



Stockholms
universitet

Statistiska institutionen

Raul Cano

SKRIVNINGSDATUM: 2015-02-05

Skriftlig tentamen i **Statistikens grunder 2** (6 hp), ingående som moment 3 i kursen **Statistikens grunder, GN, 15 hp**.

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Miniräknare. Vidhäftade formel- och tabellblad (obs! vidhäftas endast de tabellsidor som behövs för den här tentamen).

Tentamensgenomgång och återlämning: Torsdagen den 19 februari, kl. 18.00 i B319.

Därefter kan skrivningarna hämtas på studentexpeditionen, plan 7 i B-huset.

Tentamen består av fem uppgifter som kan ge totalt 100 poäng. För betyget A gäller 90-100 p., för betyget B gäller 80-89 p., för betyget C gäller 70-79 p., för betyget D gäller 60-69 p., för betyget E gäller 50-59 p., för betyget Fx gäller 40-49 p. och för betyget F gäller 0-39 p. För detaljerade betygsgränser se kursbeskrivningen på kurshemsidan.

För full poäng på en uppgift krävs fullständiga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1: (20 poäng)

a). Livslängden för en viss typ av elektriska komponenter kan antas variera som en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärdet μ (timmar) och standardavvikelsen σ (timmar). För att uppskatta värdet på μ skall man från en mycket stor produktionsserie helt slumpmässigt välja ut n komponenter. Hur stort stickprov krävs om man vill bilda ett 90% konfidensintervall för μ som: $\bar{x} \pm 25$? Från tidigare undersökningar vet man att σ är 150 (timmar). (10 p.)

b). Man har gjort tre oberoende observationer på en normalfördelad stokastisk variabel med okänt väntevärde μ och okänd varians σ^2 . Resultat: 4 2 3.

Testa att $\mu > 2$. Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 5%. Vilken blir din slutsats? (10 p.)

Uppgift 2: (20 poäng)

Vid en brand hos en import firma vattenskadades en ökad andel p av förpackningarna på det stora varulagret. För att testa hypotesen att p är större än 0,10 valde man helt slumpmässigt ut 100 förpackningar och det visade sig att 16 av dessa hade vattenskadade.

a). Testa hypotesen. Använd risknivån 2,5 % ($\alpha = 0,025$). Vilken blir din slutsats? (10 p.)

b). Beräkna p-värdet i samband med ovanstående hypotesprövning. (10 p.)

Uppgift 3: (20 poäng)

Man vill testa två olika metoder att bli av med övervikt. Den ena (A) går ut på att låta försökspersonerna äta och dricka som förut, samtidigt som de utsätts för regelbunden motion. Den andra (B) går ut på att låta försökspersonerna leva som förut med den enda skillnaden att man drar in på kaloritillförseln. Man har 18 personer till förfogande, och dessa har vid försökets början ungefär samma övervikt. De delas med slumpens hjälp in i två lika stora grupper, en för behandling med metod A, en för behandling med metod B. Behandlingen pågår i tio veckor, och efteråt kan man avläsa följande resultat m.a.p. viktreducering:

Metod A:	9	11	9	10	13	13	10	12	12
Metod B:	7	8	7	8	13	9	12	8	9

- a). Testa på signifikansnivån 1 % om metoderna kan anses ha samma viktreducerande effekt. (15 p.)
b). Ange också de förutsättningar som behövs för att analysen skall vara giltig. (5 p.)

Uppgift 4: (20 poäng)

Vid 96 kast med en tärning erhöles följande antal ettor, tvåor, etc: 15, 7, 9, 20, 26, 19. Pröva på 5% signifikansnivå om tärningen kan antas vara symmetrisk. (20 p.)

Uppgift 5: (20 poäng)

Låt oss anta följande beslutsmatris (kapitel 19 i kompendiet):

Naturtillstånden			
Handlingsalternativ	S1	S2	S3
A1	3	4	11
A2	4	9	8
A3	6	6	6
A4	5	3	1

- a) Bestäm med hjälp av Laplacekriteriet vilket handlingsalternativ man bör välja. (10 p.)
b) Anta att sannolikheterna för att de möjliga naturtillstånden inträffar är 0.3, 0.2 respektive 0.5 för S1, S2 respektive S3 och bestäm vilket handlingsalternativ man bör välja. (10 p.)

Räknerregler för väntevärden och varianser (a , b och c är konstanter och X och Y är stokastiska variabler)

$$E(c) = c$$

$$V(c) = 0$$

$$E(X + c) = E(X) + c$$

$$V(X + c) = V(X)$$

$$E(aX) = aE(X)$$

$$V(aX) = a^2V(X)$$

$$E(aX + bY + c) = aE(X) + bE(Y) + c \quad V(aX + bY + c) = a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X, Y)$$

Ändlighetskorrektions: $\frac{N-n}{N-1}$

Stickprovsvarians: $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2)$

Stickprovskovarians: $s_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y})$

Binomialfördelningen: $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$

Poissonfördelningen: $f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$

Diverse konfidensintervall och enkelsidiga testvariabler ($f.g.$ = frihetsgrader):

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \geq z_{\alpha}$$

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \geq t_{\alpha}^{(f.g.)}$$

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \geq z_{\alpha}$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \geq z_{\alpha}$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)} \cdot s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{S_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \geq t_{\alpha}^{(f.g.)}$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} \geq z_{\alpha}$$

Forts. konfidensintervall och enkelsidiga testvariabler ($f.g.$ = frihetsgrader):

$$\bar{d} \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)} \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

$$T = \frac{\bar{D} - 0}{S_D/\sqrt{n}} \geq t_{\alpha}^{(f.g.)}$$

$$\frac{y}{n} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{(y/n)(1-y/n)/n}$$

$$Z = \frac{Y/n - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}} \geq z_{\alpha}$$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

$$Z = \frac{Y_1/n_1 - Y_2/n_2 - 0}{\sqrt{\left(\frac{Y_1+Y_2}{n_1+n_2}\right)\left(1-\frac{Y_1+Y_2}{n_1+n_2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \geq z_{\alpha}$$

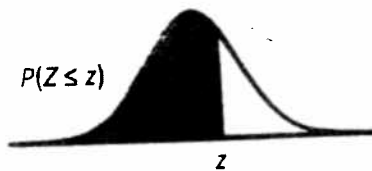
$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n\pi_i)^2}{n\pi_i} \geq \chi_{\alpha}^2(f.g.)$$

$$\chi^2 = \sum \sum \frac{(n_{ij} - n_i \cdot n_j / n)^2}{n_i \cdot n_j / n} \geq \chi_{\alpha}^2(f.g.)$$

TABELL 1. Normalfördelningen, standardiserad

$\Phi(z) = P(Z \leq z)$ där $Z \in N(0, 1)$.

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$.

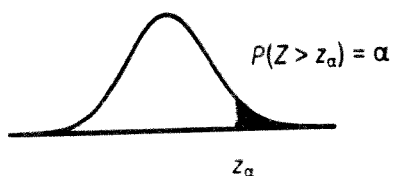


z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

TABELL 2. Normalfördelningens kvantiler, standardiserad

$Z \in N(0, 1)$. Vilket värde har z_α om $P(Z > z_\alpha) = \alpha$ där α är en given sannolikhet.

Utnyttja även $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ för $P(Z \leq -z_\alpha)$.

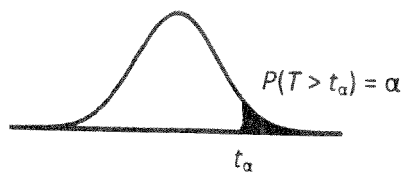


α	z_α
0,1	1,2816
0,05	1,6449
0,025	1,9600
0,010	2,3263
0,005	2,5758
0,0025	2,8070
0,0010	3,0902
0,0005	3,2905
0,00025	3,4808
0,00010	3,7190
0,00005	3,8906
0,000025	4,0556
0,000010	4,2649
0,000005	4,4172

TABELL 3. t -fördelningens kvantiler

$T \in t(v)$ där v = antal frihetsgrader.

Vilket värde har t_α om $P(T > t_\alpha) = \alpha$ där α är en given sannolikhet. Utnyttja även $P(T \leq -t_\alpha) = P(T > t_\alpha)$.



v	$\alpha = 0,1$	0,05	0,025	0,010	0,005	0,0025	0,0010	0,0005
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	127,321	318,309	636,619
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,327	31,599
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,215	12,924
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,768
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
35	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724	2,996	3,340	3,591
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
45	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690	2,952	3,281	3,520
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496
55	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668	2,925	3,245	3,476
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
65	1,295	1,669	1,997	2,385	2,654	2,906	3,220	3,447
70	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	2,899	3,211	3,435
75	1,293	1,665	1,992	2,377	2,643	2,892	3,202	3,425

Forts. nästa sida

TABELL 3 forts. t-fördelningens kvantiler

v	$\alpha = 0,1$	0,05	0,025	0,010	0,005	0,0025	0,0010	0,0005
80	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	2,887	3,195	3,416
85	1,292	1,663	1,988	2,371	2,635	2,882	3,189	3,409
90	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	2,878	3,183	3,402
95	1,291	1,661	1,985	2,366	2,629	2,874	3,178	3,396
100	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	2,871	3,174	3,390
125	1,288	1,657	1,979	2,357	2,616	2,858	3,157	3,370
150	1,287	1,655	1,976	2,351	2,609	2,849	3,145	3,357
175	1,286	1,654	1,974	2,348	2,604	2,843	3,137	3,347
200	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	2,839	3,131	3,340
300	1,284	1,650	1,968	2,339	2,592	2,828	3,118	3,323
400	1,284	1,649	1,966	2,336	2,588	2,823	3,111	3,315
500	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586	2,820	3,107	3,310
1000	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581	2,813	3,098	3,300
2000	1,282	1,646	1,961	2,328	2,578	2,810	3,094	3,295
3000	1,282	1,645	1,961	2,328	2,577	2,809	3,093	3,294
4000	1,282	1,645	1,961	2,327	2,577	2,809	3,092	3,293
5000	1,282	1,645	1,960	2,327	2,577	2,808	3,092	3,292

TABELL 4. χ^2 -fördelningens kvantiler

$Q \in \chi^2(v)$ där v = antal frihetsgrader.

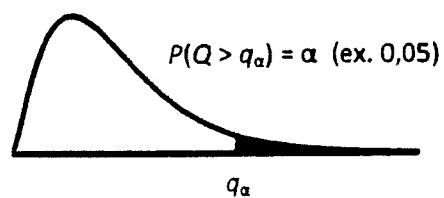
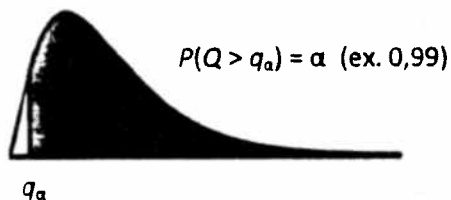
Vilket värde har q_α om $P(Q > q_\alpha) = \alpha$ där α är en sannolikhet.

v	$\alpha = 0,999$	0,995	0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
1	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	0,002	0,010	0,020	0,051	0,103	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	0,024	0,072	0,115	0,216	0,352	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
4	0,091	0,207	0,297	0,484	0,711	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467
5	0,210	0,412	0,554	0,831	1,145	11,070	12,833	15,086	16,750	20,515
6	0,381	0,676	0,872	1,237	1,635	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458
7	0,598	0,989	1,239	1,690	2,167	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322
8	0,857	1,344	1,646	2,180	2,733	15,507	17,535	20,090	21,955	26,124
9	1,152	1,735	2,088	2,700	3,325	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877
10	1,479	2,156	2,558	3,247	3,940	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588
11	1,834	2,603	3,053	3,816	4,575	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264
12	2,214	3,074	3,571	4,404	5,226	21,026	23,337	26,217	28,300	32,909
13	2,617	3,565	4,107	5,009	5,892	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528
14	3,041	4,075	4,660	5,629	6,571	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123
15	3,483	4,601	5,229	6,262	7,261	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697
16	3,942	5,142	5,812	6,908	7,962	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252
17	4,416	5,697	6,408	7,564	8,672	27,587	30,191	33,409	35,718	40,790
18	4,905	6,265	7,015	8,231	9,390	28,869	31,526	34,805	37,156	42,312
19	5,407	6,844	7,633	8,907	10,117	30,144	32,852	36,191	38,582	43,820
20	5,921	7,434	8,260	9,591	10,851	31,410	34,170	37,566	39,997	45,315
21	6,447	8,034	8,897	10,283	11,591	32,671	35,479	38,932	41,401	46,797
22	6,983	8,643	9,542	10,982	12,338	33,924	36,781	40,289	42,796	48,268
23	7,529	9,260	10,196	11,689	13,091	35,172	38,076	41,638	44,181	49,728
24	8,085	9,886	10,856	12,401	13,848	36,415	39,364	42,980	45,559	51,179
25	8,649	10,520	11,524	13,120	14,611	37,652	40,646	44,314	46,928	52,620
26	9,222	11,160	12,198	13,844	15,379	38,885	41,923	45,642	48,290	54,052
27	9,803	11,808	12,879	14,573	16,151	40,113	43,195	46,963	49,645	55,476
28	10,391	12,461	13,565	15,308	16,928	41,337	44,461	48,278	50,993	56,892
29	10,986	13,121	14,256	16,047	17,708	42,557	45,722	49,588	52,336	58,301
30	11,588	13,787	14,953	16,791	18,493	43,773	46,979	50,892	53,672	59,703
32	12,811	15,134	16,362	18,291	20,072	46,194	49,480	53,486	56,328	62,487
34	14,057	16,501	17,789	19,806	21,664	48,602	51,966	56,061	58,964	65,247
36	15,324	17,887	19,233	21,336	23,269	50,998	54,437	58,619	61,581	67,985
38	16,611	19,289	20,691	22,878	24,884	53,384	56,896	61,162	64,181	70,703
40	17,916	20,707	22,164	24,433	26,509	55,758	59,342	63,691	66,766	73,402
42	19,239	22,138	23,650	25,999	28,144	58,124	61,777	66,206	69,336	76,084
44	20,576	23,584	25,148	27,575	29,787	60,481	64,201	68,710	71,893	78,750
46	21,929	25,041	26,657	29,160	31,439	62,830	66,617	71,201	74,437	81,400
48	23,295	26,511	28,177	30,755	33,098	65,171	69,023	73,683	76,969	84,037
50	24,674	27,991	29,707	32,357	34,764	67,505	71,420	76,154	79,490	86,661

Forts. nästa sida

TABELL 4 forts. χ^2 -fördelningens kvantiler

ν	$\alpha = 0,999$	0,995	0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
55	28,173	31,735	33,570	36,398	38,958	73,311	77,380	82,292	85,749	93,168
60	31,738	35,534	37,485	40,482	43,188	79,082	83,298	88,379	91,952	99,607
65	35,362	39,383	41,444	44,603	47,450	84,821	89,177	94,422	98,105	105,988
70	39,036	43,275	45,442	48,758	51,739	90,531	95,023	100,425	104,215	112,317
75	42,757	47,206	49,475	52,942	56,054	96,217	100,839	106,393	110,286	118,599
80	46,520	51,172	53,540	57,153	60,391	101,879	106,629	112,329	116,321	124,839
85	50,320	55,170	57,634	61,389	64,749	107,522	112,393	118,236	122,325	131,041
90	54,155	59,196	61,754	65,647	69,126	113,145	118,136	124,116	128,299	137,208
95	58,022	63,250	65,898	69,925	73,520	118,752	123,858	129,973	134,247	143,344
100	61,918	67,328	70,065	74,222	77,929	124,342	129,561	135,807	140,169	149,449
120	77,755	83,852	86,923	91,573	95,705	146,567	152,211	158,950	163,648	173,617
150	102,113	109,142	112,668	117,985	122,692	179,581	185,800	193,208	198,360	209,265
200	143,843	152,241	156,432	162,728	168,279	233,994	241,058	249,445	255,264	267,541
300	229,963	240,663	245,972	253,912	260,878	341,395	349,874	359,906	366,844	381,425
400	318,260	330,903	337,155	346,482	354,641	447,632	457,305	468,724	476,606	493,132
500	407,947	422,303	429,388	439,936	449,147	553,127	563,852	576,493	585,207	603,446



LÖSNINGAR / STATISTIKENS GRUNDER 2 / 2015-02-05

1a) $\alpha = 0,10$ $\alpha/2 = 0,05$ $z_{\alpha/2} = z_{0,05} = 1,6449$

$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 25$ $\frac{z_{\alpha/2}^2 \cdot \sigma^2}{(25)^2} = (\sqrt{n})^2 = n$

$n = \frac{(1,6449)^2 \cdot (150)^2}{(25)^2} = \frac{(2,70569601)(22500)}{625} =$

$= n = 97,40505636$ SVAR $n \geq 98$

1b) $\bar{x} = \frac{4+2+3}{3} = \frac{9}{3} = 3$ $s^2 = \frac{(4-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2}{2} =$

$= \frac{1^2 + (-1)^2 + 0}{2} = \frac{2}{2} = 1 = s^2$

$H_0: \mu \leq 2$ $H_1: \mu > 2$ FÖRKASTA H_0 OM $t > t_{\alpha(n-1)}$

$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{3-2}{1/\sqrt{3}} = \sqrt{3} \cdot 1 = 1,7320508$ $t_{\alpha(n-1)} = t_{0,05(2)} = 2,92$

EFTERSOM $t = 1,7320508 < 2,92$ H_0 INTE FÖRKASTAS.

2a) $H_0: p \leq 0,10$ $H_1: p > 0,10$ FÖRKASTA H_0 OM $Z > Z_{\alpha}$

$n = 100$ $\hat{p} = \frac{16}{100} = 0,16$ $\alpha = 0,025$ $Z_{\alpha} = 1,96$

$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0,16 - 0,10}{\sqrt{\frac{0,10(0,90)}{100}}} = \frac{0,06}{\sqrt{\frac{0,09}{100}}} = \frac{0,06}{\sqrt{0,0009}} = \frac{0,06}{0,03} = 2$

EFTERSOM $Z = 2 > Z_{\alpha} = 1,96$ H_0 FÖRKASTAS

2b) p-VÄRDET = $P(Z > z) = P(Z > 2) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0,97725 = 0,02275$

$$3a) \bar{X}_1 = \frac{99}{9} = 11 \quad \bar{X}_2 = \frac{81}{9} = 9 \quad S_1^2 = \frac{20}{8} = 2,5$$

$$S_2^2 = \frac{36}{8} = 4,5 \quad n_1 + n_2 - 2 = 18 - 2 = 16 \quad S_p^2 = \frac{56}{16} = 3,5$$

$$S_p = 1,870828693 \quad t = \frac{11 - 9}{S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{9}}} = 2,267786838$$

H_0 : METODERNA HAR
SAMMA EFFEKT

H_1 : METODERNA HAR INTE
SAMMA EFFEKT

$$\alpha = 0,01$$

$$\alpha/2 = 0,005$$

$$\mu_1 = \mu_2$$

$$\mu_1 \neq \mu_2$$

FÖRKASTA H_0 OM $t < -t_{\alpha/2}(16)$ ELLER $t > t_{\alpha/2}(16) = 2,921$

EFTERSOM $t \notin -t_{\alpha/2}(16)$ OCH $t \notin t_{\alpha/2}(16)$ H_0 EJ FÖRKASTAS

3b) SE KURSLITTERATUR

4) $H_0: p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = \frac{1}{6}$ H_1 : EJ SYMMETRISK TÄRNING
(SYMMETRISK TÄRNING) $n = 96$

O_i	p_i	$n \cdot p_i$	$(O_i - E_i)^2$	FÖRKASTA H_0 OM $\chi^2 > \chi_{\alpha}^2(k-1)$
15	$\frac{1}{6}$	16	1	$\chi^2 = \frac{256}{16} = 16$ $\chi_{0,05}^2(6-1) = 11,070$ EFTERSOM $\chi^2 > \chi_{\alpha}^2(k-1)$ H_0 FÖRKASTAS TÄRNINGEN KAN INTE ANTAS VARA SYMMETRISK
7	$\frac{1}{6}$	16	81	
9	$\frac{1}{6}$	16	49	
20	$\frac{1}{6}$	16	16	
26	$\frac{1}{6}$	16	100	
19	$\frac{1}{6}$	16	9	

5a) $3(\frac{1}{3}) + 4(\frac{1}{3}) + 11(\frac{1}{3}) = 6$
 $4(\frac{1}{3}) + 9(\frac{1}{3}) + 8(\frac{1}{3}) = 7 \leftarrow$ VÄLJ A_2
 $6(\frac{1}{3}) + 6(\frac{1}{3}) + 6(\frac{1}{3}) = 6$
 $5(\frac{1}{3}) + 3(\frac{1}{3}) + 1(\frac{1}{3}) = 3$

5b) $3(0,3) + 4(0,2) + 11(0,5) = 7,2 \leftarrow$ VÄLJ A_1
 $4(0,3) + 9(0,2) + 8(0,5) = 7$
 $6(0,3) + 6(0,2) + 6(0,5) = 6$
 $5(0,3) + 3(0,2) + 1(0,5) = 2,6$

4/14



Stockholms
universitet

Statistiska institutionen

Rättningsblad

Datum: 5/2-2015

Sal: Brunnsvikssalen

Tenta: Statistikens grunder II

Kurs: Statistikens grunder

ANONYMKOD:

SGO-0022

Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					5
Lär.ant.	20p	18p	11p	18p	20p				

145

POÄNG

87

BETYG

B

Lärarens sign.

RC

1) 20p

Uppgift 1

a)

$$\bar{x} \pm 1,6449 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x} \pm 1,6449 \frac{150}{\sqrt{n}}$$

$\sigma = 150$
 $\bar{x} \pm 25$
 90% Konfidensintervall
 ger oss ett värde
 på $z = 1,6449$

$$n = \left(\frac{1,6449 \cdot 150}{25} \right)^2 = \left(\frac{246,735}{25} \right)^2 = 97,40505$$

Svar: Vi behöver ett stickprov på 97 för att få $\bar{x} \pm 25$ dvs $n = 97$

R
 1a) 10p

b) ~~okänd σ^2 μ~~

$$\bar{x} = \frac{1}{3} (4+2+3) = 3$$

$$s^2 = \frac{1}{2} [(4-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2] = 1$$

$t = (n-1) = 2$ frihetsgrader α en sign-nivå på 5% ger oss ett t-värde på 2,920

hypoteser $H_0: \mu \leq 2$ $H_1: \mu > 2$

testvariabel $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$

beslutsregel: Förförkasta H_0 om $t > 2,920$

resultat $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{3-2}{1/\sqrt{3}} = \frac{1}{0,57735} = 1,73205$

Slutsats: vi förförkastar inte H_0 då 1,73205 inte är större än 2,920

1b) 10p

2) 18p

uppgift 2 a)

$$\underline{Z\text{-värde} = 1,96} \quad R$$

$$\begin{aligned} \hat{p} &= 0,16 \\ p_0 &= 0,10 \\ n &= 16 \end{aligned}$$

$$\text{hypotes } H_0: p_0 \leq 0,10 \quad H_1: p_0 > 0,10$$

$$\text{testvariabel } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$$

beslutsregel: Förförkasta H_0 om $Z > 1,96$

$$\text{Resultat } Z = \frac{0,16 - 0,10}{\sqrt{0,10(1-0,10)/16}} = F(-2p)$$

$$= Z \frac{0,06}{\sqrt{0,10 \times 0,9/4}} = \frac{0,06}{0,025} = 2,6667$$

2a) 8p

Slutsats: Vi förförkastar H_0 då $2,6667 > 1,96$

$$\begin{aligned} b) \quad P(Z = 2,6667) &= 1 - \Phi(2,6667) = \\ &= 1 - 0,99621 = 0,00379 \end{aligned}$$

} R =

2b) 10p

3) 1 1 p

uppgift 3

Metod A 9 11 9 10 13 13 10 12 12

Metod B 7 8 7 8 13 9 12 8 9

$$\bar{X} = \frac{1}{9} (9 + 11 + 9 + 10 + 13 + 13 + 10 + 12 + 12) = 11 \quad R \quad n_x = 9$$

$$S_x^2 = \frac{1}{8} [(9-11)^2 + (11-11)^2 + (9-11)^2 + (10-11)^2 + (13-11)^2 + (13-11)^2 + (10-11)^2 + (12-11)^2 + (12-11)^2] = 2,5 \quad R$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{9} (7 + 8 + 7 + 8 + 13 + 9 + 12 + 8 + 9) = 9 \quad R$$

$$S_y^2 = \frac{1}{8} [(7-9)^2 + (8-9)^2 + (7-9)^2 + (8-9)^2 + (13-9)^2 + (9-9)^2 + (12-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2] = 4,5 \quad R$$

$$\begin{array}{l} n_x = 9 \\ n_y = 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} \bar{X} = 11 \\ \bar{Y} = 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} S_x^2 = 2,5 \\ S_y^2 = 4,5 \end{array}$$

hypotes $H_0: \mu_x = \mu_y$ $H_1: \mu_x \neq \mu_y$

testvariabel $t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{S_p^2 (\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y})}}$

beslutsregel vi förkastar H_0 om $t > 1,337$

$$t = n_x + n_y - 2 = 9 + 9 - 2 = 16 \quad \alpha = 0,1 \Rightarrow 1,337 \quad \alpha/2 = 0,005 \Rightarrow 2,927 \quad \text{SE FACIT}$$

resultat

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{S_p^2 (\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y})}} = \frac{11 - 9}{\sqrt{3,5 (\frac{1}{9} + \frac{1}{9})}} = -2 \quad R$$

$$S_p^2 = \frac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{n_x + n_y - 2} = \frac{(8 \cdot 2,5) + (8 \cdot 4,5)}{16} = \frac{56}{16} = 3,5$$

$$= \frac{11 - 9}{\sqrt{3,5 (\frac{1}{9} + \frac{1}{9})}} = \frac{2}{\sqrt{0,777777}} = 2,267798 \quad R$$

Slutsats: vi förkastar H_0 ja $2,267798 > 1,337$

3a) 1 1 p.
3b) 0 p

4) 18p

uppgift 4

Siffror

Antal

	O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2 / E_i$
1	15	16	$(15-16)^2/16 = 0,0625$
2	7	16	$(7-16)^2/16 = 5,0625$
3	9	16	$(9-16)^2/16 = 3,0625$
4	20	16	$(20-16)^2/16 = 1$
5	26	16	$(26-16)^2/16 = 6,25$
6	19	16	$(19-16)^2/16 = 0,5625$
	$\Sigma = 90$	$\Sigma = 96$	$\Sigma = 16$

R =

hypotes

H_0 : icke symmetrisk

H_1 : symmetrisk

på en sign-nivå på 5% $\alpha = n-1$ ger oss χ^2 -värde 11,070

beslutsregel vi förkastar H_0 om $\chi^2 > 11,070$

resultatet visar 16 och därmed förkastar vi H_0 då $16 > 11,070$.

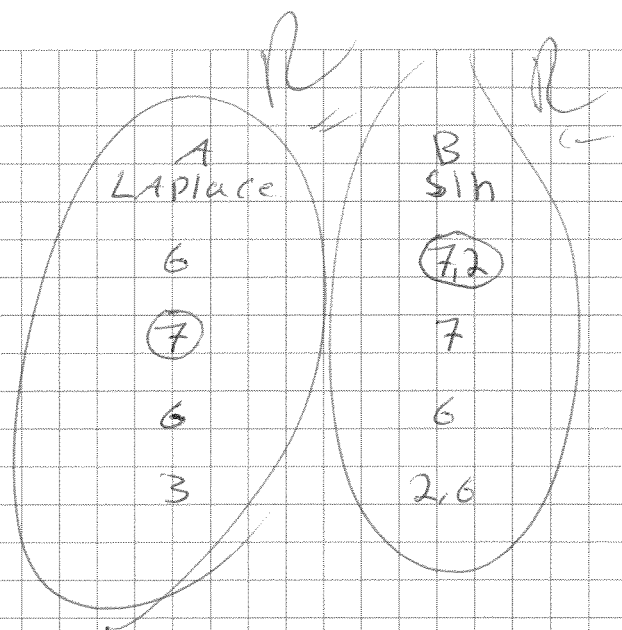
PEL SE FACIT (-2P)

R =

5) 20p

uppgift 5

	S ₁	S ₂	S ₃
A ₁	3	4	11
A ₂	4	9	8
A ₃	6	6	6
A ₄	5	3	1
Sl _h	0,3	0,2	0,5



a) $A_1 = (3+4+11)/3 = 6$
 $A_2 = (4+9+8)/3 = 7$
 $A_3 = (6+6+6)/3 = 6$
 $A_4 = (5+3+1)/3 = 3$

följer vi Laplace kriteriet ska vi välja A₂ dvs 7

b) $A_1 = (0,3 \times 3) + (0,2 \times 4) + (0,5 \times 11) = 7,2$
 $A_2 = (0,3 \times 4) + (0,2 \times 9) + (0,5 \times 8) = 6$
 $A_3 = (0,3 \times 6) + (0,2 \times 6) + (0,5 \times 6) = 6$
 $A_4 = (0,3 \times 5) + (0,2 \times 3) + (0,5 \times 1) = 2,6$

följer vi sannolikheten väljer vi A₁ dvs 7,2