

## OMENTAMEN I STATISTIKENS GRUNDER 2 2009-11-23

---

**Skrivtid:** 9.00-14.00

**Godkända hjälpmedel:** Miniräknare, språklexikon

Tentamen består av fem uppgifter. För full poäng på en uppgift krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.

---

OBS! Glöm inte att ange nödvändiga antaganden överallt.

### **Uppgift 1.** (20 poäng)

Ett inköpare tänker köpa in en viss sorts batterier om batteriernas medellivslängd är mer än 700 timmar. I ett slumpmässigt urval av 100 batterier uppmättes medellivslängden till 750 timmar med standardavvikelsen 168.

- Sätt upp lämpliga hypoteser för ett test som hjälper inköparen att besluta om batterierna ska köpas in. Ange också testvariabel och beslutsregel för signifikansnivån 5%.
- Genomför hypotestestet och tolka resultatet.
- Beräkna och tolka p-värdet.

### **Uppgift 2.** (20 poäng)

Matförgiftningar utbryter ofta på grund av att bakterier har bildats i olämpligt förvarade livsmedel och tonfisksallader anses vara särskilt känsliga. Ett slumpmässigt urval av 220 stycken tonfisksallader undersöktes. 140 stycken av dessa bedömdes som otjänliga på grund av för högt bakterieinnehåll.

- Beräkna ett 90%-igt konfidensintervall för proportionen otjänliga tonfisksallader.
- Hur stort urval måste man dra om man vill att längden på ett 90%-igt konfidensintervall skall vara högst fyra procentenheter?

**Uppgift 3.** (20 poäng)

I samband med att tillgången på silver och guld har minskat är det vanligt att mynt som präglas får en lägre halt av silver respektive guld. Tabellen nedan visar silverhalten i Bysantinska mynt från tiden 1143 - 1180. Mynten är präglade vid två olika tidpunkter, tidigt respektive sent i perioden, och kan ses som urval ur två populationer. Låt silverhalten i mynt präglade tidigt i perioden ha populationsmedelvärdet  $\mu_X$  och mynt präglade sent i perioden ha populationsmedelvärdet  $\mu_Y$ . Standardavvikelserna i de båda urvalen är  $s_X = 0,54$  respektive  $s_Y = 0,36$ .

Silverhalt	
Tidig prägling	Sen prägling
5,9	5,3
6,8	5,6
6,4	5,5
7,0	5,1
6,6	6,2
7,7	5,8
7,2	5,8
6,9	
6,2	
Medelvärde = 6,7	Medelvärde = 5,6

- a) Bilda ett 90%-igt konfidensintervall för  $\mu_X - \mu_Y$ , skillnaden mellan de sanna populationsmedelvärdena av silverhalt ("tidig" - "sen").
- b) Vilket/vilka antaganden krävs för att konfidensintervallet ska vara giltigt?
- c) Vilken slutsats kan man dra från intervallet beträffande resultatet av ett test av hypotesen  $H_0 : \mu_X = \mu_Y$ ?

**Uppgift 4.** (20 poäng)

I en marknadsundersökning studerar man individers uppfattning om sig själva och deras inställning till småbilar. 299 personer svarade på ett frågeformulär. Med utgångspunkt från svaren klassificerades individerna i tre olika personlighetstyper: "Försiktig", "Medelsvensson" och "Självsäker". När det gäller inställningen till småbilar kategoriserades individerna som positiva, neutrala eller negativa. Resultatet visas i tabellen nedan. Testa om dessa två variabler är oberoende. Använd signifikansnivån 0.01.

Inställning till småbilar	Personlighetstyp		
	Försiktig	Medelsvensson	Självsäker
Positiv	79	58	49
Neutral	10	8	9
Negativ	10	34	42

**Uppgift 5.** (20 poäng)

a) Företaget ELDEKO överväger att genomföra en affär med företaget ASB. Om affären blir framgångsrik kommer den att medföra en vinst om 150 000 kr. Om den inte blir framgångsrik kommer den att medföra en förlust om 120 000 kr. Hur stor måste sannolikheten att affären blir framgångsrik vara för att den skall ha en positiv förväntad vinst?

b) I sin produktionsplanering väljer ELDEKO mellan fyra olika produktionsprogram. Programmen är "samma som tidigare" (A1), "Plusprogrammet" (A2), "Spetsprogrammet" (A3) respektive "Kvalitetsprogrammet" (A4). Lönsamheten för de olika programmen är beroende av hur efterfrågan på de ingående produkterna blir. För att bedöma den framtida efterfrågan har fyra tänkbara strukturer av efterfrågan ställts upp. Efterfrågestrukturerna benämns S1, S2, S3 och S4. Det antas att dessa fyra är de enda möjliga. Om man väljer A1 programmet räknar man med en vinst om 200 000 kr oavsett efterfrågestruktur, medan om man väljer Plusprogrammet blir vinsten 360 000 kr, 360 000 kr, 40 000 kr respektive 200 000 kr för efterfrågestrukturerna S1, S2, S3 respektive S4. Motsvarande vinst för Spetsprogrammet är 40 000 kr, 600 000 kr, 0 kr och 0 kr och för Kvalitetsprogrammet 200 000 kr, 500 000 kr, 40 000 kr och 40 000 kr.

i) Bestäm med hjälp av Laplacekriteriet vilket produktionsprogram ELDEKO bör välja.  
ii) Antag att sannolikheterna för att de olika efterfrågestrukturerna inträffar är 0.2, 0.4, 0.3 respektive 0.1 för S1, S2, S3 respektive S4 och bestäm vilket produktionsprogram ELDEKO bör välja.

## Formler

Räkne regler för väntevärden och varianser där  $X$  och  $Y$  är stokastiska variabler,  $a$ ,  $b$  och  $c$  är konstanter:

$$\begin{aligned}E(c) &= c \\E(cX) &= cE(X) \\E(c + X) &= c + E(X) \\E(aX + bY) &= aE(X) + bE(Y) \\V(c) &= 0 \\V(cX) &= c^2V(X) \\V(c + X) &= V(X) \\V(aX + bY) &= a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X, Y)\end{aligned}$$

Väntevärde och varians för urvalsmedelvärdet  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$  där alla  $X_1, X_2, \dots, X_n$  är oberoende och har väntevärde  $\mu$  och varians  $\sigma^2$ :

$$\begin{aligned}E(\bar{X}) &= \mu \\V(\bar{X}) &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

Ändlighetskorrektion:

$$\frac{N - n}{N - 1}$$

Testvariabler:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}}, \quad \text{där } S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$