



Stockholms
universitet
Statistiska institutionen
Raul Cano

SKRIVNINGSDATUM: 2013-06-05

Skriftlig tentamen i **Statistikens grunder 2** (6 hp), ingående som moment 3 i kursen **Statistikens grunder, GN, 15 hp.**

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon. Vidhäftade formel- och tabellblad.

Tentamensgenomgång och återlämning: Måndagen den 17 juni, kl. 18.00 i B319.

Därefter kan skrivningarna hämtas på studentexpeditionen, plan 7 i B-huset.

Tentamen består av fem uppgifter som kan ge totalt 100 poäng. För betyget A gäller 90-100 p., för betyget B gäller 80-89 p., för betyget C gäller 70-79 p., för betyget D gäller 60-69 p., för betyget E gäller 50-59 p., för betyget Fx gäller 40-49 p. och för betyget F gäller 0-39 p. För detaljerade betygsgränser se kursbeskrivningen på kurshemsidan.

För full poäng på en uppgift krävs fullständiga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1: (20 poäng)

Från en stor mängd sockerbeter utväljs ett slumpmässigt stickprov på 64 stycken, och sockerhalten (uttryckt i procent) bestäms för var och en. Det visar sig att den genomsnittliga sockerhalten är 19,53 och att standardavvikelsen är 1,25.

- Beräkna ett konfidensintervall med 99% konfidensgrad för den genomsnittliga sockerhalten i hela mängden sockerbeter. (10 p.)
- Testa att den genomsnittliga sockerhalten (i hela populationen) är större än 19,25. Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 5%. Vilken blir din slutsats? (10 p.)

Uppgift 2: (20 poäng)

I den stora staden Grönköping har 170 av 200 tillfrågade familjer svarat att de har plasma-TV.

- Är andelen familjer med plasma-TV i Grönköping större än 0,80? Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 5%. Vilken blir din slutsats? (15 p.)
- Beräkna p-värdet och förklara hur det kan användas för att genomföra hypotestestet. (5 p.)

Uppgift 3: (20 poäng)

Sex resp fyra oberoende observationer på två oberoende normalfördelade stokastiska variabler med okända väntevärden μ_1 resp μ_2 och okända varianser σ_1^2 resp σ_2^2 gav följande resultat:

Variabel	Antal observationer	Stickprovsmedelvärde	Stickprovsvarians
1	6	40	20
2	4	30	22

Antag att (de okända) varianserna σ_1^2 och σ_2^2 är lika stora och testa på risknivån 5% ($\alpha = 0,05$) hypotesen att $\mu_1 = \mu_2$ mot alternativet att $\mu_1 > \mu_2$. Vilken blir din slutsats?

Uppgift 4: (20 poäng)

Man ville undersöka om det fanns ett beroende mellan ålder och inställningen till monarki. För ändamålet fick man ett slumpmässigt stickprov av 1000 personer i åldern 20-60 år och tillfrågade dem om ålder och inställning till monarki. Det visade sig att 500 av de tillfrågade var mellan 20 och 40 år och av dessa var 150 positiva, 150 tveksamma och 200 negativa till monarki. Av de 500 som var mellan 40 och 60 år var 200 positiva, 150 tveksamma och 150 negativa till monarki. Ställ upp hypoteser och testa på signifikansnivån 5% om resultatet tyder på ett samband mellan ålder och inställning till monarki. Vilken blir din slutsats? (20 p.)

Uppgift 5: (20 poäng)

I ett företag arbetar man med ett projekt som syftar till att utveckla 3 nya produkter och (efter genomförande av en statistisk analys) välja en av de för fastproduktion. Företagsledningen har därför tre alternativ att välja mellan: Produkt A, B och C. Lönsamheten för de olika produkterna är beroende av hur efterfrågan på de ingående produkterna blir. Ledningen har betraktat endast 4 olika typer av efterfrågan för varje produkt: E1, E2, E3 och E4. Marknadsundersökningsenheten (inom företaget) har bekräftat att om man väljer Produkt A räknar man med en vinst om 5 miljoner kronor (Mk) oavsett vilken typ av efterfrågan inträffar, medan om man väljer Produkt B blir vinsten 9 Mk, 9 Mk, 1 Mk respektive 5 Mk för efterfrågan E1, E2, E3 respektive E4. Motsvarande vinst för Produkt C är 5 Mk, 12 Mk, 1 Mk och 1 Mk.

a) Bestäm med hjälp av Laplacekriteriet vilken produkt Företagsledningen bör välja. (10 p.)

b) Antag att sannolikheterna för att de olika typer av efterfrågan inträffar är 0.1, 0.3, 0.4 respektive 0.2 för E1, E2, E3 respektive E4 och bestäm vilken produkt Företagsledningen bör välja. (10 p.)

Formler

Räkne regler för väntevärden och varianser där X och Y är stokastiska variabler, a , b och c är konstanter:

$$\begin{aligned}E(c) &= c \\E(cX) &= cE(X) \\E(c+X) &= c+E(X) \\E(aX+bY) &= aE(X)+bE(Y) \\V(c) &= 0 \\V(cX) &= c^2V(X) \\V(c+X) &= V(X) \\V(aX+bY) &= a^2V(X)+b^2V(Y)+2abCov(X,Y)\end{aligned}$$

Väntevärde och varians för urvalsmedelvärdet $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ där alla X_1, X_2, \dots, X_n är oberoende och har väntevärde μ och varians σ^2 :

$$\begin{aligned}E(\bar{X}) &= \mu \\V(\bar{X}) &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

Ändlighetskorrektio n:

$$\frac{N-n}{N-1}$$

Testvariabler:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

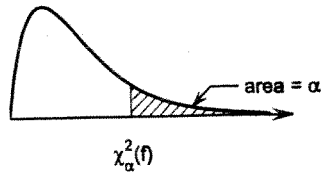
$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}}, \text{ där } S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

Tabell 4. χ^2 -fördelningen

$P(X > \chi^2_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in \chi^2(f)$



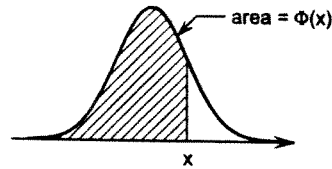
f	α	0.9995	0.999	0.995	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83	12.12
2		0.00	0.00	0.01	0.02	0.05	0.10	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82	15.20
3		0.02	0.02	0.07	0.11	0.22	0.35	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27	17.73
4		0.06	0.09	0.21	0.30	0.48	0.71	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47	20.00
5		0.16	0.21	0.41	0.55	0.83	1.15	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52	22.11
6		0.30	0.38	0.68	0.87	1.24	1.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46	24.10
7		0.48	0.60	0.99	1.24	1.69	2.17	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32	26.02
8		0.71	0.86	1.34	1.65	2.18	2.73	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12	27.87
9		0.97	1.15	1.73	2.09	2.70	3.33	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88	29.67
10		1.26	1.48	2.16	2.56	3.25	3.94	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59	31.42
11		1.59	1.83	2.60	3.05	3.82	4.57	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26	33.14
12		1.93	2.21	3.07	3.57	4.40	5.23	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91	34.82
13		2.31	2.62	3.57	4.11	5.01	5.89	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53	36.48
14		2.70	3.04	4.07	4.66	5.63	6.57	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12	38.11
15		3.11	3.48	4.60	5.23	6.26	7.26	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70	39.72
16		3.54	3.94	5.14	5.81	6.91	7.96	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25	41.31
17		3.98	4.42	5.70	6.41	7.56	8.67	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79	42.88
18		4.44	4.90	6.26	7.01	8.23	9.39	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31	44.43
19		4.91	5.41	6.84	7.63	8.91	10.12	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82	45.97
20		5.40	5.92	7.43	8.26	9.59	10.85	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31	47.50
21		5.90	6.45	8.03	8.90	10.28	11.59	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80	49.01
22		6.40	6.98	8.64	9.54	10.98	12.34	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27	50.51
23		6.92	7.53	9.26	10.20	11.69	13.09	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73	52.00
24		7.45	8.08	9.89	10.86	12.40	13.85	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18	53.48
25		7.99	8.65	10.52	11.52	13.12	14.61	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62	54.95
26		8.54	9.22	11.16	12.20	13.84	15.38	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05	56.41
27		9.09	9.80	11.81	12.88	14.57	16.15	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48	57.86
28		9.66	10.39	12.46	13.56	15.31	16.93	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89	59.30
29		10.23	10.99	13.12	14.26	16.05	17.71	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30	60.73
30		10.80	11.59	13.79	14.95	16.79	18.49	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70	62.16
40		16.91	17.92	20.71	22.16	24.43	26.51	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40	76.09
50		23.46	24.67	27.99	29.71	32.36	34.76	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66	89.56
60		30.34	31.74	35.53	37.48	40.48	43.19	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61	102.69
70		37.47	39.04	43.28	45.44	48.76	51.74	90.53	95.02	100.43	104.21	112.32	115.58
80		44.79	46.52	51.17	53.54	57.15	60.39	101.88	106.63	112.33	116.32	124.84	128.26
90		52.28	54.16	59.20	61.75	65.65	69.13	113.15	118.14	124.12	128.30	137.21	140.78
100		59.90	61.92	67.33	70.06	74.22	77.93	124.34	129.56	135.81	140.17	149.45	153.17

Tabeller

Tabell 1. Standardiserad normalfördelning

$\Phi(x) = P(X \leq x)$ där $X \in N(0, 1)$

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$

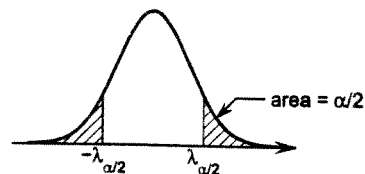
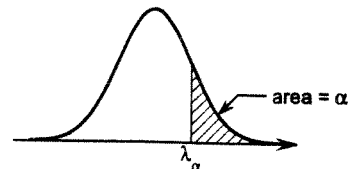


x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865									
3.1	.99903									
3.2	.99931									
3.3	.99952									
3.4	.99966									
3.5	.99977									
3.6	.99984									
3.7	.99989									
3.8	.99993									
3.9	.99995									
4.0	.99997									

Tabell 2. Normalfördelningens kvantiler

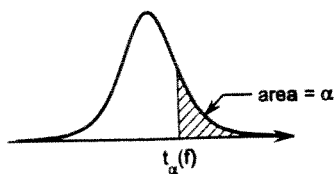
$P(X > \lambda_\alpha) = \alpha$ där $X \in N(0, 1)$

α	λ_α	α	λ_α
0.1	1.2816	0.001	3.0902
0.05	1.6449	0.0005	3.2905
0.025	1.9600	0.0001	3.7190
0.01	2.3263	0.00005	3.8906
0.005	2.5758	0.00001	4.2649



Tabell 3. t -fördelningen

$P(X > t_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in t(f)$



f	α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1		3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2		1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3		1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4		1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5		1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6		1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7		1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8		1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9		1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10		1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11		1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12		1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13		1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14		1.35	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15		1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16		1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.01
17		1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18		1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19		1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20		1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21		1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22		1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.50	3.79
23		1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24		1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25		1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26		1.31	1.71	2.06	2.48	2.78	3.43	3.71
27		1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28		1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29		1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30		1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40		1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60		1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120		1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞		1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

4



Stockholms
universitet

Statistiska institutionen

Rättningsblad

Datum: 5/6-2013

Sal: Brunnsvikssalen

Tenta: Statistikens grunder 2

Kurs: Statistikens grunder, kväll

ANONYMKOD:

0036

Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					3
Lär.ant. 20p	20p	19p	20p	20p					

POÄNG

99p

BETYG

A

Lärarens sign.

RC

1) 20p

$$\textcircled{1} \quad n = 64, \quad \bar{x} = 0,1953, \quad s = 0,0125, \quad \alpha = 0,01/2 = 0,005$$

$$a) \quad KI = \bar{x} \pm t_{\alpha/2}(n-1) \cdot s/\sqrt{n}$$

$$KI = 0,1953 \pm t_{0,005}(63) \cdot \frac{0,0125}{\sqrt{64}}$$

$$= 0,1953 \pm 2,66 \cdot 0,0015625$$

$$= 0,1953 \pm 0,0042 = 0,1911 - 0,1995 = KI 99\% = 19,11\% - 19,95\%$$

$$b) \quad H_0: \mu \leq 0,1925 \quad H_a: \mu > 0,1925 \quad t_{\alpha}(n-1) = t_{0,05}(63) = 1,67$$

Förkasta H_0 om $t > t_{\alpha}(n-1)$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{0,1953 - 0,1925}{0,0125/\sqrt{64}} = \frac{0,0028}{0,0015625} = 1,792$$

$1,792 > 1,67$ = Vi kan förkasta H_0 och dra slutsatsen att den genomsnittliga sockerhalten i hela populationen är större än 19,25%.

$$\textcircled{2} P = 170 \text{ av } 200 = \frac{170}{200} = 0,85$$

2) 20p

$$a) H_0: \mu \leq 0,80 \quad H_A: \mu > 0,80 \quad Z_{\alpha, 0,05} = 1,64$$

Förhåsta H_0 om $Z > Z_{\alpha}$

$$Z = \frac{P - \pi}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} = \frac{0,85 - 0,80}{\sqrt{\frac{0,85(1-0,85)}{200}}} = \frac{0,05}{0,0252} = 1,98$$

$1,98 > 1,64$ = Vi kan förhåsta H_0 och dra slutsatsen att andelen familjer med plasma-tv är större än 0,80.

$$b) p\text{-värde} = 1 - \Phi(Z_{obs})$$

$$p = 1 - \Phi(1,98)$$

$$p = 1 - 0,9761 = 0,0239$$

p-värdet kan jämföras med den signifikansnivån man vill testa. Så länge p-värdet är lägre än signifikansnivån så uppfylls det.

$$D. 85 \quad 10\% \text{ signifikans} = 0,10 \quad 0,0239 < 0,10$$

$$5\% \quad \text{---} = 0,05 \quad 0,0239 < 0,05$$

$$1\% \quad \text{---} = 0,01 \quad 0,0239 > 0,01 \text{ - alltså}$$

kan man ej dra slutsats på 1%-nivå.

3) 19 p

Variabel	n	\bar{x}	s^2
1	6	40	20
2	4	30	22

$\alpha = 0,05 \rightarrow t_{\alpha/2}(n+m-2) = t_{0,025}(8) = 2,31$

$F = 186$
(-1 p)

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ eller $\mu_1 - \mu_2 \leq 0$ $H_A: \mu_1 > \mu_2$ eller $\mu_1 - \mu_2 > 0$
Förhållna H_0 om $t > t_{\alpha}$

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{Sp^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)}}$$

$$Sp^2 = \frac{(n-1) \cdot S_1^2 + (m-1) \cdot S_2^2}{n+m-2} = \frac{5 \cdot 20 + 3 \cdot 22}{6+4-2} = \frac{166}{8} = 20,75$$

$$t = \frac{40 - 30}{\sqrt{20,75 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} \right)}} = \frac{10}{2,94} = 3,40$$

$3,40 > 2,31$ = Vi förkastar H_0 och drar slutsatsen att det är en skillnad mellan variabel 1 och 2

R
=

④ 4) 20P

	20-40		40-60		Totalt
	O_i	e_i	O_i	e_i	
Positiva	150	175	200	175	350
Tvetydiga	150	150	150	150	300
Negativa	200	175	150	175	350
Totalt	500	500	500	500	1000

Finns ett beroende mellan ålder och inställning?

$H_0: \chi^2 \leq \chi^2_{\alpha}$ = oberoende
 $H_A: \chi^2 > \chi^2_{\alpha}$ = beroende

Beräkna exempel Positiva 20-40 år:
 $\frac{350 \cdot 500}{1000} = 175$ (se cirklar)
 sedan likadant för övriga celler

$$\chi^2 = \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i}$$

Om $\chi^2 > \chi^2_{\alpha}$ förkastas hypotesen om att ålder och inställning är oberoende.

$$\chi^2_{\alpha} (\text{rader} - 1 \cdot \text{kolonner} - 1) = \chi^2_{0,05} (2 \cdot 1 - 1) = 5,99$$

	$(O_i - e_i)^2$	$\frac{(O_i - e_i)^2}{e_i}$
20-40 Pos	$(150 - 175)^2 = 625$	$= 3,57$
20-40 Trev	$(150 - 150)^2 = 0$	$= 0$
20-40 Neg	$(200 - 175)^2 = 625$	$= 3,57$
40-60 Pos	$(200 - 175)^2 = 625$	$= 3,57$
40-60 Trev	$(150 - 150)^2 = 0$	$= 0$
40-60 Neg	$(150 - 175)^2 = 625$	$= 3,57$

$14,28 > 5,99 =$ Det finns ett samband mellan ålder och inställning till monarkin.

$= 14,28$

5) 20p

5) a) Laplace = lika stor slh för varje handikete. 4 typer av efterfrågan = 0,25 slh för varje.

	E1	E2	E3	E4	total sannolikhet:
A	$5 \cdot 0,25 = 1,25$	$5 \cdot 0,25 = 1,25$	$5 \cdot 0,25 = 1,25$	$5 \cdot 0,25 = 1,25$	5
B	$9 \cdot 0,25 = 2,25$	$9 \cdot 0,25 = 2,25$	$1 \cdot 0,25 = 0,25$	$5 \cdot 0,25 = 1,25$	6
C	$5 \cdot 0,25 = 1,25$	$12 \cdot 0,25 = 3$	$1 \cdot 0,25 = 0,25$	$1 \cdot 0,25 = 0,25$	4,75

Svar: Med hjälp av Laplace bör ledningen välja produkt B för störst sannolik vinst.

R

b) Givna sannolikheter:

	E1=0,1	E2=0,3	E3=0,4	E4=0,2	totalt:
A	$5 \cdot 0,1 = 0,5$	$5 \cdot 0,3 = 1,5$	$5 \cdot 0,4 = 2$	$5 \cdot 0,2 = 1$	5
B	$9 \cdot 0,1 = 0,9$	$9 \cdot 0,3 = 2,7$	$1 \cdot 0,4 = 0,4$	$5 \cdot 0,2 = 1$	5
C	$5 \cdot 0,1 = 0,5$	$12 \cdot 0,3 = 3,6$	$1 \cdot 0,4 = 0,4$	$1 \cdot 0,2 = 0,2$	4,7

Svar: Med hjälp av givna sannolikheter bör ledningen välja antingen A eller B.

R

① $\bar{X} = 19,53$, $S = 1,25$ $n = 64$ $\alpha = 0,01$ $\alpha/2 = 0,005$

a) $\bar{X} \pm Z_{0,005} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$ $19,53 \pm 2,5758 \cdot \frac{1,25}{\sqrt{64}}$
 $19,53 \pm 0,40242875$ $[19,12; 19,93]$
 $[19,12757125; 19,93242875]$

b) $H_0: \mu \leq 19,25$ $\mu > 19,5$
 FÖRKASTA H_0 OM $Z > Z_\alpha$ $\alpha = 0,05$ $Z_\alpha = 1,6449$

$Z = \frac{\bar{X} - 19,25}{S/\sqrt{n}} = \frac{19,53 - 19,25}{1,25/8} = \frac{0,28}{0,15625} = 1,792$

EFTERSOM $Z = 1,792 > Z_\alpha = 1,6449$ H_0 FÖRKASTAS

② a) $H_0: p \leq 0,80$ $H_1: p > 0,80$ $n = 200$

$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} = \frac{0,85 - 0,80}{\sqrt{\frac{0,1275}{200}}} = \frac{0,05}{\sqrt{0,0006375}} =$ $\hat{p} = \frac{170}{200} = 0,85$
 $p(1-\hat{p}) = (0,85)(0,15) = 0,1275$
 $= \frac{0,05}{0,0252487623} = 1,980295086$ $Z_\alpha = Z_{0,05} = 1,6449$

FÖRKASTA H_0 OM $Z > Z_\alpha$, EFTERSOM $Z = 1,98 > Z_\alpha = 1,6449$
 H_0 FÖRKASTAS.

b) $p = P(Z > 1,98) = 1 - \Phi(1,98) = 1 - 0,9761 =$
 $= 0,0239$

$$\textcircled{3} \quad n=6 \quad \bar{X}=40 \quad S_1^2=20 \quad \alpha=0,05 \\ m=4 \quad \bar{Y}=30 \quad S_2^2=22 \quad t_{\alpha(n+m-2)} = t_{0,05(8)} = 1,86$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad H_1: \mu_1 > \mu_2$$

$$\text{FÖRKASTA } H_0 \text{ OM } t > t_{\alpha(n+m-2)} = 1,86$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)}} = \frac{40 - 30}{2,940379794} = 3,400921208$$

$$\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \right)} = \sqrt{20,75 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} \right)} = \sqrt{20,75 \left(\frac{4+6}{24} \right)} = \sqrt{\frac{207,5}{24}} =$$

$$= \sqrt{8,645833333} = 2,940379794$$

$$S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2} = \frac{5 \cdot 20 + 3 \cdot 22}{8} = \frac{166}{8} = 20,75$$

$$\text{EFFTER SOM } t = 3,400 > t_{\alpha(n+m-2)} = 1,86$$

$$H_0 \text{ FÖRKASTAS } (\mu_1 > \mu_2)$$

5	E_1	E_2	E_3	E_4	FÖRVENTAD VINST (LAPLACE)
A	5	5	5	5	$(5 \times 0,25) \times 4 = 5$
B	9	9	1	5	$(9 \times 0,25) \times 2 + (1 \times 0,25) + (5 \times 0,25) = 6$
C	5	12	1	1	$(5 \times 0,25) + (12 \times 0,25) + (1 \times 0,25) \times 2 = 4,75$

5a) → VÄLJ PRODUKT B

FÖRVENTAD VINST MED $P(E_1) = 0,1$ $P(E_2) = 0,3$

$P(E_3) = 0,4$ $P(E_4) = 0,2$

För A $5 \cdot 0,1 + 5 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,4 + 5 \cdot 0,2 = 5$

För B $9 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,4 + 5 \cdot 0,2 = 5$

För C $5 \cdot 0,1 + 12 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,4 + 1 \cdot 0,2 = 4,7$

5b) → VÄLJ PRODUKT A ELLER B

Uppg 4

H_0 : Åldern och inställningen till monarki är oberoende (ej samband).

H_1 : Åldern och inställningen till monarki är beroende (samband).

Förkasta H_0 om $\chi^2 > \chi^2_{\alpha(k-1)(r-1)}$

	Pos.	Tvek.	Neg.	
20-40	150 (175)	150 (150)	200 (175)	500
40-60	200 (175)	150 (150)	150 (175)	500
	350	300	350	n=1000

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = (625/175) + 0 + (625/175) + (625/175) + 0 + (625/175) = 14,285714$$

$$\chi^2_{\alpha(k-1)(r-1)} = \chi^2_{0,05(2)} = 5,99$$

Eftersom $\chi^2 > \chi^2_{\alpha(k-1)(r-1)}$, man förkastar H_0 .

Slutsats: Det finns ett beroende mellan ålder och inställning till monarki ($\alpha = 0,05$).