Stockholms universitet
Statistiska institutionen
Raul Cano

SKRIVNINGSDATUM: 2012-05-23

Skriftlig tentamen i **Statistikens grunder 2** (6 hp), ingående som moment 3 i kursen **Statistikens grunder, GN, 15 hp.**

Skrivtid: 5 timmar
Hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon. Vidhäftade formel- och tabellblad.
Tentamensgenomgång och återlämning: Måndagen den 11 juni, kl. 18.00 i B319.
Därefter kan skrivningarna hämtas på studentexpeditionen, plan 7 i B-huset.

Tentamen består av fem uppgifter som kan ge totalt 100 poäng. För betyget A gäller 90-100 p., för betyget B gäller 80-89 p., för betyget C gäller 70-79 p., för betyget D gäller 60-69 p., för betyget E gäller 50-59 p., för betyget Fx gäller 40-49 p. och för betyget F gäller 0-39 p. För detaljerade betygskriterier se kursbeskrivningen på kurshemsidan.
För full poäng på en uppgift krävs fullständiga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1: (20 poäng)

Man har vägt fyra slumpmässigt utvalda personer. Resultat (vikt i kg) : 75, 70, 80, 85.
Antag att de uppmätta vikterna kan uppfattas som oberoende observationer på en normalfördelad stokastisk variabel med okänt väntevärde μ och okänd varians σ^2.

a) Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för μ och tolka resultatet i ord. (10 p.)

b) Testa att $\mu > 80$. Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 5%. Vilken blir din slutsats? (10 p.)

Uppgift 2: (20 poäng)

I den stora staden Grönköping har 400 av 500 tillfrågade familjer svarat att de har plasma-TV.

a) Är andelen familjer med plasma-TV i Grönköping större än 0,75 ? Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 5%. Vilken blir din slutsats? (15 p.)

b) Beräkna p-värdet och förklara hur det kan användas för att genomföra hypotestestet. (5 p.)

Uppgift 3: (20 poäng)

För att mäta effekten av behandling A på blodsockernivån i jämförelse med behandling B väljer man slumpmässigt 10 personer med förhöjd blodsockernivå. Därefter väljs slumpmässigt bland de 10 personerna fem till behandling A, medan de övriga 5 erhåller behandling B. Finns det någon skillnad i effekt på blodsockret mellan de båda behandlingarna? Använd signifikansnivån 10 %.
Nedan ges mätvärdena för de patienterna som ingick i försöket.

Blodsockernivå					
Behandlad med A	11,0	8,0	9,0	8,0	9,0
Behandlad med B	9,0	6,0	8,0	7,0	8,0

Antag att blodsockernivåerna kan uppfattas som oberoende observationer på två normalfördelade oberoende stokastiska variabler med okända väntevärden μ_A och μ_B. Antag vidare att de okända varianserna σ_A^2 och σ_B^2 är lika stora. (20 p.)

Uppgift 4: (20 poäng)

Man ville undersöka om det fanns ett beroende mellan ålder och inställningen till monarki. För ändamålet fick man ett slumpmässigt stickprov av 500 personer i åldern 20-60 år och tillfrågade dem om ålder och inställning till monarki. Det visade sig att 250 av de tillfrågade var mellan 20 och 40 år och av dessa var 75 positiva, 75 tveksamma och 100 negativa till monarki. Av de 250 som var mellan 40 och 60 år var 100 positiva, 75 tveksamma och 75 negativa till monarki. Ställ upp hypoteser och testa på signifikansnivån 5% om resultatet tyder på ett samband mellan ålder och inställning till monarki. Vilken blir din slutsats? (20 p.)

Uppgift 5: (20 poäng)

I ett företag arbetar man med ett projekt som syftar till att utveckla 4 nya produkter och (efter genomförande av en statistisk analys) välja en av de för fastproduktion. Företagsledningen har därför fyra alternativ att välja mellan: Produkt A, B, C och D. Lönsamheten för de olika produkterna är beroende av hur efterfrågan på de ingående produkterna blir. Ledningen har betraktat endast 4 olika typer av efterfrågan för varje produkt: E1, E2, E3 och E4. Marknadsundersökningsenheten (inom företaget) har bekräftat att om man väljer Produkt A räknar man med en vinst om 100 miljoner kronor (Mk) oavsett vilken typ av efterfrågan inträffar, medan om man väljer Produkt B blir vinsten 180 Mk, 180 Mk, 20 Mk respektive 100 Mk för efterfrågan E1, E2, E3 respektive E4. Motsvarande vinst för Produkt C är 20 Mk, 300 Mk, 0 Mk och 0 Mk och för Produkt D 100 Mk, 250 Mk, 20 Mk och 20 Mk.

a) Bestäm med hjälp av Laplacekriteriet vilken produkt Företagsledningen bör välja. (10 p.)

b) Antag att sannolikheterna för att de olika typer av efterfrågan inträffar är 0.3, 0.2, 0.3 respektive 0.2 för E1, E2, E3 respektive E4 och bestäm vilken produkt Företagsledningen bör välja. (10 p.)

Formler

Räkneregler för väntevärden och varianser där X och Y är stokastiska variabler, a, b och c är konstanter:

$$\begin{aligned}
E(c) &= c \\
E(cX) &= cE(X) \\
E(c+X) &= c+E(X) \\
E(aX+bY) &= aE(X)+bE(Y) \\
V(c) &= 0 \\
V(cX) &= c^2V(X) \\
V(c+X) &= V(X) \\
V(aX+bY) &= a^2V(X)+b^2V(Y)+2abCov\,(X,Y)
\end{aligned}$$

Väntevärde och varians för urvalsmedelvärdet $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$ där alla $X_1, X_2, ..., X_n$ är oberoende och har väntevärde μ och varians σ^2:

$$\begin{aligned}
E\left(\overline{X}\right) &= \mu \\
V\left(\overline{X}\right) &= \frac{\sigma^2}{n}
\end{aligned}$$

Ändlighetskorrektion:

$$\frac{N-n}{N-1}$$

Testvariabler:

$$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

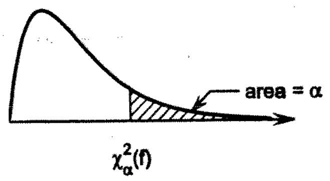
$$Z = \frac{\overline{X}-\overline{Y}-D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{m}}}$$

$$t = \frac{\overline{X}-\overline{Y}-D_0}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{m}\right)}}, \quad \text{där } S_p^2 = \frac{(n-1)\,S_1^2+(m-1)\,S_2^2}{n+m-2}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

Tabell 4. χ^2**-fördelningen**

$P(X > \chi^2_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in \chi^2(f)$



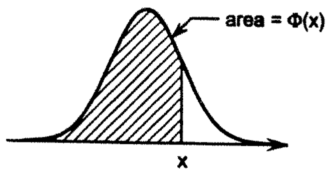
f \ α	0.9995	0.999	0.995	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83	12.12
2	0.00	0.00	0.01	0.02	0.05	0.10	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82	15.20
3	0.02	0.02	0.07	0.11	0.22	0.35	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27	17.73
4	0.06	0.09	0.21	0.30	0.48	0.71	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47	20.00
5	0.16	0.21	0.41	0.55	0.83	1.15	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52	22.11
6	0.30	0.38	0.68	0.87	1.24	1.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46	24.10
7	0.48	0.60	0.99	1.24	1.69	2.17	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32	26.02
8	0.71	0.86	1.34	1.65	2.18	2.73	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12	27.87
9	0.97	1.15	1.73	2.09	2.70	3.33	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88	29.67
10	1.26	1.48	2.16	2.56	3.25	3.94	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59	31.42
11	1.59	1.83	2.60	3.05	3.82	4.57	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26	33.14
12	1.93	2.21	3.07	3.57	4.40	5.23	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91	34.82
13	2.31	2.62	3.57	4.11	5.01	5.89	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53	36.48
14	2.70	3.04	4.07	4.66	5.63	6.57	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12	38.11
15	3.11	3.48	4.60	5.23	6.26	7.26	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70	39.72
16	3.54	3.94	5.14	5.81	6.91	7.96	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25	41.31
17	3.98	4.42	5.70	6.41	7.56	8.67	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79	42.88
18	4.44	4.90	6.26	7.01	8.23	9.39	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31	44.43
19	4.91	5.41	6.84	7.63	8.91	10.12	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82	45.97
20	5.40	5.92	7.43	8.26	9.59	10.85	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31	47.50
21	5.90	6.45	8.03	8.90	10.28	11.59	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80	49.01
22	6.40	6.98	8.64	9.54	10.98	12.34	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27	50.51
23	6.92	7.53	9.26	10.20	11.69	13.09	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73	52.00
24	7.45	8.08	9.89	10.86	12.40	13.85	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18	53.48
25	7.99	8.65	10.52	11.52	13.12	14.61	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62	54.95
26	8.54	9.22	11.16	12.20	13.84	15.38	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05	56.41
27	9.09	9.80	11.81	12.88	14.57	16.15	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48	57.86
28	9.66	10.39	12.46	13.56	15.31	16.93	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89	59.30
29	10.23	10.99	13.12	14.26	16.05	17.71	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30	60.73
30	10.80	11.59	13.79	14.95	16.79	18.49	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70	62.16
40	16.91	17.92	20.71	22.16	24.43	26.51	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40	76.09
50	23.46	24.67	27.99	29.71	32.36	34.76	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66	89.56
60	30.34	31.74	35.53	37.48	40.48	43.19	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61	102.69
70	37.47	39.04	43.28	45.44	48.76	51.74	90.53	95.02	100.43	104.21	112.32	115.58
80	44.79	46.52	51.17	53.54	57.15	60.39	101.88	106.63	112.33	116.32	124.84	128.26
90	52.28	54.16	59.20	61.75	65.65	69.13	113.15	118.14	124.12	128.30	137.21	140.78
100	59.90	61.92	67.33	70.06	74.22	77.93	124.34	129.56	135.81	140.17	149.45	153.17

Tabeller

Tabell 1. Standardiserad normalfördelning

$\Phi(x) = P(X \leq x)$ där $X \in N(0, 1)$

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$

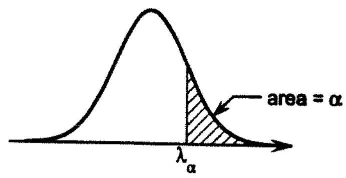


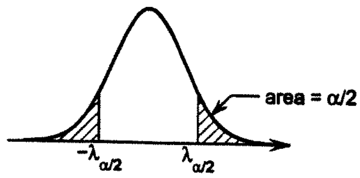
x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865									
3.1	.99903									
3.2	.99931									
3.3	.99952									
3.4	.99966									
3.5	.99977									
3.6	.99984									
3.7	.99989									
3.8	.99993									
3.9	.99995									
4.0	.99997									

Tabell 2. Normalfördelningens kvantiler

$P(X > \lambda_\alpha) = \alpha$ där $X \in N(0, 1)$

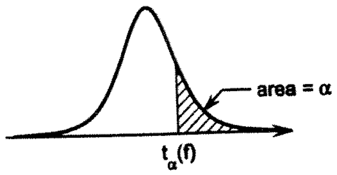
α	λ_α	α	λ_α
0.1	1.2816	0.001	3.0902
0.05	1.6449	0.0005	3.2905
0.025	1.9600	0.0001	3.7190
0.01	2.3263	0.00005	3.8906
0.005	2.5758	0.00001	4.2649





Tabell 3. *t***-fördelningen**

$P(X > t_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in t(f)$



f \ α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.35	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.01
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.50	3.79
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26	1.31	1.71	2.06	2.48	2.78	3.43	3.71
27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

17

Statistiska institutionen

Stockholms universitet

Rättningsblad

Datum: 23/5 - 2012

Sal: Ugglevikssalen

Tenta: Statistikens grunder II

Kurs: Statistikens grunder

ANONYMKOD: [redacted]

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					5
Lär.ant. 20p	18p	20p	20p	20p					

POÄNG	BETYG	Lärarens sign.
98p	A	RC

MYCKET BRA! / RC

SU, STATISTIK

Skrivsal: Ugglevikssalen Anonymkod: [redacted] Blad nr: 1

1) 20p

1. $\{75, 70, 80, 85\}$ oberoende observationer på en normalfördelad stokastisk variabel. Väntevärde och varians ej kända.

a) $\bar{x} = \dfrac{75+70+80+85}{4} = 77{,}5$ R

ki: $\bar{x} \pm t \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}}$ ty litet stickprov, populationsvarians ej känd. Normalfördelad population

$t_{\alpha/2, n-1} = t_{0{,}025, 3} = 3{,}18$ R $\quad s^2 = \dfrac{75^2+70^2+80^2+85^2-4 \cdot 77{,}5^2}{4-1} = \dfrac{125}{3}$

$s = \sqrt{\dfrac{125}{3}}$

$77{,}5 \pm 3{,}18 \cdot \dfrac{\sqrt{\frac{125}{3}}}{\sqrt{4}}$ $\quad$ ki: $[67{,}24 \;,\; 87{,}76]$ R

R ~~Medellängden~~ vikten i populationen kommer med konfidensgraden 95% att ligga i intervallet $[67{,}24 \;;\; 87{,}76]$

b) $H_0: \mu = 80 \qquad H_1: \mu > 80$

testvariabel $t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ $\quad t_{\alpha, n-1} = t_{0{,}05, 3} = 2{,}35$ R

Beslutsregel: Förkasta H_0 om $t > 2{,}35$ R

$t = \dfrac{77{,}5 - 80}{\sqrt{\frac{125}{3}} / \sqrt{4}} = \dfrac{-2{,}5}{3{,}22749} = -0{,}7746 \not> 2{,}35$

H_0 kan inte förkastas på signifikansnivå 5%

SU, STATISTIK

Skrivsal: Ugglevikssalen Anonymkod [redacted] Blad nr: 2

2) 13+5 = 18p

2. a) stort n (test $np(1-p) > 9$ $500 \cdot 0,8(1-0,8) = 80 > 9$)

$\hat{p} = \frac{400}{500} = 0,8$ $\alpha = 0,05$

$H_0: p = 0,75$ $H_1: p > 0,75$

2a) 13p

testvariabel $Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$

beslutsregel förkasta H_0 om $Z > 1,645$ ($Z_{\alpha=0,05}$)

$Z = \frac{0,8 - 0,75}{\sqrt{\frac{0,75(1-0,75)}{500}}} = \frac{0,05}{\sqrt{0,000375}} = 2,58$

F $= 0,80$

H_0 förkastas på signifikansnivån 5%, testet säger att andelen familjer med plasma-tv är större än 0,75 på den valda signifikansnivån.

2b) 5p

b) p-värdet $= 1 - \Phi(2,58) = 1 - 0,99506 = 0,000494$

Sannolikheten att populationsproportionen ska ~~ligga~~ utanför vara större än sannolikheten att det samma värdet för H_0 är större än 2,58 är 0,000494.

2,58

Sannolikheten att det samma värdet för populationsproportionen är lika med eller mindre än 0,75 är 0,000494 (lägre än den valda signifikansnivån)

SU, STATISTIK

Skrivsal: Ugglevikssalen Anonymkod: [redacted] Blad nr: 3

3/20 p

3. Litet urval, normalfördelade över stick.var, okända väntevärde och varians, som dock är lika stora

A	11,0	8,0	9,0	8,0	9,0
B	9,0	6,0	8,0	7,0	8,0

$\bar{x}_A = 9$ $\quad S_A^2 = \dfrac{11^2+8^2+9^2+8^2+9^2-5\cdot 9^2}{5-1} = \dfrac{6}{4} = 1,5$ R

$\bar{x}_B = 7,6$ $\quad S_B^2 = \dfrac{9^2+6^2+8^2+7^2+8^2-5\cdot 7,6^2}{5-1} = \dfrac{5,2}{4} = 1,3$ R

Testvariabel $\quad t = \dfrac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_B}\right)}}$, $\quad t_{\alpha/2\,(n_A+n_B-2)}$ $\quad t_{0,05;8}$

$S_p^2 = \dfrac{(n_A-1)S_A^2+(n_B-1)S_B^2}{n_A+n_B-2} = \dfrac{4\cdot 1,5+4\cdot 1,3}{8} = \dfrac{11,2}{8} = 1,4$ R

$H_0: \mu_A - \mu_B = 0 \qquad H_1: \mu_A - \mu_B \neq 0$

Beslutsregel: Förkasta H_0 om $t > 1,86$ R

$t = \dfrac{9-7,6}{\sqrt{1,4\cdot\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)}} = \dfrac{1,4}{0,7483314774} \approx 1,8708 > 1,86$ R R

Förkasta H_0 på signifikansnivån 10%

SU, STATISTIK

Skrivsal: Ugglevikssalen Anonymkod: [redacted] Blad nr: 4

4. Beroende mellan ålder och inställning till monarki?

4) 20p

Slumpmässigt stickprov av 500 personer

	positiva	likgiltiga	negativa	
20-40	75 (87,5)	75 (75)	100 (87,5)	250
40-60	100 (87,5)	75 (75)	75 (87,5)	250
	175	150	175	500

H_0: Ålder och inställning till monarki oberoende

H_1: Ålder och inställning till monarki beroende (samband finns)

$$\chi^2 = \frac{(75-87,5)^2}{87,5} + 0 + \frac{(100-87,5)^2}{87,5} + \frac{(100-87,5)^2}{87,5} + 0 + \frac{(75-87,5)^2}{87,5} = 7,143 \quad R$$

$\alpha = 0,05$

Beslutsregel: förkasta H_0 om $\chi^2 > 5,99$ R $\quad fg = (3-1)(2-1) = 2$

$7,143 > 5,99$ alltså kan vi förkasta H_0 på den givna signifikansnivån, samband finns mellan ålder och inställning till monarki

R

SU, STATISTIK

Skrivsal: Uppslandssalen Anonymkod [redacted] Blad nr: 5

5) 20p

5.

	0,3	0,2	0,3	0,2		
	E1	E2	E3	E4	E(Laplace)	E(u)
A	100	100	100	100	100	100
B	180	180	20	100	120	116
C	20	300	0	0	80	66
D	100	250	20	20	97,5	90

a) Laplacekriteriet ger samma vikt för olika situation. Alternativ B ger den högsta vinsten oaktat vilken efterfrågan (E1 E2 E3 E4) som inträffar.

Svaret på a) är produkt B.

b) Företagsledningen ~~bör välja~~ B som ger störst förväntad vinst givet sannolikheten att respektive efterfrågan inträffar.

Svaret på b) är produkt B

R

(21)

Statistiska institutionen

Stockholms universitet

Rättningsblad

Datum: 23/5 - 2012

Sal: Uggleviksssalen

Tenta: Statistikens grunder II

Kurs: Statistikens grunder

ANONYMKOD: [redacted]

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					5
Lär.ant. 20p	20p	18p	20p	20p					

POÄNG	BETYG	Lärarens sign.
98p	A	RC

MYCKET BRA!

RC

SU, STATISTIK

Skrivsal: Ugglevikssalen Anonymkod: [redacted] Blad nr: 1

1) 20p

1)

$t_{\frac{\alpha}{2}}(4-1) = t_{0{,}025}(3) = 3{,}18$ $n = 4$

a)

$\bar{x} = \dfrac{75+70+80+85}{4} = 77{,}5$ R

$s^2 = \dfrac{(75-77{,}5)^2+(70-77{,}5)^2+(80-77{,}5)^2+(85-77{,}5)^2}{4-1}$

$s^2 = \dfrac{125}{3} = 41{,}67$

$s = 6{,}46$ R

$\mu = 77{,}5 \pm 3{,}18 \dfrac{6{,}46}{\sqrt{4}}$

$= 77{,}5 \pm 10{,}27$

$[67{,}23 ; 87{,}77]$ R

Med en konfidensnivå på 95% ligger väntvärdet mellan 67,23 och 87,77 kilo R

b) $H_0 : \mu = 80$ $H_1 : \mu > 80$ R $t_{0{,}05}(3) = 2{,}35$ R

$t = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

Om $t > t_{0{,}05}(3)$, förkasta H_0

$t = \dfrac{77{,}5 - 80}{\frac{6{,}46}{\sqrt{4}}} = -0{,}774$ R

$t = -0{,}774 < 2{,}35$, H_0 ej förkastas

Vi finner inget stöd för att väntevärdet överstiger 80 ($\alpha = 0{,}05$) R

R

SU, STATISTIK

Skrivsal: Ugglevikssalen Anonymkod [redacted] Blad nr: 2

2) 20p

2 $H_0: \mu = 0{,}75$ $H_1: \mu > 0{,}75$ R $n = 500$ $\hat{p} = 400/500 = 0{,}80$

a) $Z = \dfrac{\hat{p} - \mu}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}}$ $Z_{0,05} = 1{,}6449$ R

Om $Z_{obs} > Z_{0,05}$ förkastas H_0

$Z_{obs} = \dfrac{0{,}80 - 0{,}75}{\sqrt{\dfrac{0{,}80 \cdot 0{,}20}{500}}} = \dfrac{0{,}05}{\sqrt{0{,}00032}} = 2{,}795$ R

$Z_{obs} = 2{,}795 > Z_{0,05}$ H_0 förkastas ($\alpha = 0{,}05$)
Vi finner stöd för att andelen Gränköpingsinvånare med plasma-TV överstiger 0,75, signifikansnivå 0,05 R

b) $p = 1 - \Phi(2{,}795)$
$\approx 1 - 0{,}99744$
$\approx 0{,}00256$ R

Talet anger sannolikheten för observationer där H_0 inte längre kan förkastas.

SU, STATISTIK

Skrivsal: Uggleviksalen Anonymkod: [redacted] Blad nr: 3

3) 18p F

3)

$t_{\alpha=0,1;(n_A+n_B-2)} = t_{0,1}(8) = 1,40 \rightarrow t = 1,86$

$\bar{X}_A = (11+8+9+8+9)/5 = 9 \qquad n_A = 5$

$\bar{X}_B = (9+6+8+7+8)/5 = 7,6 \qquad n_B = 5$

$$S_A^2 = \frac{(11-9)^2+(8-9)^2+(9-9)^2+(8-9)^2+(9-9)^2}{n_A-1} = \frac{2^2+(-1)^2+0+(-1)^2+0}{4} = 1,5$$

$$S_B^2 = \frac{(9-7,6)^2+(6-7,6)^2+(8-7,6)^2+(7-7,6)^2+(8-7,6)^2}{n_B-1}$$

$$= \frac{1,4^2+(-1,6)^2+0,4^2+(-0,6)^2+0,4^2}{4} = 1,3$$

$$S_p^2 = \frac{(n_A-1)S_A^2+(n_B-1)S_B^2}{n_A+n_B-2} = \frac{(4\cdot 1,5)+(4\cdot 1,3)}{8} = 1,4$$

$$t = \frac{\bar{X}_A-\bar{X}_B}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_B}\right)}} = \frac{9-7,6}{\sqrt{1,4\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}\right)}} = \frac{1,4}{\sqrt{0,56}}$$

$$t = \frac{1,4}{0,7483} = 1,87 \quad R$$

$t = 1,87 > t_{0,10}(8)$

Det är skillnad i effekt på blodsockret under de respektive behandlingarna ($\alpha = 0,10$)

SU, STATISTIK

Skrivsal: Uggleviksalen Anonymkod: [redacted] Blad nr: 4

4) 20p

4) H_0: Inget beroende mellan ålder och inställning till monarki

H_1: Beroende mellan ålder och inställning till monarki

$X^2_{0,05}(k-1)(r-1) = X^2_{0,05}(2) = 5,99$ R

Om $X^2_{obs} > X^2_{0,05}(2)$ förkastas H_0

Ålder	Positiv	Tveksam	Negativ	
20 - 40	75 E = 87,5	75 E = 75	100 E = 87,5	250
40 - 60	100 E = 87,5	75 E = 75	75 E = 87,5	250
	175	150	175	n = 500

R

$$X^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

$$= \frac{(75-87,5)^2}{87,5} + \frac{(75-75)^2}{75} + \frac{(100-87,5)^2}{87,5} + \frac{(100-87,5)^2}{87,5} + \frac{(75-75)^2}{75} + \frac{(75-87,5)^2}{87,5}$$

$$= \frac{156,25}{87,5} + 0 + \frac{156,25}{87,5} + \frac{156,25}{87,5} + 0 + \frac{156,25}{87,5}$$

$= \cancel{1,7857 + 0}$

$X^2_{obs} = 7,1429$ R

$X^2_{obs} > X^2_{0,05}(2)$, Ho förkastas, vi finner stöd för att det finns ett samband mellan ålder och inställning till monarki, signifikansnivå 0,05.

R

SU, STATISTIK

Skrivsal: Ugglevikssalen **Anonymkod** [redacted] **Blad nr:** 5

5) 20p

5)

a

Efterfrågan

Produkt	E1 p=0,25	E2 p=0,25	E3 p=0,25	E4 p=0,25	Förväntad vinst enl. Laplace ↓
A	100 =25	100 =25	100 =25	100 =25	100 Mk
B	180 =45	180 =45	20 =5	100 =25	120
C	20 =5	300 =75	0 =0	0 =0	80 -"-
D	100 =25	250 =62,5	20 =5	20 =5	97,5 -"-

a) Enligt Laplacekriteriet bör ledningen välja produkt B

b)

Produkt	E1 P=0,3	E2 P=0,2	E3 P=0,3	E4 P=0,2	Förväntad vinst
A	100 =30	100 =20	100 =30	100 =20	=100 Mk
B	180 =54	180 =36	20 =6	100 =20	=116
C	20 =6	300 =60	0 =0	0 =0	=66 -"-
D	100 =30	250 =50	20 =6	20 =4	=90 -"-

b) Företagsledningen bör välja produkt ~~AB~~ B