

TENTAMEN I STATISTIKENS GRUNDER 2 2009-10-29

Skrivtid: 15.00-20.00

Godkända hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon

Tentamen består av fem uppgifter. För full poäng på en uppgift krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.

OBS! Glöm inte att ange nödvändiga antaganden överallt.

Uppgift 1. (20 poäng)

Ett företag som säljer flaskor med färskpressad juice garanterar att flaskorna innehåller mer än 500 ml juice. För att undersöka om det stämmer tas ett slumpmässigt urval av 50 stycken juiceflaskor. Mängden juice i flaskorna kontrollerades och medelvärdet och standardavvikelsen för de 50 flaskorna i urvalet blev $\bar{x} = 512$ och $s = 62$.

- Bestäm ett 90%-igt konfidensintervall för den genomsnittliga mängden juice i flaskorna.
- Företaget vill också göra ett hypotestest och hoppas då kunna visa att de uppfyller garantin om att innehållet är mer än 500 ml. Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 5%.
- Genomför hypotestestet och tolka resultatet.

Uppgift 2. (20 poäng)

2007 åkte 70 % av svenskarna på semester utomlands. För att undersöka om finanskrisen har gjort att färre har råd att åka på semester utomlands gjordes en undersökning av 250 slumpmässigt utvalda svenskar. I urvalet svarade 160 stycken att de hade åkt utomlands på semester under 2008.

- Sätt upp hypoteser för ett lämpligt test för att ta reda på huruvida andelen svenskar som semestrar utomlands har sjunkit. Ange också testvariabel och beslutsregel för signifikansnivån 1%.
- Genomför hypotestestet och tolka resultatet.
- Beräkna p-värdet och förklara hur det kan användas för att genomföra hypotestestet.

Uppgift 3. (20 poäng)

För att studera eventuella skillnader mellan mäns och kvinnors ingångslöner efter en högskoleexamen undersöktes ett slumpmässigt urval av 8 män och 8 kvinnor. Männen och kvinnorna har grupperats i par som är så lika som möjligt med avseende på typ av examen och betyg. Ingångslönerna visas i tabellen nedan. Antag att lönerna kan anses vara normalfördelade.

Par	Man	Kvinna
1	25000	23500
2	22500	22500
3	28500	30000
4	24000	19500
5	30000	29000
6	32000	29000
7	28000	30000
8	23000	24000

a) Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för den genomsnittliga skillnaden mellan mäns och kvinnors ingångslön.

b) Kan du dra slutsatsen att det finns en skillnad i ingångslön mellan män och kvinnor? Motivera ditt svar.

Uppgift 4. (20 poäng)

I en viss kommun är man bekymrad över att de ekonomiska aktiviteterna i kommunen är svaga och invånarnas inkomster låga. Man vill därför ansluta sig till ett statligt åtgärdsprogram som syftar till att öka de ekonomiska aktiviteterna i kommunen och därigenom förhoppningsvis också öka kommuninvånarnas inkomster. Som stöd för sin ansökan att ansluta sig till åtgärdsprogrammet har man tagit ett slumpmässigt urval av 2000 personer över 18 år och undersökt deras inkomster. Erhållna antal personer i olika inkomstklasser och motsvarande procentuella andelar för landet som helhet visas i tabellen nedan. Ger dessa data stöd för påståendet att kommunens inkomstfördelning avviker från landets inkomstfördelning? Genomför ett lämpligt test med signifikansnivån 5 % och motivera ditt val av test.

Inkomstklass	Andel i landet	Antal personer i urvalet
Mer än 300 000	18	220
250 000 - 300 000	13	234
200 000 - 250 000	19	322
150 000 - 200 000	20	568
Mindre än 150 000	30	656
Totalt	100	2000

Uppgift 5. (20 poäng)

a) Företaget ELDEKO överväger att genomföra en affär med företaget ASB. Om affären blir framgångsrik kommer den att medföra en vinst om 50 000 kr. Om den inte blir framgångsrik kommer den att medföra en förlust om 30 000 kr. Hur stor måste sannolikheten att affären blir framgångsrik vara för att den skall ha en positiv förväntad vinst?

b) I sin produktionsplanering väljer ELDEKO mellan fyra olika produktionsprogram. Programmen är "samma som tidigare" (A1), "Plusprogrammet" (A2), "Spetsprogrammet" (A3) respektive "Kvalitetsprogrammet" (A4). Lönsamheten för de olika programmen är beroende av hur efterfrågan på de ingående produkterna blir. För att bedöma den framtida efterfrågan har fyra tänkbara strukturer av efterfrågan ställts upp. Efterfrågestrukturerna benämns S1, S2, S3 och S4. Det antas att dessa fyra är de enda möjliga. Om man väljer A1 programmet räknar man med en vinst om 200 000 kr oavsett efterfrågestruktur, medan om man väljer Plusprogrammet blir vinsten 360 000 kr, 360 000 kr, 40 000 kr respektive 200 000 kr för efterfrågestrukturerna S1, S2, S3 respektive S4. Motsvarande vinst för Spetsprogrammet är 40 000 kr, 600 000 kr, 0 kr och 0 kr och för Kvalitetsprogrammet 200 000 kr, 500 000 kr, 40 000 kr och 40 000 kr. Bestäm med hjälp av maximin- och minimax-regretkriterierna vilket produktionsprogram ELDEKO bör välja.

Formler

Räknerregler för väntevärden och varianser där X och Y är stokastiska variabler, a , b och c är konstanter:

$$\begin{aligned}E(c) &= c \\E(cX) &= cE(X) \\E(c + X) &= c + E(X) \\E(aX + bY) &= aE(X) + bE(Y) \\V(c) &= 0 \\V(cX) &= c^2V(X) \\V(c + X) &= V(X) \\V(aX + bY) &= a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X, Y)\end{aligned}$$

Väntevärde och varians för urvalsmedelvärdet $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ där alla X_1, X_2, \dots, X_n är oberoende och har väntevärde μ och varians σ^2 :

$$\begin{aligned}E(\bar{X}) &= \mu \\V(\bar{X}) &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

Ändlighetskorrektion:

$$\frac{N - n}{N - 1}$$

Testvariabler:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}}, \quad \text{där } S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}$$

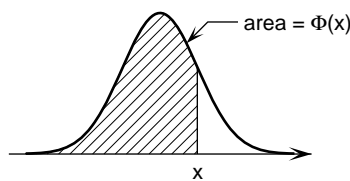
$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

Tabeller

Tabell 1. Standardiserad normalfördelning

$\Phi(x) = P(X \leq x)$ där $X \in N(0, 1)$

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$

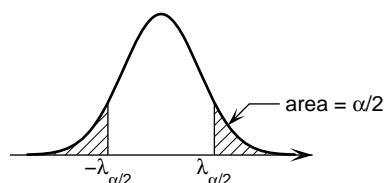
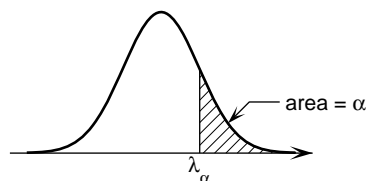


x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861

Tabell 2. Normalfördelningens kvantiler

$P(X > \lambda_\alpha) = \alpha$ där $X \in N(0, 1)$

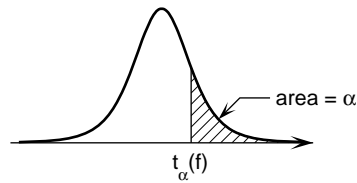
α	λ_α	α	λ_α
0.1	1.2816	0.001	3.0902
0.05	1.6449	0.0005	3.2905
0.025	1.9600	0.0001	3.7190
0.01	2.3263	0.00005	3.8906
0.005	2.5758	0.00001	4.2649



3.0	.99865
3.1	.99903
3.2	.99931
3.3	.99952
3.4	.99966
3.5	.99977
3.6	.99984
3.7	.99989
3.8	.99993
3.9	.99995
4.0	.99997

Tabell 3. t -fördelningen

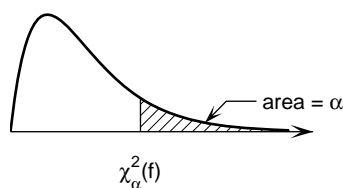
$P(X > t_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in t(f)$



f	α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1		3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2		1.89	2.92	4.30	6.96	9.92	22.33	31.60
3		1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4		1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5		1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6		1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7		1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8		1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9		1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10		1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11		1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12		1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13		1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14		1.35	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15		1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16		1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.01
17		1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18		1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19		1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20		1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21		1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22		1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.50	3.79
23		1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24		1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25		1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26		1.31	1.71	2.06	2.48	2.78	3.43	3.71
27		1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28		1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29		1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30		1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40		1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60		1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120		1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞		1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

Tabell 4. χ^2 -fördelningen

$P(X > \chi^2_\alpha(f)) = \alpha$ där $X \in \chi^2(f)$



f	α	0.9995	0.999	0.995	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1		0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83	12.12
2		0.00	0.00	0.01	0.02	0.05	0.10	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82	15.20
3		0.02	0.02	0.07	0.11	0.22	0.35	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27	17.73
4		0.06	0.09	0.21	0.30	0.48	0.71	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47	20.00
5		0.16	0.21	0.41	0.55	0.83	1.15	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52	22.11
6		0.30	0.38	0.68	0.87	1.24	1.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46	24.10
7		0.48	0.60	0.99	1.24	1.69	2.17	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32	26.02
8		0.71	0.86	1.34	1.65	2.18	2.73	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12	27.87
9		0.97	1.15	1.73	2.09	2.70	3.33	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88	29.67
10		1.26	1.48	2.16	2.56	3.25	3.94	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59	31.42
11		1.59	1.83	2.60	3.05	3.82	4.57	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26	33.14
12		1.93	2.21	3.07	3.57	4.40	5.23	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91	34.82
13		2.31	2.62	3.57	4.11	5.01	5.89	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53	36.48
14		2.70	3.04	4.07	4.66	5.63	6.57	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12	38.11
15		3.11	3.48	4.60	5.23	6.26	7.26	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70	39.72
16		3.54	3.94	5.14	5.81	6.91	7.96	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25	41.31
17		3.98	4.42	5.70	6.41	7.56	8.67	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79	42.88
18		4.44	4.90	6.26	7.01	8.23	9.39	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31	44.43
19		4.91	5.41	6.84	7.63	8.91	10.12	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82	45.97
20		5.40	5.92	7.43	8.26	9.59	10.85	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31	47.50
21		5.90	6.45	8.03	8.90	10.28	11.59	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80	49.01
22		6.40	6.98	8.64	9.54	10.98	12.34	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27	50.51
23		6.92	7.53	9.26	10.20	11.69	13.09	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73	52.00
24		7.45	8.08	9.89	10.86	12.40	13.85	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18	53.48
25		7.99	8.65	10.52	11.52	13.12	14.61	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62	54.95
26		8.54	9.22	11.16	12.20	13.84	15.38	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05	56.41
27		9.09	9.80	11.81	12.88	14.57	16.15	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48	57.86
28		9.66	10.39	12.46	13.56	15.31	16.93	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89	59.30
29		10.23	10.99	13.12	14.26	16.05	17.71	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30	60.73
30		10.80	11.59	13.79	14.95	16.79	18.49	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70	62.16
40		16.91	17.92	20.71	22.16	24.43	26.51	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40	76.09
50		23.46	24.67	27.99	29.71	32.36	34.76	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66	89.56
60		30.34	31.74	35.53	37.48	40.48	43.19	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61	102.69
70		37.47	39.04	43.28	45.44	48.76	51.74	90.53	95.02	100.43	104.21	112.32	115.58
80		44.79	46.52	51.17	53.54	57.15	60.39	101.88	106.63	112.33	116.32	124.84	128.26
90		52.28	54.16	59.20	61.75	65.65	69.13	113.15	118.14	124.12	128.30	137.21	140.78
100		59.90	61.92	67.33	70.06	74.22	77.93	124.34	129.56	135.81	140.17	149.45	153.17