



Stockholms
universitet

Statistiska institutionen

Raul Cano

SKRIVNINGSDATUM: 2012-08-22

Skriftlig tentamen i **Statistikens grunder 2** (6 hp), ingående som moment 3 i kursen **Statistikens grunder, GN, 15 hp**.

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon. Vidhäftade formel- och tabellblad.

Tentamensgenomgång och återlämning: Måndagen den 3 september, kl. 18.00 i B319.

Därefter kan skrivningarna hämtas på studentexpeditionen, plan 7 i B-huset.

Tentamen består av fem uppgifter som kan ge totalt 100 poäng. För betyget A gäller 90-100 p., för betyget B gäller 80-89 p., för betyget C gäller 70-79 p., för betyget D gäller 60-69 p., för betyget E gäller 50-59 p., för betyget Fx gäller 40-49 p. och för betyget F gäller 0-39 p. För detaljerade betygskriterier se kursbeskrivningen på kurshemsidan.

För full poäng på en uppgift krävs fullständiga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1: (20 poäng)

a) Från en stor mängd sockerbeter utväljs ett slumpmässigt stickprov på 64 stycken, och sockerhalten (uttryckt i procent) bestäms för var och en. Det visar sig att den genomsnittliga sockerhalten är 19,53 och att standardavvikelsen är 1,25. Beräkna ett konfidensintervall med 99% konfidensgrad för den genomsnittliga sockerhalten i hela mängden sockerbeter. (10 p.)

b) Man tycker nu att det ovan erhållna konfidensintervallet blev för långt för att vara till praktisk nytta. Man önskar ett 99% konfidensintervall av längd 0,5. Beräkna (approximativt) hur stort stickprov som då skulle behövas. (10 p.)

Uppgift 2: (20 poäng)

Man har gjort fyra oberoende observationer på en normalfördelad stokastisk variabel med okänt väntevärde μ och okänd varians σ^2 .

Resultat: 3 5 4 5

a) Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för μ och tolka resultatet i ord. (10 p.)

b) Testa att $\mu > 4,5$. Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 5%. Vilken blir din slutsats? (10 p.)

Uppgift 3: (20 poäng)

Studenter som läste Grundkursen i Statistik fördelades slumpmässigt i två grupper A och B. Grupperna använde olika kursböcker och olika undervisningsmetoder. Sluttentamen var densamma i båda grupperna och resultatet blev följande:

	Antal studenter	Medelpoäng	Poängvarians
Grupp A	16	62	42
Grupp B	9	58	35

- a) Beräkna ett 99% konfidensintervall för $\mu_A - \mu_B$ och ange lämpliga förutsättningar för att konstruera konfidensintervallet. (10 p.)
- b) Använd konfidensintervallet för att testa om $\mu_A - \mu_B \neq 0$. Vilken blir din slutsats? (10 p.)

Uppgift 4: (20 poäng)

Man ville från fackföreningshåll undersöka om det fanns ett beroende mellan ålder och inställningen till flexibla arbetstider. För ändamålet valde man ut ett obundet slumpmässigt urval på 400 personer i åldern 20-60 år och tillfrågade dem om ålder och inställning till flexitider. Det visade sig att 200 av de tillfrågade var mellan 20 och 40 år och av dessa var 70 positiva, 60 tveksamma och 70 negativa till flexitider. Av de 200 som var mellan 40 och 60 år var 50 positiva, 60 tveksamma och 90 negativa till flexibla arbetstider. Ställ upp hypoteser och testa på signifikansnivån 1% ($\alpha = 0,01$) om resultatet tyder på ett samband mellan ålder och inställning till flexibla arbetstider. Vilken blir din slutsats? (20 p.)

Uppgift 5: (20 poäng)

I ett företag arbetar man med ett projekt som syftar till att utveckla 4 nya produkter och (efter genomförande av en statistisk analys) välja en av de för fastproduktion. Företagsledningen har därför fyra alternativ att välja mellan: Produkt A, B, C och D. Lönsamheten för de olika produkterna är beroende av hur efterfrågan på de ingående produkterna blir. Ledningen har betraktat endast 4 olika typer av efterfrågan för varje produkt: E1, E2, E3 och E4. Marknadsundersökningsenheten (inom företaget) har bekräftat att om man väljer Produkt A räknar man med en vinst om 10 miljoner kronor (Mk) oavsett vilken typ av efterfrågan inträffar, medan om man väljer Produkt B blir vinsten 18 Mk, 18 Mk, 2 Mk respektive 10 Mk för efterfrågan E1, E2, E3 respektive E4. Motsvarande vinst för Produkt C är 2 Mk, 30 Mk, 0 Mk och 0 Mk och för Produkt D 10 Mk, 25 Mk, 2 Mk och 2 Mk.

Bestäm med hjälp av maximin- och minimax-regretkriterierna vilken produkt Företagsledningen bör välja. (20 p.)

Formler

Räkeregler för väntevärden och varianser där X och Y är stokastiska variabler, a , b och c är konstanter:

$$\begin{aligned}E(c) &= c \\E(cX) &= cE(X) \\E(c+X) &= c + E(X) \\E(aX + bY) &= aE(X) + bE(Y) \\V(c) &= 0 \\V(cX) &= c^2V(X) \\V(c+X) &= V(X) \\V(aX + bY) &= a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X, Y)\end{aligned}$$

Väntevärde och varians för urvalsmedelvärdet $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ där alla X_1, X_2, \dots, X_n är oberoende och har väntevärde μ och varians σ^2 :

$$\begin{aligned}E(\bar{X}) &= \mu \\V(\bar{X}) &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

Ändlighetskorrektur:

$$\frac{N-n}{N-1}$$

Testvariabler:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

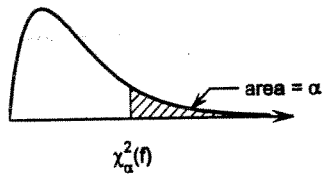
$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}}, \quad \text{där } S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

Tabell 4. χ^2 -fördelningen

$P(X > \chi^2_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in \chi^2(f)$



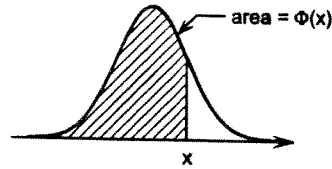
f	α	0.9995	0.999	0.995	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83	12.12
2		0.00	0.00	0.01	0.02	0.05	0.10	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82	15.20
3		0.02	0.02	0.07	0.11	0.22	0.35	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27	17.73
4		0.06	0.09	0.21	0.30	0.48	0.71	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47	20.00
5		0.16	0.21	0.41	0.55	0.83	1.15	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52	22.11
6		0.30	0.38	0.68	0.87	1.24	1.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46	24.10
7		0.48	0.60	0.99	1.24	1.69	2.17	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32	26.02
8		0.71	0.86	1.34	1.65	2.18	2.73	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12	27.87
9		0.97	1.15	1.73	2.09	2.70	3.33	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88	29.67
10		1.26	1.48	2.16	2.56	3.25	3.94	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59	31.42
11		1.59	1.83	2.60	3.05	3.82	4.57	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26	33.14
12		1.93	2.21	3.07	3.57	4.40	5.23	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91	34.82
13		2.31	2.62	3.57	4.11	5.01	5.89	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53	36.48
14		2.70	3.04	4.07	4.66	5.63	6.57	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12	38.11
15		3.11	3.48	4.60	5.23	6.26	7.26	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70	39.72
16		3.54	3.94	5.14	5.81	6.91	7.96	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25	41.31
17		3.98	4.42	5.70	6.41	7.56	8.67	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79	42.88
18		4.44	4.90	6.26	7.01	8.23	9.39	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31	44.43
19		4.91	5.41	6.84	7.63	8.91	10.12	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82	45.97
20		5.40	5.92	7.43	8.26	9.59	10.85	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31	47.50
21		5.90	6.45	8.03	8.90	10.28	11.59	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80	49.01
22		6.40	6.98	8.64	9.54	10.98	12.34	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27	50.51
23		6.92	7.53	9.26	10.20	11.69	13.09	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73	52.00
24		7.45	8.08	9.89	10.86	12.40	13.85	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18	53.48
25		7.99	8.65	10.52	11.52	13.12	14.61	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62	54.95
26		8.54	9.22	11.16	12.20	13.84	15.38	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05	56.41
27		9.09	9.80	11.81	12.88	14.57	16.15	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48	57.86
28		9.66	10.39	12.46	13.56	15.31	16.93	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89	59.30
29		10.23	10.99	13.12	14.26	16.05	17.71	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30	60.73
30		10.80	11.59	13.79	14.95	16.79	18.49	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70	62.16
40		16.91	17.92	20.71	22.16	24.43	26.51	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40	76.09
50		23.46	24.67	27.99	29.71	32.36	34.76	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66	89.56
60		30.34	31.74	35.53	37.48	40.48	43.19	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61	102.69
70		37.47	39.04	43.28	45.44	48.76	51.74	90.53	95.02	100.43	104.21	112.32	115.58
80		44.79	46.52	51.17	53.54	57.15	60.39	101.88	106.63	112.33	116.32	124.84	128.26
90		52.28	54.16	59.20	61.75	65.65	69.13	113.15	118.14	124.12	128.30	137.21	140.78
100		59.90	61.92	67.33	70.06	74.22	77.93	124.34	129.56	135.81	140.17	149.45	153.17

Tabeller

Tabell 1. Standardiserad normalfördelning

$\Phi(x) = P(X \leq x)$ där $X \in N(0, 1)$

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$

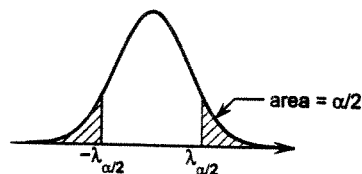
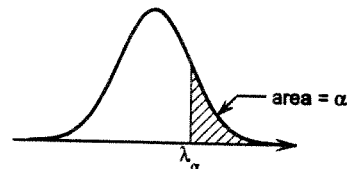


x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865									
3.1	.99903									
3.2	.99931									
3.3	.99952									
3.4	.99966									
3.5	.99977									
3.6	.99984									
3.7	.99989									
3.8	.99993									
3.9	.99995									
4.0	.99997									

Tabell 2. Normalfördelningens kvantiler

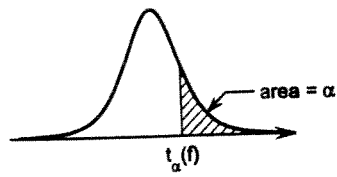
$P(X > \lambda_\alpha) = \alpha$ där $X \in N(0, 1)$

α	λ_α	α	λ_α
0.1	1.2816	0.001	3.0902
0.05	1.6449	0.0005	3.2905
0.025	1.9600	0.0001	3.7190
0.01	2.3263	0.00005	3.8906
0.005	2.5758	0.00001	4.2649



Tabell 3. *t*-fördelningen

$$P(X > t_{\alpha}(f)) = \alpha \text{ där } X \in t(f)$$



<i>f</i>	α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1		3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2		1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3		1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4		1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5		1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6		1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7		1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8		1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9		1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10		1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11		1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12		1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13		1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14		1.35	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15		1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16		1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.01
17		1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18		1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19		1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20		1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21		1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22		1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.50	3.79
23		1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24		1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25		1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26		1.31	1.71	2.06	2.48	2.78	3.43	3.71
27		1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28		1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29		1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30		1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40		1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60		1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120		1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞		1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

13

Statistiska institutionen



Stockholms
universitet

Rättningsblad

Datum: 22/8 - 2012

Sal: Laduvikssalen

Tenta: Statistikens grunder II

Kurs: Statistikens grunder, deltid

ANONYMKOD:



Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
✓	×	×	×	×					9 <i>TR</i>
Lär.ant. 20p	20p	20p	20p	20p					

POÄNG 100p	BETYG A	Lärarens sign. <u>RC</u>
----------------------	-------------------	------------------------------------

Uppsift 1 (aylop)

1) 20p

Det stora stickprovet 64st gör att vi kan utnyttja CGS och därmed en Normalfördelning på sockerhalten även om betarna är av olika storlek.

Alltså är tillämpligt för KI:

$$KI: \bar{X} \pm Z_{\frac{\alpha}{2} = \frac{1\%}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{\frac{\alpha}{2} = \frac{1\%}{2}} \text{ fås ur tabell till } 2,5758 \\ n = 64 \end{array} \right.$$

$$\therefore KI \quad 19,53 \pm 2,5758 \sqrt{\frac{1,25^2}{64}}$$

$$19,53 \pm 0,40$$

K.I är alltså:

$$[19,13, 19,93]$$

Svar: Ett KI med 99% konfidensgrad är $[19,13, 19,93]$

Uppgift (b) 10p

Från formel för KI dvs

$$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \quad \text{så ser vi}$$

att konfidensintervallets längd

$$\text{är } 2 \cdot z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

En längd på 0,5 ger n via ekvation.

Ekv:

$$2 \cdot z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{1,25^2}{n}} = 0,5$$

$$4 \cdot z_{\alpha/2}^2 \cdot \frac{1,25^2}{n} = 0,25$$

$$n = \frac{4}{0,25} \cdot z_{\alpha/2}^2 \cdot 1,25^2 = 16 \cdot 2,5758^2 \cdot 1,25^2$$

$$= 165,86 = \text{[upphöjt]}$$

$$n > 166$$

$$= 166$$

Svar: För att erhålla ett konfidensintervall med 99% konfidensgrad och längd 0,5 så behöver vi ett stickprov på 167.

2) 20p

Uppg 12

a) 10p

Oberoende och normalfördelade S.V. tillåter att t -fördelningen används.

Standardform för KI vid t -fördelning

$$KI: \bar{x} \pm t_{\alpha/2, df=n-1} \cdot \sqrt{\frac{s^2}{n}}$$

Ovan $\alpha = 2,5\%$ för 95% KI efterfrågas

$$n = 4$$

$$df = 4 - 1 = 3$$

Beräkningstabell:

x	x^2
3	9
5	25
4	16
5	25
$\Sigma x = 17$	$\Sigma x^2 = 75$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n} = \frac{17}{4} = 4,2500$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[\Sigma x^2 - \frac{1}{n} (\Sigma x)^2 \right] =$$

$$= \frac{1}{3} \left[75 - \frac{17^2}{4} \right] = 0,9167$$

Ur tabell finner vi $t_{\alpha/2, df=3} = 3,18$
($df=3 \Rightarrow \alpha/2=0,025$)

Insatt i formel ovan K.I: $4,25 \pm 3,18 \sqrt{\frac{0,9167}{4}}$

$$KI: 4,25 \pm 1,522$$

DVS KI: $[2,728; 5,772]$

Svar: Ett 95% KI är $[2,728; 5,772]$

Uppgift 2b/10p

Hypotes H_0 $\mu = 4,5$ Mothypotes H_a $\mu < 4,5$ Ensidigt test

Teststatistika:

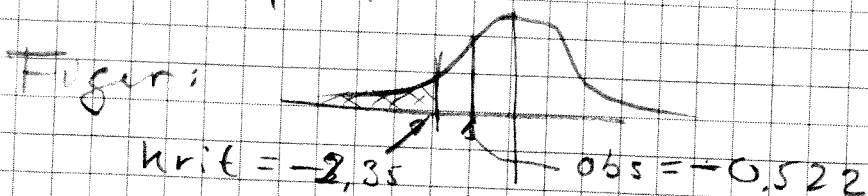
$$t = \frac{\bar{X} - 4,5}{S/\sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - 4,5}{\sqrt{s^2/n}}$$

Förkastelse område om $t_{obs} < -t_{\alpha=5\%, df=3} = -2,35$

tabel
↓

Insatta värden ger (från 2a)

$$t_{obs} = \frac{4,25 - 4,5}{\sqrt{\frac{0,9167}{4}}} = -0,522$$



Vi ser att t_{obs} ej ligger i förkastelseområdet och vi har ej skäl att förkasta H_0 på 5% nivå

Slutsats: μ kan på 5% nivå vara $\geq 4,5$

Uppgift 3 a) 10p

3) 20p

Vi förutsätter att poängsättning för ett prov är approximativt normalfördelat. Dvs att även medel poängerna är approximativt normalfördelat.

Vi förutsätter även oberoende mellan poängsättning mellan parerna och grupper.

De kan vi utnyttja t-fördelning med polad stickprovs varians.

Låt poäng i grupp A vara $S_0 X$
och poäng i grupp B vara $S_0 Y$

Då blir KI:

$$\bar{X} - \bar{Y} \pm t_{0,05} \cdot \sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}$$

$df = n_x + n_y - 2$

$$\text{där } S_p^2 = \frac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{n_x + n_y - 2} =$$

$$= \frac{15 \cdot 42 + 8 \cdot 35}{16 + 9 - 2} = 39,57$$

Uppgift 3a fortsättning

Vi har

$$KI: \bar{X} - \bar{Y} \pm t_{\alpha/2, df} \cdot \sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}$$

$df = n_x + n_y - 2$
 $df = 23$

Som med insatte värden blir

$$KI: 62 - 58 \pm 2,81 \cdot \sqrt{39,57 \cdot \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{9} \right)}$$

$$KI: 4 \pm 2,81 \cdot 2,62$$

$$KI: 4 \pm 7,37 \Rightarrow KI: [-3,37; 11,37]$$

Svar: Ett K.I med 99% konfidensgrad för $\mu_A - \mu_B$ är $[-3,37; 11,37]$

Uppgift 3b) 10p

Hypotesprövningen antar $H_0: \mu_A = \mu_B$

$$\text{dvs } \mu_A - \mu_B = 0$$

Den här hypotes kan ej förkastas ty differansen (i detta fall 0) ligger i de framräknade KI i uppgift 3a.

Svar: Testen ger att $\mu_A = \mu_B$.

4) 20p

Uppgift 4

Resultat tabell = tabell över observerat antal. f_0

	<u>Pos.</u>	<u>TVEK.</u>	<u>Neg.</u>	
20-40 år	70	60	70	200
40-60 år	50	60	90	200
	120	120	160	400

Jag testar med ett χ^2 test att inställningen till flexibla arbetstider är oberoende av ålderskategori.

Den förväntade fördelningen för likartad inställning är då

	<u>Pos.</u>	<u>TVEK.</u>	<u>Neg.</u>
20-40 år	$200 \cdot \frac{120}{400} = 60$	$200 \cdot \frac{120}{400} = 60$	$200 \cdot \frac{160}{400} = 80$
40-60 år	$200 \cdot \frac{120}{400} = 60$	$200 \cdot \frac{120}{400} = 60$	$200 \cdot \frac{160}{400} = 80$

Tabellen över förväntat antal blir alltså: f_e

	<u>Pos.</u>	<u>TVEK.</u>	<u>Neg.</u>
20-40 år	60	60	80
40-60 år	60	60	80

Uppgift 4 forts.

Matrisen för $f_o - f_e$ blir

	Pos	Tvåk	Neg
20-40 år	$70-60=10$	$60-60=0$	$70-80=-10$
40-60 år	$50-60=-10$	$60-60=0$	$90-80=10$

Hypotes H_0 : Samma fördelning i åldersgrupper
 Mot Hypotes H_1 : Olika fördelning

Som testfunktionsvärdet väljs:

$$\chi_{obs}^2 = \sum_{fe} \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

Kritiskt värde för χ^2 [med $df = (r-1)(c-1) =$
 $= (2-1)(3-1) = 2$
 $\alpha = 0.01$]

tas från tabell och
 värde är 9.21

Om $\chi_{obs}^2 > 9.21$ förkastas H_0 till förmån för H_1 .

$$\chi_{obs}^2 = \sum_{fe} \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} = \frac{100}{60} + 0^2 + 0^2 + \frac{100}{60} + \frac{100}{80} + \frac{100}{80} = 5.83$$

Svar: Eftersom $\chi_{obs}^2 < 9.81$ så finns det på
 1% nivå inga skäl att förkasta H_0 utan
 fördelningen är samma i de båda ålderskategorierna

5) 20p

UPPSIFTS

Maximin först:

Produkt	Efterfrågan				Minimal väkt per produkt
	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	
A	10	10	10	10	→ 10
B	18	18	2	10	→ 2
C	2	30	0	0	→ 0
D	10	25	2	2	→ 2

maximal av dessa min är 10 för prod A

Del-Svar 1: Maximin-kriteriet ger att företaget skall välja produkt A

Minimax-regret utredning:

U _{ij}	Alternativkostnader				Max altkostn
	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	
1 A	10	10	10	10	8 20 0 0 → 20
2 B	18	18	2	10	0 12 8 0 → 12
C	2	30	0	0	16 0 10 10 → 16
D	10	25	2	2	8 5 8 8 → 8
Max regret	18 v ₁	30 v ₂	10 v ₃	10 v ₄	

Minimax-regret kriteriet innebär att valt alternativ skall vara det som minimerar den maximala alternativkostnaden.

Detta värde är 8.

Del Svar 2: Företaget skall välja produkt A för att uppnå Minimax-regret kriteriet

7

Statistiska institutionen



Stockholms
universitet

Rättningsblad

Datum: 22/8 - 2012

Sal: Laduvikssalen

Tenta: Statistikens grunder II

Kurs: Statistikens grunder, deltid

ANONYMKOD:

--	--

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					5
Lär.ant. 20p	20p	20p	20p	20p					

POÄNG 100p	BETYG A	Lärarens sign. RC
----------------------	-------------------	-----------------------------

1) 20P

Uppgift 1

$n = 64$ [730]

a) 10P

99% - KI $\Rightarrow Z_{0,005} = 2,58$

$\bar{x} \pm Z_{0,005} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

$19,53 \pm 2,58 \cdot \frac{1,25}{\sqrt{64}}$

$19,53 \pm 0,403$

[19,13 : 19,93]

R

99% Konfidensgradsintervall
för den genomsnittliga sockerhalten
i kaka mängden sockerbetts;
1 procent.

$Z = 19,53$ [190]

~~19,53~~

$s^* = 1,25$

R

b) 10P

$0,5 = 2 \cdot Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

$0,5 = 2 \cdot 2,58 \cdot \frac{1,25}{\sqrt{n}}$

$\sqrt{n} \cdot 0,5 = 6,45$

$\sqrt{n} = 12,9$

$n = 166,41 \Rightarrow n > 166$

Stickprovet av sockerbetter bör vara $n > 166$

R

2) 20P

Uppg 1 a)
 10P

$n = 4$ [< 30]

S^2 är känt

$X_i = 3, 5, 4, 5$

95% - KI $\Rightarrow f_{\frac{\alpha}{2}, (n-1)} = f_{0,025, 3} = 3,18$

$\bar{x} \pm f_{\frac{\alpha}{2}, (n-1)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

$\bar{x} = 4,25$

$4,25 \pm 3,18 \cdot \frac{0,957}{\sqrt{4}}$

$S^2 = \frac{\sum X_i^2 - n(\bar{x})^2}{n-1} = \frac{75 - 72,25}{3} =$

$4,25 \pm 1,523$

$= 0,9157$

$[2,73 : 5,77]$

$s = 0,957$

Del 1 75% - Konfidensintervall för $\mu = \bar{x}$

10P

$H_0: \mu \leq 4,5$

$\mu_0 = 4,5$

$\alpha = 0,25$

$H_1: \mu > 4,5$

$t_{0,25} = \frac{\mu_0 - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

$f_{0,25} = 2,35$

$t = \frac{4,5 - 4,25}{\frac{0,957}{2}}$

$= \frac{0,25}{0,4785} = 0,522 < 2,35$

H_0 kan ej förkastas. μ kan alltså ha ett värde större än 4,5.

3) 20p

Uppgift 3

A: $n=16$ $\bar{x}=62$ $s_x=92$ $\mu_A = \mu$

B: $n=9$ $\bar{y}=58$ $s_y=35$ $\mu_B = \mu$

10p

99% - KI $t_{\frac{\alpha}{2}}; (m+n-2) = t_{0,005}; 23 = 2,81$

$$\mu_A - \mu_B \pm t_{\frac{\alpha}{2}}; (m+n-2) \cdot \sqrt{s_p^2 \cdot \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)}$$

$$s_p^2 = \frac{(m-1) \cdot s_x^2 + (n-1) \cdot s_y^2}{m+n-2} = \frac{630 + 280}{23} = \underline{\underline{39,565}} \quad R$$

$$62 - 58 \pm 2,81 \cdot \sqrt{39,565 \cdot \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{9}\right)}$$

$$4 \pm 7,365$$

$$R \quad \underline{\underline{[-3,37; 11,36]}} \Leftrightarrow 99\% \text{ konfidensintervall för } \mu_A - \mu_B$$

$$[\mu_A - \bar{x} - \bar{y}]$$

10p

Det finns med konfidensintervallet för det ett möjligt värde. Därför är

$$\mu_A - \mu_B = 0 \text{ möjligt och } \mu_A - \mu_B \neq 0$$

måste utvärderas

4) 20P

Uppgift 4

n = 400 [730]

	positiv 70/100	neutral 60/100	negativ 70/100	n
20-40				200
40-60	50/100	60/100	90/100	200
Σ	120	120	160	400

$\alpha = 0,01$

$$\chi^2 = \frac{(70-60)^2}{60} + \frac{(60-60)^2}{60} + \frac{(70-80)^2}{80} + \frac{(50-60)^2}{60} + \frac{(60-60)^2}{60} + \frac{(90-80)^2}{80}$$

$$= 1,67 + 0 + 1,25 + 1,67 + 0 + 1,25 = \underline{\underline{5,84}}$$

$$\chi^2_{\alpha, (r-1)(c-1)} = \chi^2_{0,01; 2} = \underline{\underline{7,21}}$$

H_0 : ej samband

H_1 : Samband mellan ålder och flexibla tider

D : $5,84 < 7,21$ kan H_0 ej avföras. Med signifikansen 0,01 kan vi ej se om ålder och flexibla tider har ett samband eller inte.

Uppgift 5

S) 20p

	A	B	C	D
E 1	10	18	2	10
E 2	10	18	30	25
E 3	10	2	0	2
E 4	10	10	0	2

Minimera $\textcircled{E0}$ 16 30 25
 Maximala \textcircled{D} 2 0 2

Enligt både maximin- och minimax-regelkriterierna
 väljer företagsledningen att producera
 produkt A.

12
11