingår i KI

DET BETYDER ATT MAN KAN INTE UTSLUTA

$$\text{ATT } \mu_A - \mu_B = 0$$

ELLER DET GICK INTE ATT VISA ATT $\mu_A - \mu_B \neq 0$

$$(0,0625 + 0,111) = 0,1736111$$

$$2,620863142 \sqrt{6,86892361111}$$

$$2,621231979$$

④ H₀: ÅRETNINGEN KÄNNS INOMLÄNDS H₁: ÅRETNINGEN KÄNNS UTOMLÄNDS
 TILL FLEKTERNA FÖR OBEROENDE TILL FLEKTERNA AV BERÄKNING
 (FJ. SAMBAND) (SAMBAND)

MINIMISERAT H₀ OM $\chi^2 > \chi^2_{\alpha} (df = 3)$
 $\alpha = 0,01$

	POS.	TVEK.	NEG.	
20-40	70	60	80	200
40-60	50	60	90	200
	120	120	160	n=400

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{100^2}{60} + \frac{100^2}{80} + \frac{100^2}{60} + \frac{100^2}{80} = 5,8333$$

$$\chi^2_{0,01}(3) = \chi^2_{0,01}(2) = 9,21$$

BERÄKNING $\chi^2 < \chi^2_{\alpha}(df)$ H₀ FÖRSLÄTTAS EJ.

SLUTSATS: DET GICK INTE ATT DRUKA ATT
 DET FINNS ETT BERÖRNDE MÅLLAN ÄLVEN OCH
 INOMLÄNDS TILL FLEKTER (α = 0,01).

⑤	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	MAXIMIN	MINIMAX- REGRET
A	5-5=0	5=0	5=0	5=0	5	0
B	9-9=0	9-9=0	9-1=8	9-5=4	1	8
C	12-5=7	12-12=0	12-1=11	12-1=11	1	11

- a) MAXIMIN → VÄLJ PRODUKT A
 b) MINIMAX-REGRET → VÄLJ PRODUKT A