



Stockholms  
universitet

Statistiska institutionen

Raul Cano

SKRIVNINGSDATUM: 2016-02-03

Skriftlig tentamen i **Statistikens grunder 2** (6 hp), ingående som moment 3 i kursen **Statistikens grunder, GN, 15 hp**.

---

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Miniräknare. Vidhäftade formel- och tabellblad (obs! vidhäftas endast de tabellsidor som behövs för den här tentamen).

Tentamensgenomgång och återlämning: onsdagen den 24 februari, kl. 18.00 i B319.

Därefter kan skrivningarna hämtas på studentexpeditionen, plan 7 i B-huset.

-----

Tentamen består av fem uppgifter som kan ge totalt 100 poäng. För betyget A gäller 90-100 p., för betyget B gäller 80-89 p., för betyget C gäller 70-79 p., för betyget D gäller 60-69 p., för betyget E gäller 50-59 p., för betyget Fx gäller 40-49 p. och för betyget F gäller 0-39 p. För detaljerade betygskriterier se kursbeskrivningen på kurshemsidan.

**För full poäng på en uppgift krävs fullständiga och väl motiverade lösningar.**

---

**Uppgift 1:** (20 poäng)

En lantmätare använder laserutrustning för att mäta avståndet mellan två punkter. Varje mätvärde kan betraktas som en observation på en normalfördelad stokastisk variabel med det verkliga avståndet  $\mu$  som förväntat värde och med känd standardavvikelse  $\sigma = 2,04$  meter.

Lantmätaren gör 16 mätningar av samma avstånd och får då genomsnittsvärdet  $\bar{x} = 2\,316$  meter.

a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för  $\mu$  och tolka resultatet i ord. (10 p.)

b) Hur många mätningar måste göras för att konfidensintervallets totala längd skall bli 0,2 meter (dvs. att konfidensintervallet skall ha ändpunkterna  $\bar{x} \pm 0,1$ )? Obs! Här handlar det om ett 95% konfidensintervall för  $\mu$ . (10 p.)

**Uppgift 2:** (20 poäng)

Antalet passagerare per flygtur har registrerats för femtio slumpmässigt utvalda flygturer från Jacksonville, FL, till Baltimore, MD. Man fann att genomsnittet var 136, och standardavvikelsen 24.

a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för genomsnittliga antalet passagerare per flygtur i populationen av flygturer. (10 p.)

b) Anta att standardavvikelsen i populationen är lika med 24. Hur stort stickprov skulle behövas ifall man ville ha ett 95% konfidensintervall av storleken:  $\bar{X} \pm 5$ ? (10 p.)

### Uppgift 3: (20 poäng)

Nio resp sju oberoende observationer på två oberoende normalfördelade stokastiska variabler med okända väntevärden  $\mu_1$  resp  $\mu_2$  och okända varianser  $\sigma_1^2$  resp  $\sigma_2^2$  gav följande resultat:

| Variabel | Antal observationer | Stickprovsmedelvärde | Stickprovsvarians |
|----------|---------------------|----------------------|-------------------|
| 1        | 9                   | 50                   | 30                |
| 2        | 7                   | 40                   | 32                |

- a). Anta att (de okända) varianserna  $\sigma_1^2$  och  $\sigma_2^2$  är lika stora och testa på signifikansnivå 5% ( $\alpha = 0,05$ ) hypotesen att  $\mu_1 = \mu_2$  mot alternativet att  $\mu_1 \neq \mu_2$ . Vilken blir din slutsats? (15 p.)  
Lös inte problemet via ett konfidensintervall, då lösningen ger 0 p.
- b). Beräkna p-värdet i samband med ovanstående hypotesprövning. (5 p.)

### Uppgift 4: (20 poäng)

Man undersöker om det finns ett beroende mellan kön och inställning till reklam-TV. Man har frågat 300 slumpmässigt utvalda personer om deras inställning till reklam-TV och fått följande resultat:

|          | Män | kvinnor |
|----------|-----|---------|
| Positiva | 70  | 60      |
| Negativa | 60  | 65      |
| Vet ej   | 20  | 25      |

- a). Ställ upp hypoteser (5 p.) och
- b). Testa på signifikansnivå 5 % ( $\alpha = 0,05$ ) om resultatet tyder på ett samband mellan kön och inställning till reklam-TV. Vilken blir din slutsats? (15 p.)

### Uppgift 5: (20 poäng)

I ett företag arbetar man med ett projekt som syftar till att utveckla en ny produkt. Nu föreligger emellertid ett lagförslag som innebär att den nya produkten i sin nuvarande form kan få en begränsad användning. Företagsledningen har därför fyra alternativ att välja mellan: fortsätta enligt ursprungliga planer (A1), fortsätta enligt planer som överensstämmer med lagförslaget (A2), avsluta projektet och lägga ner verksamheten (A3) och flytta redan nu hela produktionen till Kina (A4). De möjliga naturtillstånden är: lagförslaget faller (S1), lagförslaget går igenom (S2) och lagförslaget (med revidering) går igenom (S3). De vinster man väntar sig få framgår av beslutsmatrisen nedan (kapitel 19 i kompendiet).

|    | S1 | S2 | S3 |
|----|----|----|----|
| A1 | 30 | 15 | 10 |
| A2 | 10 | 25 | 28 |
| A3 | 5  | 5  | 5  |
| A4 | 10 | 10 | 10 |

- a). Bestäm med hjälp av maximinkriteriet vilket alternativ Företagsledningen bör välja. (10 p.)
- b). Bestäm med hjälp av minimax-regretkriteriet vilket alternativ Företagsledningen bör välja. (10 p.)

# FORMLER

VT2013

Räkneeregler för väntevärden och varianser ( $a$ ,  $b$  och  $c$  är konstanter och  $X$  och  $Y$  är stokastiska variabler)

$$E(c) = c$$

$$V(c) = 0$$

$$E(X + c) = E(X) + c$$

$$V(X + c) = V(X)$$

$$E(aX) = aE(X)$$

$$V(aX) = a^2V(X)$$

$$E(aX + bY + c) = aE(X) + bE(Y) + c \quad V(aX + bY + c) = a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X, Y)$$

Ändlighetskorrektio:  $\frac{N-n}{N-1}$

Stickprovsvarians:  $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2)$

Stickprovskovarians:  $s_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y})$

Binomialfördelningen:  $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$

Poissonfördelningen:  $f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$

Diverse konfidensintervall och enkelsidiga testvariabler ( $f.g.$  = frihetsgrader):

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \geq z_{\alpha}$$

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \geq t_{\alpha}^{(f.g.)}$$

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \geq z_{\alpha}$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \geq z_{\alpha}$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)} \cdot s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \geq t_{\alpha}^{(f.g.)}$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} \geq z_{\alpha}$$

Forts. konfidensintervall och enkelsidiga testvariabler (f.g. = frihetsgrader):

$$\bar{d} \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)} \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

$$T = \frac{\bar{D} - 0}{S_D/\sqrt{n}} \geq t_{\alpha}^{(f.g.)}$$

$$\frac{y}{n} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{(y/n)(1-y/n)/n}$$

$$Z = \frac{Y/n - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}} \geq z_{\alpha}$$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

$$Z = \frac{Y_1/n_1 - Y_2/n_2 - 0}{\sqrt{\left(\frac{Y_1+Y_2}{n_1+n_2}\right) \left(1 - \frac{Y_1+Y_2}{n_1+n_2}\right) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \geq z_{\alpha}$$

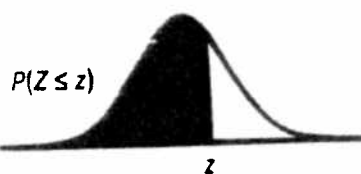
$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n\pi_i)^2}{n\pi_i} \geq \chi_{\alpha}^2(f.g.)$$

$$\chi^2 = \sum \sum \frac{(n_{ij} - n_i \cdot n_j / n)^2}{n_i \cdot n_j / n} \geq \chi_{\alpha}^2(f.g.)$$

TABELL 1. Normalfördelningen, standardiserad

$\Phi(z) = P(Z \leq z)$  där  $Z \in N(0, 1)$ .

För negativa värden, utnyttja att  $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ .

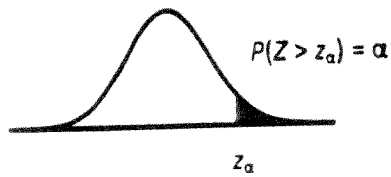


| z   | 0,00    | 0,01    | 0,02    | 0,03    | 0,04    | 0,05    | 0,06    | 0,07    | 0,08    | 0,09    |
|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0,0 | 0,50000 | 0,50399 | 0,50798 | 0,51197 | 0,51595 | 0,51994 | 0,52392 | 0,52790 | 0,53188 | 0,53586 |
| 0,1 | 0,53983 | 0,54380 | 0,54776 | 0,55172 | 0,55567 | 0,55962 | 0,56356 | 0,56749 | 0,57142 | 0,57535 |
| 0,2 | 0,57926 | 0,58317 | 0,58706 | 0,59095 | 0,59483 | 0,59871 | 0,60257 | 0,60642 | 0,61026 | 0,61409 |
| 0,3 | 0,61791 | 0,62172 | 0,62552 | 0,62930 | 0,63307 | 0,63683 | 0,64058 | 0,64431 | 0,64803 | 0,65173 |
| 0,4 | 0,65542 | 0,65910 | 0,66276 | 0,66640 | 0,67003 | 0,67364 | 0,67724 | 0,68082 | 0,68439 | 0,68793 |
| 0,5 | 0,69146 | 0,69497 | 0,69847 | 0,70194 | 0,70540 | 0,70884 | 0,71226 | 0,71566 | 0,71904 | 0,72240 |
| 0,6 | 0,72575 | 0,72907 | 0,73237 | 0,73565 | 0,73891 | 0,74215 | 0,74537 | 0,74857 | 0,75175 | 0,75490 |
| 0,7 | 0,75804 | 0,76115 | 0,76424 | 0,76730 | 0,77035 | 0,77337 | 0,77637 | 0,77935 | 0,78230 | 0,78524 |
| 0,8 | 0,78814 | 0,79103 | 0,79389 | 0,79673 | 0,79955 | 0,80234 | 0,80511 | 0,80785 | 0,81057 | 0,81327 |
| 0,9 | 0,81594 | 0,81859 | 0,82121 | 0,82381 | 0,82639 | 0,82894 | 0,83147 | 0,83398 | 0,83646 | 0,83891 |
| 1,0 | 0,84134 | 0,84375 | 0,84614 | 0,84849 | 0,85083 | 0,85314 | 0,85543 | 0,85769 | 0,85993 | 0,86214 |
| 1,1 | 0,86433 | 0,86650 | 0,86864 | 0,87076 | 0,87286 | 0,87493 | 0,87698 | 0,87900 | 0,88100 | 0,88298 |
| 1,2 | 0,88493 | 0,88686 | 0,88877 | 0,89065 | 0,89251 | 0,89435 | 0,89617 | 0,89796 | 0,89973 | 0,90147 |
| 1,3 | 0,90320 | 0,90490 | 0,90658 | 0,90824 | 0,90988 | 0,91149 | 0,91309 | 0,91466 | 0,91621 | 0,91774 |
| 1,4 | 0,91924 | 0,92073 | 0,92220 | 0,92364 | 0,92507 | 0,92647 | 0,92785 | 0,92922 | 0,93056 | 0,93189 |
| 1,5 | 0,93319 | 0,93448 | 0,93574 | 0,93699 | 0,93822 | 0,93943 | 0,94062 | 0,94179 | 0,94295 | 0,94408 |
| 1,6 | 0,94520 | 0,94630 | 0,94738 | 0,94845 | 0,94950 | 0,95053 | 0,95154 | 0,95254 | 0,95352 | 0,95449 |
| 1,7 | 0,95543 | 0,95637 | 0,95728 | 0,95818 | 0,95907 | 0,95994 | 0,96080 | 0,96164 | 0,96246 | 0,96327 |
| 1,8 | 0,96407 | 0,96485 | 0,96562 | 0,96638 | 0,96712 | 0,96784 | 0,96856 | 0,96926 | 0,96995 | 0,97062 |
| 1,9 | 0,97128 | 0,97193 | 0,97257 | 0,97320 | 0,97381 | 0,97441 | 0,97500 | 0,97558 | 0,97615 | 0,97670 |
| 2,0 | 0,97725 | 0,97778 | 0,97831 | 0,97882 | 0,97932 | 0,97982 | 0,98030 | 0,98077 | 0,98124 | 0,98169 |
| 2,1 | 0,98214 | 0,98257 | 0,98300 | 0,98341 | 0,98382 | 0,98422 | 0,98461 | 0,98500 | 0,98537 | 0,98574 |
| 2,2 | 0,98610 | 0,98645 | 0,98679 | 0,98713 | 0,98745 | 0,98778 | 0,98809 | 0,98840 | 0,98870 | 0,98899 |
| 2,3 | 0,98928 | 0,98956 | 0,98983 | 0,99010 | 0,99036 | 0,99061 | 0,99086 | 0,99111 | 0,99134 | 0,99158 |
| 2,4 | 0,99180 | 0,99202 | 0,99224 | 0,99245 | 0,99266 | 0,99286 | 0,99305 | 0,99324 | 0,99343 | 0,99361 |
| 2,5 | 0,99379 | 0,99396 | 0,99413 | 0,99430 | 0,99446 | 0,99461 | 0,99477 | 0,99492 | 0,99506 | 0,99520 |
| 2,6 | 0,99534 | 0,99547 | 0,99560 | 0,99573 | 0,99585 | 0,99598 | 0,99609 | 0,99621 | 0,99632 | 0,99643 |
| 2,7 | 0,99653 | 0,99664 | 0,99674 | 0,99683 | 0,99693 | 0,99702 | 0,99711 | 0,99720 | 0,99728 | 0,99736 |
| 2,8 | 0,99744 | 0,99752 | 0,99760 | 0,99767 | 0,99774 | 0,99781 | 0,99788 | 0,99795 | 0,99801 | 0,99807 |
| 2,9 | 0,99813 | 0,99819 | 0,99825 | 0,99831 | 0,99836 | 0,99841 | 0,99846 | 0,99851 | 0,99856 | 0,99861 |
| 3,0 | 0,99865 | 0,99869 | 0,99874 | 0,99878 | 0,99882 | 0,99886 | 0,99889 | 0,99893 | 0,99896 | 0,99900 |
| 3,1 | 0,99903 | 0,99906 | 0,99910 | 0,99913 | 0,99916 | 0,99918 | 0,99921 | 0,99924 | 0,99926 | 0,99929 |
| 3,2 | 0,99931 | 0,99934 | 0,99936 | 0,99938 | 0,99940 | 0,99942 | 0,99944 | 0,99946 | 0,99948 | 0,99950 |
| 3,3 | 0,99952 | 0,99953 | 0,99955 | 0,99957 | 0,99958 | 0,99960 | 0,99961 | 0,99962 | 0,99964 | 0,99965 |
| 3,4 | 0,99966 | 0,99968 | 0,99969 | 0,99970 | 0,99971 | 0,99972 | 0,99973 | 0,99974 | 0,99975 | 0,99976 |
| 3,5 | 0,99977 | 0,99978 | 0,99978 | 0,99979 | 0,99980 | 0,99981 | 0,99981 | 0,99982 | 0,99983 | 0,99983 |
| 3,6 | 0,99984 | 0,99985 | 0,99985 | 0,99986 | 0,99986 | 0,99987 | 0,99987 | 0,99988 | 0,99988 | 0,99989 |
| 3,7 | 0,99989 | 0,99990 | 0,99990 | 0,99990 | 0,99991 | 0,99991 | 0,99992 | 0,99992 | 0,99992 | 0,99992 |
| 3,8 | 0,99993 | 0,99993 | 0,99993 | 0,99994 | 0,99994 | 0,99994 | 0,99994 | 0,99995 | 0,99995 | 0,99995 |
| 3,9 | 0,99995 | 0,99995 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99996 | 0,99997 | 0,99997 |
| 4,0 | 0,99997 | 0,99997 | 0,99997 | 0,99997 | 0,99997 | 0,99997 | 0,99998 | 0,99998 | 0,99998 | 0,99998 |

**TABELL 2.** Normalfördelningens kvantiler, standardiserad

$Z \in N(0, 1)$ . Vilket värde har  $z_\alpha$  om  $P(Z > z_\alpha) = \alpha$  där  $\alpha$  är en given sannolikhet.

Utnyttja även  $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$  för  $P(Z \leq -z_\alpha)$ .

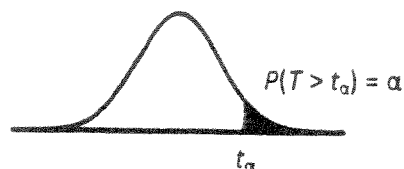


| $\alpha$ | $z_\alpha$ |
|----------|------------|
| 0,1      | 1,2816     |
| 0,05     | 1,6449     |
| 0,025    | 1,9600     |
| 0,010    | 2,3263     |
| 0,005    | 2,5758     |
| 0,0025   | 2,8070     |
| 0,0010   | 3,0902     |
| 0,0005   | 3,2905     |
| 0,00025  | 3,4808     |
| 0,00010  | 3,7190     |
| 0,00005  | 3,8906     |
| 0,000025 | 4,0556     |
| 0,000010 | 4,2649     |
| 0,000005 | 4,4172     |

TABELL 3. t-fördelningens kvantiler

$T \in t(v)$  där  $v$  = antal frihetsgrader.

Vilket värde har  $t_\alpha$  om  $P(T > t_\alpha) = \alpha$  där  $\alpha$  är en given sannolikhet. Utnyttja även  $P(T \leq -t_\alpha) = P(T > t_\alpha)$ .



| v  | $\alpha = 0,1$ | 0,05  | 0,025  | 0,010  | 0,005  | 0,0025  | 0,0010  | 0,0005  |
|----|----------------|-------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| 1  | 3,078          | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,657 | 127,321 | 318,309 | 636,619 |
| 2  | 1,886          | 2,920 | 4,303  | 6,965  | 9,925  | 14,089  | 22,327  | 31,599  |
| 3  | 1,638          | 2,353 | 3,182  | 4,541  | 5,841  | 7,453   | 10,215  | 12,924  |
| 4  | 1,533          | 2,132 | 2,776  | 3,747  | 4,604  | 5,598   | 7,173   | 8,610   |
| 5  | 1,476          | 2,015 | 2,571  | 3,365  | 4,032  | 4,773   | 5,893   | 6,869   |
| 6  | 1,440          | 1,943 | 2,447  | 3,143  | 3,707  | 4,317   | 5,208   | 5,959   |
| 7  | 1,415          | 1,895 | 2,365  | 2,998  | 3,499  | 4,029   | 4,785   | 5,408   |
| 8  | 1,397          | 1,860 | 2,306  | 2,896  | 3,355  | 3,833   | 4,501   | 5,041   |
| 9  | 1,383          | 1,833 | 2,262  | 2,821  | 3,250  | 3,690   | 4,297   | 4,781   |
| 10 | 1,372          | 1,812 | 2,228  | 2,764  | 3,169  | 3,581   | 4,144   | 4,587   |
| 11 | 1,363          | 1,796 | 2,201  | 2,718  | 3,106  | 3,497   | 4,025   | 4,437   |
| 12 | 1,356          | 1,782 | 2,179  | 2,681  | 3,055  | 3,428   | 3,930   | 4,318   |
| 13 | 1,350          | 1,771 | 2,160  | 2,650  | 3,012  | 3,372   | 3,852   | 4,221   |
| 14 | 1,345          | 1,761 | 2,145  | 2,624  | 2,977  | 3,326   | 3,787   | 4,140   |
| 15 | 1,341          | 1,753 | 2,131  | 2,602  | 2,947  | 3,286   | 3,733   | 4,073   |
| 16 | 1,337          | 1,746 | 2,120  | 2,583  | 2,921  | 3,252   | 3,686   | 4,015   |
| 17 | 1,333          | 1,740 | 2,110  | 2,567  | 2,898  | 3,222   | 3,646   | 3,965   |
| 18 | 1,330          | 1,734 | 2,101  | 2,552  | 2,878  | 3,197   | 3,610   | 3,922   |
| 19 | 1,328          | 1,729 | 2,093  | 2,539  | 2,861  | 3,174   | 3,579   | 3,883   |
| 20 | 1,325          | 1,725 | 2,086  | 2,528  | 2,845  | 3,153   | 3,552   | 3,850   |
| 21 | 1,323          | 1,721 | 2,080  | 2,518  | 2,831  | 3,135   | 3,527   | 3,819   |
| 22 | 1,321          | 1,717 | 2,074  | 2,508  | 2,819  | 3,119   | 3,505   | 3,792   |
| 23 | 1,319          | 1,714 | 2,069  | 2,500  | 2,807  | 3,104   | 3,485   | 3,768   |
| 24 | 1,318          | 1,711 | 2,064  | 2,492  | 2,797  | 3,091   | 3,467   | 3,745   |
| 25 | 1,316          | 1,708 | 2,060  | 2,485  | 2,787  | 3,078   | 3,450   | 3,725   |
| 26 | 1,315          | 1,706 | 2,056  | 2,479  | 2,779  | 3,067   | 3,435   | 3,707   |
| 27 | 1,314          | 1,703 | 2,052  | 2,473  | 2,771  | 3,057   | 3,421   | 3,690   |
| 28 | 1,313          | 1,701 | 2,048  | 2,467  | 2,763  | 3,047   | 3,408   | 3,674   |
| 29 | 1,311          | 1,699 | 2,045  | 2,462  | 2,756  | 3,038   | 3,396   | 3,659   |
| 30 | 1,310          | 1,697 | 2,042  | 2,457  | 2,750  | 3,030   | 3,385   | 3,646   |
| 35 | 1,306          | 1,690 | 2,030  | 2,438  | 2,724  | 2,996   | 3,340   | 3,591   |
| 40 | 1,303          | 1,684 | 2,021  | 2,423  | 2,704  | 2,971   | 3,307   | 3,551   |
| 45 | 1,301          | 1,679 | 2,014  | 2,412  | 2,690  | 2,952   | 3,281   | 3,520   |
| 50 | 1,299          | 1,676 | 2,009  | 2,403  | 2,678  | 2,937   | 3,261   | 3,496   |
| 55 | 1,297          | 1,673 | 2,004  | 2,396  | 2,668  | 2,925   | 3,245   | 3,476   |
| 60 | 1,296          | 1,671 | 2,000  | 2,390  | 2,660  | 2,915   | 3,232   | 3,460   |
| 65 | 1,295          | 1,669 | 1,997  | 2,385  | 2,654  | 2,906   | 3,220   | 3,447   |
| 70 | 1,294          | 1,667 | 1,994  | 2,381  | 2,648  | 2,899   | 3,211   | 3,435   |
| 75 | 1,293          | 1,665 | 1,992  | 2,377  | 2,643  | 2,892   | 3,202   | 3,425   |

Forts. nästa sida

TABELL 3 forts. t-fördelningens kvantiler

| v    | $\alpha = 0,1$ | 0,05  | 0,025 | 0,010 | 0,005 | 0,0025 | 0,0010 | 0,0005 |
|------|----------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| 80   | 1,292          | 1,664 | 1,990 | 2,374 | 2,639 | 2,887  | 3,195  | 3,416  |
| 85   | 1,292          | 1,663 | 1,988 | 2,371 | 2,635 | 2,882  | 3,189  | 3,409  |
| 90   | 1,291          | 1,662 | 1,987 | 2,368 | 2,632 | 2,878  | 3,183  | 3,402  |
| 95   | 1,291          | 1,661 | 1,985 | 2,366 | 2,629 | 2,874  | 3,178  | 3,396  |
| 100  | 1,290          | 1,660 | 1,984 | 2,364 | 2,626 | 2,871  | 3,174  | 3,390  |
| 125  | 1,288          | 1,657 | 1,979 | 2,357 | 2,616 | 2,858  | 3,157  | 3,370  |
| 150  | 1,287          | 1,655 | 1,976 | 2,351 | 2,609 | 2,849  | 3,145  | 3,357  |
| 175  | 1,286          | 1,654 | 1,974 | 2,348 | 2,604 | 2,843  | 3,137  | 3,347  |
| 200  | 1,286          | 1,653 | 1,972 | 2,345 | 2,601 | 2,839  | 3,131  | 3,340  |
| 300  | 1,284          | 1,650 | 1,968 | 2,339 | 2,592 | 2,828  | 3,118  | 3,323  |
| 400  | 1,284          | 1,649 | 1,966 | 2,336 | 2,588 | 2,823  | 3,111  | 3,315  |
| 500  | 1,283          | 1,648 | 1,965 | 2,334 | 2,586 | 2,820  | 3,107  | 3,310  |
| 1000 | 1,282          | 1,646 | 1,962 | 2,330 | 2,581 | 2,813  | 3,098  | 3,300  |
| 2000 | 1,282          | 1,646 | 1,961 | 2,328 | 2,578 | 2,810  | 3,094  | 3,295  |
| 3000 | 1,282          | 1,645 | 1,961 | 2,328 | 2,577 | 2,809  | 3,093  | 3,294  |
| 4000 | 1,282          | 1,645 | 1,961 | 2,327 | 2,577 | 2,809  | 3,092  | 3,293  |
| 5000 | 1,282          | 1,645 | 1,960 | 2,327 | 2,577 | 2,808  | 3,092  | 3,292  |



TABELL 4.  $\chi^2$ -fördelningens kvantiler

QE  $\chi^2(v)$  där  $v$  = antal frihetsgrader.

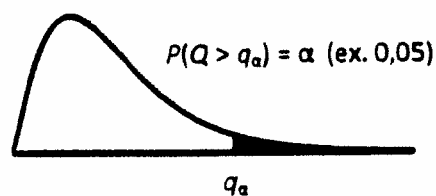
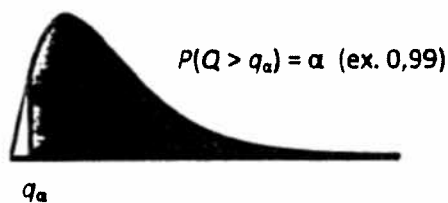
Vilket värde har  $q_\alpha$  om  $P(Q > q_\alpha) = \alpha$  där  $\alpha$  är en sannolikhet.

| v  | $\alpha = 0,999$ | 0,995  | 0,99   | 0,975  | 0,95   | 0,05   | 0,025  | 0,01   | 0,005  | 0,001  |
|----|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1  | 0,000            | 0,000  | 0,000  | 0,001  | 0,004  | 3,841  | 5,024  | 6,635  | 7,879  | 10,828 |
| 2  | 0,002            | 0,010  | 0,020  | 0,051  | 0,103  | 5,991  | 7,378  | 9,210  | 10,597 | 13,816 |
| 3  | 0,024            | 0,072  | 0,115  | 0,216  | 0,352  | 7,815  | 9,348  | 11,345 | 12,838 | 16,266 |
| 4  | 0,091            | 0,207  | 0,297  | 0,484  | 0,711  | 9,488  | 11,143 | 13,277 | 14,860 | 18,467 |
| 5  | 0,210            | 0,412  | 0,554  | 0,831  | 1,145  | 11,070 | 12,833 | 15,086 | 16,750 | 20,515 |
| 6  | 0,381            | 0,676  | 0,872  | 1,237  | 1,635  | 12,592 | 14,449 | 16,812 | 18,548 | 22,458 |
| 7  | 0,598            | 0,989  | 1,239  | 1,690  | 2,167  | 14,067 | 16,013 | 18,475 | 20,278 | 24,322 |
| 8  | 0,857            | 1,344  | 1,646  | 2,180  | 2,733  | 15,507 | 17,535 | 20,090 | 21,955 | 26,124 |
| 9  | 1,152            | 1,735  | 2,088  | 2,700  | 3,325  | 16,919 | 19,023 | 21,666 | 23,589 | 27,877 |
| 10 | 1,479            | 2,156  | 2,558  | 3,247  | 3,940  | 18,307 | 20,483 | 23,209 | 25,188 | 29,588 |
| 11 | 1,834            | 2,603  | 3,053  | 3,816  | 4,575  | 19,675 | 21,920 | 24,725 | 26,757 | 31,264 |
| 12 | 2,214            | 3,074  | 3,571  | 4,404  | 5,226  | 21,026 | 23,337 | 26,217 | 28,300 | 32,909 |
| 13 | 2,617            | 3,565  | 4,107  | 5,009  | 5,892  | 22,362 | 24,736 | 27,688 | 29,819 | 34,528 |
| 14 | 3,041            | 4,075  | 4,660  | 5,629  | 6,571  | 23,685 | 26,119 | 29,141 | 31,319 | 36,123 |
| 15 | 3,483            | 4,601  | 5,229  | 6,262  | 7,261  | 24,996 | 27,488 | 30,578 | 32,801 | 37,697 |
| 16 | 3,942            | 5,142  | 5,812  | 6,908  | 7,962  | 26,296 | 28,845 | 32,000 | 34,267 | 39,252 |
| 17 | 4,416            | 5,697  | 6,408  | 7,564  | 8,672  | 27,587 | 30,191 | 33,409 | 35,718 | 40,790 |
| 18 | 4,905            | 6,265  | 7,015  | 8,231  | 9,390  | 28,869 | 31,526 | 34,805 | 37,156 | 42,312 |
| 19 | 5,407            | 6,844  | 7,633  | 8,907  | 10,117 | 30,144 | 32,852 | 36,191 | 38,582 | 43,820 |
| 20 | 5,921            | 7,434  | 8,260  | 9,591  | 10,851 | 31,410 | 34,170 | 37,566 | 39,997 | 45,315 |
| 21 | 6,447            | 8,034  | 8,897  | 10,283 | 11,591 | 32,671 | 35,479 | 38,932 | 41,401 | 46,797 |
| 22 | 6,983            | 8,643  | 9,542  | 10,982 | 12,338 | 33,924 | 36,781 | 40,289 | 42,796 | 48,268 |
| 23 | 7,529            | 9,260  | 10,196 | 11,689 | 13,091 | 35,172 | 38,076 | 41,638 | 44,181 | 49,728 |
| 24 | 8,085            | 9,886  | 10,856 | 12,401 | 13,848 | 36,415 | 39,364 | 42,980 | 45,559 | 51,179 |
| 25 | 8,649            | 10,520 | 11,524 | 13,120 | 14,611 | 37,652 | 40,646 | 44,314 | 46,928 | 52,620 |
| 26 | 9,222            | 11,160 | 12,198 | 13,844 | 15,379 | 38,885 | 41,923 | 45,642 | 48,290 | 54,052 |
| 27 | 9,803            | 11,808 | 12,879 | 14,573 | 16,151 | 40,113 | 43,195 | 46,963 | 49,645 | 55,476 |
| 28 | 10,391           | 12,461 | 13,565 | 15,308 | 16,928 | 41,337 | 44,461 | 48,278 | 50,993 | 56,892 |
| 29 | 10,986           | 13,121 | 14,256 | 16,047 | 17,708 | 42,557 | 45,722 | 49,588 | 52,336 | 58,301 |
| 30 | 11,588           | 13,787 | 14,953 | 16,791 | 18,493 | 43,773 | 46,979 | 50,892 | 53,672 | 59,703 |
| 32 | 12,811           | 15,134 | 16,362 | 18,291 | 20,072 | 46,194 | 49,480 | 53,486 | 56,328 | 62,487 |
| 34 | 14,057           | 16,501 | 17,789 | 19,806 | 21,664 | 48,602 | 51,966 | 56,061 | 58,964 | 65,247 |
| 36 | 15,324           | 17,887 | 19,233 | 21,336 | 23,269 | 50,998 | 54,437 | 58,619 | 61,581 | 67,985 |
| 38 | 16,611           | 19,289 | 20,691 | 22,878 | 24,884 | 53,384 | 56,896 | 61,162 | 64,181 | 70,703 |
| 40 | 17,916           | 20,707 | 22,164 | 24,433 | 26,509 | 55,758 | 59,342 | 63,691 | 66,766 | 73,402 |
| 42 | 19,239           | 22,138 | 23,650 | 25,999 | 28,144 | 58,124 | 61,777 | 66,206 | 69,336 | 76,084 |
| 44 | 20,576           | 23,584 | 25,148 | 27,575 | 29,787 | 60,481 | 64,201 | 68,710 | 71,893 | 78,750 |
| 46 | 21,929           | 25,041 | 26,657 | 29,160 | 31,439 | 62,830 | 66,617 | 71,201 | 74,437 | 81,400 |
| 48 | 23,295           | 26,511 | 28,177 | 30,755 | 33,098 | 65,171 | 69,023 | 73,683 | 76,969 | 84,037 |
| 50 | 24,674           | 27,991 | 29,707 | 32,357 | 34,764 | 67,505 | 71,420 | 76,154 | 79,490 | 86,661 |

Forts. nästa sida

TABELL 4 forts.  $\chi^2$ -fördelningens kvantiler

| $\nu$ | $\alpha = 0,999$ | 0,995   | 0,99    | 0,975   | 0,95    | 0,05    | 0,025   | 0,01    | 0,005   | 0,001   |
|-------|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 55    | 28,173           | 31,735  | 33,570  | 36,398  | 38,958  | 73,311  | 77,380  | 82,292  | 85,749  | 93,168  |
| 60    | 31,738           | 35,534  | 37,485  | 40,482  | 43,188  | 79,082  | 83,298  | 88,379  | 91,952  | 99,607  |
| 65    | 35,362           | 39,383  | 41,444  | 44,603  | 47,450  | 84,821  | 89,177  | 94,422  | 98,105  | 105,988 |
| 70    | 39,036           | 43,275  | 45,442  | 48,758  | 51,739  | 90,531  | 95,023  | 100,425 | 104,215 | 112,317 |
| 75    | 42,757           | 47,206  | 49,475  | 52,942  | 56,054  | 96,217  | 100,839 | 106,393 | 110,286 | 118,599 |
| 80    | 46,520           | 51,172  | 53,540  | 57,153  | 60,391  | 101,879 | 106,629 | 112,329 | 116,321 | 124,839 |
| 85    | 50,320           | 55,170  | 57,634  | 61,389  | 64,749  | 107,522 | 112,393 | 118,236 | 122,325 | 131,041 |
| 90    | 54,155           | 59,196  | 61,754  | 65,647  | 69,126  | 113,145 | 118,136 | 124,116 | 128,299 | 137,208 |
| 95    | 58,022           | 63,250  | 65,898  | 69,925  | 73,520  | 118,752 | 123,858 | 129,973 | 134,247 | 143,344 |
| 100   | 61,918           | 67,328  | 70,065  | 74,222  | 77,929  | 124,342 | 129,561 | 135,807 | 140,169 | 149,449 |
| 120   | 77,755           | 83,852  | 86,923  | 91,573  | 95,705  | 146,567 | 152,211 | 158,950 | 163,648 | 173,617 |
| 150   | 102,113          | 109,142 | 112,668 | 117,985 | 122,692 | 179,581 | 185,800 | 193,208 | 198,360 | 209,265 |
| 200   | 143,843          | 152,241 | 156,432 | 162,728 | 168,279 | 233,994 | 241,058 | 249,445 | 255,264 | 267,541 |
| 300   | 229,963          | 240,663 | 245,972 | 253,912 | 260,878 | 341,395 | 349,874 | 359,906 | 366,844 | 381,425 |
| 400   | 318,260          | 330,903 | 337,155 | 346,482 | 354,641 | 447,632 | 457,305 | 468,724 | 476,606 | 493,132 |
| 500   | 407,947          | 422,303 | 429,388 | 439,936 | 449,147 | 553,127 | 563,852 | 576,493 | 585,207 | 603,446 |



① a)  $\bar{x} \pm 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$   $2316 \pm 1,96 \cdot \frac{2,04}{\sqrt{16}}$   
 $\approx [2315 ; 2317]$   
 $= 0,9996 \approx 1$

b)  $\bar{x} \pm 0,1$   $Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,1$   $1,96 \cdot \frac{2,04}{\sqrt{n}} = 0,1$   
 $1,96 \cdot \frac{2,04}{0,1} = \sqrt{n}$   $n = \left(1,96 \cdot \frac{2,04}{0,1}\right)^2$   
 $n = 1598,72$   $n > 1599$

②  $\bar{x} = 136$   $s = 24$ ,  $n = 50$   $\bar{x} \pm 1,96 \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

a)  $136 \pm 1,96 \cdot \frac{24}{\sqrt{50}}$   $136 \pm 6,652460597$   
 $[129,3475 ; 142,6524]$

b)  $5 = 1,96 \cdot \frac{24}{\sqrt{n}}$   $n = \left(\frac{1,96 \times 24}{5}\right)^2 = 88,5104$   
 $n \geq 89$

③  $H_0: \mu_1 = \mu_2$      $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

a) FÖRKASTA  $H_0$  OM  $t < t_{\alpha/2, (n_1+n_2-2)}$  ELLER  $t > t_{\alpha/2, (n_1+n_2-2)}$

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(9-1)(30) + (7-1)(32)}{9+7-2} =$$

$$= \frac{240 + 192}{14} = \frac{432}{14} = 30,85714286$$

$$S_p = \sqrt{30,85714286} = 5,554920599$$

$$\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{7}} = \sqrt{0,253968254} = 0,5039526307$$

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{50 - 40}{(5,554920599)(0,5039526307)} = \frac{10}{2,799416849} =$$

$$t = 3,572172542, \quad t_{0,025}(14) = 2,145$$

EFTERSOM  $t > t_{0,025}(14)$  FÖRKASTAS  $H_0$  ( $\alpha=0,05$ )

b) P-VÄRDET =  $2 \cdot P[t > t=3,572]$

ENLIGT TABELL 3.

$P[t > 3,572]$  LIGGER MELLAN 0,0025 OCH 0,0010

$$2 \cdot [0,0025] = 0,005 \quad ; \quad 2 \cdot [0,0010] = 0,0020$$

DET BETYDER ATT

P-VÄRDET LIGGER MELLAN 0,005 OCH 0,0020

5a)

|    | S1 | S2 | S3 | MINSTA NYTTAN |
|----|----|----|----|---------------|
| A1 | 30 | 15 | 10 | 10            |
| A2 | 10 | 25 | 28 | 10            |
| A3 | 5  | 5  | 5  | 5             |
| A4 | 10 | 10 | 10 | 10            |

a) MAXIMINKRITERIET:  
VÄLJ A1, ELLER A2, ELLER A4.

|    | S1 | S2 | S3 |    | S1 | S2 | S3 | MAXIMAL REGRET |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----------------|
| A1 | 30 | 15 | 10 | A1 | 0  | 10 | 18 | 18             |
| A2 | 10 | 25 | 28 | A2 | 20 | 0  | 0  | 20             |
| A3 | 5  | 5  | 5  | A3 | 25 | 20 | 23 | 25             |
| A4 | 10 | 10 | 10 | A4 | 20 | 15 | 18 | 20             |
|    | 30 | 25 | 28 |    |    |    |    |                |

MAX NYTTA

b) MINIMAX-REGRETKRITERIET: VÄLJ A1

4) a)  $H_0$ : DET INTE FINNS ETT BERÖENDE MELLAN KÖN OCH INSTÄLLNING TILL REKLAM-TV  
 $H_1$ : DET FINNS ETT BERÖENDE MELLAN KÖN OCH INSTÄLLNING TILL REKLAM-TV

b)

|    | M   | K  |     |
|----|-----|----|-----|
| P  | 70  | 60 | 130 |
| N  | 60  | 65 | 125 |
| VE | 20  | 25 | 45  |
|    | 150 | 15 | 300 |

t. ex.  $65 = \frac{150 \times 130}{300}$  OSV.

FÖRKASTA  $H_0$  OM

$$\chi^2 > \chi^2_{\alpha, (k-1)(r-1)} = \chi^2_{0,05, (2)(2)} = 5,991$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E} = \frac{(70-65)^2}{65} + \dots + \frac{(25-22,5)^2}{22,5} = 1,5246$$

EFTERSOM  $\chi^2 = 1,5246 < \chi^2_{0,05, (2)} = 5,991$   $H_0$  EJ FÖRKASTAS.

DET INTE GICK ATT PÅVISA VAD DET STÅR UNDER  $H_1$ .

5



Stockholms  
universitet

Statistiska institutionen

## Rättningsblad

**Datum:** 3/2-2016

**Sal:** Ugglevikssalen

**Tenta:** Statistikens grunder 2

**Kurs:** Statistikens grunder

**ANONYMKOD:**

SGK-0014

Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

**OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN**

Markera besvarade uppgifter med kryss

| 1        | 2   | 3   | 4   | 5   | 6 | 7 | 8 | 9 | Antal inl. blad |
|----------|-----|-----|-----|-----|---|---|---|---|-----------------|
| X        | X   | X   | X   | X   |   |   |   |   | 6               |
| Lär.ant. |     |     |     |     |   |   |   |   |                 |
| 20p      | 20p | 15p | 20p | 20p |   |   |   |   |                 |

| POÄNG | BETYG | Lärarens sign. |
|-------|-------|----------------|
| 95p   | A     | RC             |

a) 20 p

UPPGIFT 1

$$n = 16 \quad \sigma = 2,04 \quad \bar{x} = 2316$$

$$\alpha = 0,05$$

a)

$$\alpha/2 = 0,025$$

$$z_{\alpha/2} = z_{0,025} = 1,96$$

$$2316 \pm 1,96 \cdot \frac{2,04}{\sqrt{16}} \quad R$$

Konf-intervall

$$\Rightarrow 2316 \pm 0,9996$$

$$\Rightarrow [2315,0004 ; 2316,9996] \quad R$$

På signifikansnivå 5%

ligger  $\mu$  i konfidenzintervallet ovan  $\uparrow$ .

Det vill säga, det förväntade värdet  $\mu$

ligger mellan 2315,0004 och 2316,9996. R

$$b) \quad \bar{x} \pm 0,1 \Rightarrow 0,1 = 1,96 \cdot \frac{2,04}{\sqrt{n}} \quad (\text{lös efter } n)$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1,96 \cdot 2,04}{0,10}$$

$$\Rightarrow n = \left( \frac{1,96 \cdot 2,04}{0,10} \right)^2$$

$$\Rightarrow n = 1598,7202596$$

$$\text{Svar: } n \geq 1599 \quad R$$

2) 208

UPPGIFT 2

$$n = 50 \quad \bar{x} = 136 \quad s = 24$$

$$\alpha = 0,05$$

$$\alpha/2 = 0,025$$

$$z_{\alpha/2} = z_{0,025} = 1,96$$

a)

$$136 \pm 1,96 \cdot \frac{24}{\sqrt{50}}$$

$$\Rightarrow 136 \pm 6,652460597 \approx 136 \pm 6,6525$$

$$\text{konf.-intervall: } [129,3475 ; 142,6525]$$

b)

$$\text{om } \sigma = 24$$

$$\bar{x} \pm 5 \quad \rightarrow \quad 5 = 1,96 \cdot \frac{24}{\sqrt{n}} \quad (\text{lös efter } n)$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1,96 \cdot 24}{5}$$

$$\Rightarrow n = \left( \frac{1,96 \cdot 24}{5} \right)^2$$

$$\Rightarrow n = 88,510464$$

$$\text{Svar: } n \geq 89$$



## UPPGIFT 3

a)

$$n_1 = 9$$

$$n_2 = 7$$

$$\bar{x}_1 = 50$$

$$\bar{x}_2 = 40$$

$$s_1^2 = 30$$

$$s_2^2 = 32$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$\alpha = 0,05$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

$$\alpha/2 = 0,025$$

$$\text{f.g.} = (n_1 + n_2 - 2) = 9 + 7 - 2 = 14$$

Förkasta  $H_0$  om  
eller om

$$t > t_{\alpha/2, (n_1 + n_2 - 2)} = 2,145$$

$$t < -t_{\alpha/2, (n_1 + n_2 - 2)} = -2,145$$

$$s_p^2 = \frac{8 \cdot 30 + 6 \cdot 32}{14} = 30,85714286 \approx 30,8571$$

$$t = \frac{50 - 40 - 0}{\sqrt{30,8571 \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{7}\right)}} = 3,572175022 \approx 3,5721$$

Eftersom  $t = 3,5721 > 2,145$ förkastar vi  $H_0$  på sign.-nivå 5%.

(Uppgift 3 b) nästa blad →)

a) 15p

UPPGIFT 3 (b)

FEL METOD

b) P-värdet:  $2 \cdot P(Z > 3,5721)$   
 $2 \cdot [1 - P(Z \leq 3,5721)]$   
 $2 \cdot [1 - \Phi(3,57)]$   
 $2 \cdot [1 - 0,99982]$   
 $2 \cdot 0,00018 = 0,00036$

b) Op

4) 20p

UPPGIFT 4

| K   | $O_n$ | $O_k$ | R   |
|-----|-------|-------|-----|
| Pos | 70    | 60    | 130 |
| Neg | 60    | 65    | 125 |
| ve. | 20    | 25    | 45  |
| C   | 150   | 150   | 300 |

- a)  $H_0$ : Det finns inget samband mellan kön och inställning till TV
- $H_1$ : Det finns ett samband mellan kön och inställning till TV

b)  $\alpha = 0,05$

$$f_{gr} = (R-1)(C-1)$$

$$= (3-1)(2-1) = 2$$

$$E_{ij} = \frac{R \cdot C}{n} \Rightarrow \begin{array}{l} E_{11} = 65 \quad E_{12} = 65 \\ E_{21} = 62,5 \quad E_{22} = 62,5 \\ E_{31} = 22,5 \quad E_{32} = 22,5 \end{array}$$

Förkasta  $H_0$  om  $\chi^2 > \chi^2_{0,05(2)} = 5,991$ 

$$\chi^2 = \frac{(70-65)^2}{65} + \frac{(60-65)^2}{65} + \frac{(60-62,5)^2}{62,5} + \frac{(65-62,5)^2}{62,5}$$

$$+ \frac{(20-22,5)^2}{22,5} + \frac{(25-22,5)^2}{22,5} = 1,524786325$$

$$\approx 1,524$$

Eftersom  $\chi^2 = 1,524 < 5,991$ kan vi inte förkasta  $H_0$ .

5) 20p

UPPGIFT 5

"Minsta nyttan"

| a) | S1 | S2 | S3 |    |
|----|----|----|----|----|
| A1 | 30 | 15 | 10 | 10 |
| A2 | 10 | 25 | 28 | 10 |
| A3 | 5  | 5  | 5  | 5  |
| A4 | 10 | 10 | 10 | 10 |

Enligt maximinkriteriet skall man välja det alternativ med störst "minsta nyttan",

I detta fall är den största "minsta nyttan"

samma för A1, A2 och A4 (10). Förtagsledningen

bör därför vara indifferant mellan dessa alternativ.

"Maxregret"

| b) | S1 | S2 | S3 |    |
|----|----|----|----|----|
| A1 | 0  | 10 | 18 | 18 |
| A2 | 20 | 0  | 0  | 20 |
| A3 | 25 | 20 | 23 | 25 |
| A4 | 20 | 15 | 18 | 20 |

Enligt minimax-regretkriteriet skall man välja det alternativ med minst "maxregret". I detta

fall är den minsta "maxregret" 18 och

förtaget bör därför välja A1

3



Stockholms  
universitet

Statistiska institutionen

## Rättningsblad

**Datum:** 3/2-2016

**Sal:** Ugglevikssalen

**Tenta:** Statistikens grunder 2

**Kurs:** Statistikens grunder

**ANONYMKOD:**

SGK-0022

Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

**OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN**

Markera besvarade uppgifter med kryss

| 1        | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7 | 8 | 9 | Antal inl. blad |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|---|---|---|-----------------|
| X        | X   | X   | X   | X   |     |   |   |   | 3               |
| Lär.ant. | 20p | 20p | 11p | 20p | 20p |   |   |   |                 |

|       |       |                |
|-------|-------|----------------|
| POÄNG | BETYG | Lärarens sign. |
| 91 p  | A     | RC             |

1) 20 p

$$1. a) Z_{0,05/2} = Z_{0,025} = 1,96$$

$$\bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2316 \pm 1,96 \times \frac{2,04}{\sqrt{16}} = 2316 \pm 1,96 \times 0,51 =$$

$$= 2316 \pm 0,9996 \approx 2316 \pm 1$$

Svar:  $[2315 : 2317]$  R

$$b) 1,96 \times \frac{2,04}{\sqrt{n}} = 0,1 \quad 1,96 \times \frac{2,04}{0,1} = \sqrt{n}$$

$$\sqrt{n} = 39,984 \quad n = (\sqrt{n})^2 = 39,984^2 = 1598,72 \approx 1599$$

Svar:  $n \geq 1599$  R

$$2. a) \bar{x} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 136 \pm 1,96 \times \frac{24}{\sqrt{50}} = 136 \pm 1,96 \times \frac{24}{7,07} =$$

$$= 136 \pm 1,96 \times 3,3946 = 136 \pm 6,6534 \approx 6,65$$

Svar:  $[129,35 : 142,65]$  R

$$b) 1,96 \times \frac{24}{\sqrt{n}} = 5 \quad 1,96 \times \frac{24}{5} = \sqrt{n}$$

$$\sqrt{n} = 9,408 \quad n = (\sqrt{n})^2 = 9,408^2 = 88,51 \approx 89$$

Svar:  $n \geq 89$  R

2) 20 p

3) 11p

3. a)  $H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

$T_{\alpha/2, n} = T_{0,025(14)} = 2,145$

$\bar{x}_1 = 50$

$\bar{x}_2 = 40$

$S_1 = 30$

$S_2 = 32$

$n_1 = 9$

$n_2 = 7$

$df = 16 - 2 = 14$

$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - 0}{\text{Sp} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{50 - 40}{\text{Sp} \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{7}}} = \frac{10}{\text{Sp} \sqrt{0,253968}}$

$= \frac{10}{30,873 \times 0,503968} = \frac{10}{15,56} = 0,64267$

F - 2p

$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1) \times S_1^2 + (n_2 - 1) \times S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(8 \times 30^2) + (6 \times 32^2)}{9 + 7 - 2}$

$= \frac{7200 + 6144}{14} = \frac{13344}{14} = 953,14$

$T = 0,64267 < T_{0,025(14)}$

$S_p = \sqrt{S_p^2} = \sqrt{953,14} = 30,873$

F - 2p

a) 11p  
Svar:  $H_0$  kan inte förkastas  $\mu_1$  och  $\mu_2$  är olika.

b) p-värde  $= 2 \times P(Z > 0,64) = 2 [1 - \Phi(0,64)] =$   
 $= 2 [1 - 0,73891] = 2 \times 0,26109 =$   
 $= 0,52218$

b) 0p

4) 20p

4. a)  $H_0$ : Finns inget beroende mellan kön/inställning  
 $H_1$ : Finns ett beroende mellan kön/inställning

|          | Män       | Kvinnor   |     |
|----------|-----------|-----------|-----|
| Positiva | 70 (65)   | 60 (65)   | 130 |
| Negativa | 60 (62,5) | 65 (62,5) | 125 |
| Vet ej   | 20 (22,5) | 25 (22,5) | 45  |
|          | 150       | 150       | 300 |

$\frac{150 \times 30}{300} = 65$   
 $\frac{150 \times 125}{300} = 62,5$   
 $\frac{150 \times 45}{300} = 22,5$

$$\chi^2 = \frac{5^2}{65} + \frac{2,5^2}{62,5} + \frac{2,5^2}{22,5} + \frac{5^2}{65} + \frac{2,5^2}{62,5} + \frac{2,5^2}{22,5} = 1,536$$

$$\chi^2_{0,05(2)} = 5,991 \quad \chi^2 < \chi^2_{0,05(2)}$$

Svar:  $H_0$  förkastas INTE. Finns inget beroende.

|    | S1    | S2    | S3    | Maximin | Minimax-regret |
|----|-------|-------|-------|---------|----------------|
| A1 | 30/0  | 15/10 | 10/16 | 10      | 16             |
| A2 | 10/20 | 25/0  | 28/0  | 10      | 20             |
| A3 | 5/15  | 5/20  | 5/25  | 5       | 25             |
| A4 | 10/20 | 10/15 | 10/16 | 10      | 20             |

b) Svar: Enligt minimax-regretkriteriet ska A1 väljas.

Svar: Maximin-kriteriet väljer A1  
A2 och A4 väljer endast bort A3.

5) 20p