



Skriftlig tentamen i **Statistikens grunder 2** (6 hp), ingående som moment 3 i kursen **Statistikens grunder, GN, 15 hp**.

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon. Vidhäftade formel- och tabellblad (obs! vidhäftas endast de tabellsidor som behövs för den här tentamen).

Tentamensgenomgång och återlämning: Fredagen den 24 januari, kl. 18.00 i B413.

Därefter kan skrivningarna hämtas på studentexpeditionen, plan 7 i B-huset.

Tentamen består av fem uppgifter som kan ge totalt 100 poäng. För betyget A gäller 90-100 p., för betyget B gäller 80-89 p., för betyget C gäller 70-79 p., för betyget D gäller 60-69 p., för betyget E gäller 50-59 p., för betyget Fx gäller 40-49 p. och för betyget F gäller 0-39 p. För detaljerade betygskriterier se kursbeskrivningen på kurshemsidan.

För full poäng på en uppgift krävs fullständiga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1: (20 poäng)

Inom en förening med ett stort antal medlemmar (ungefär lika många män som kvinnor) har man utarbetat ett förslag till en ny informationsbroschyr. För att undersöka medlemmarnas inställning till förslaget gör man ett slumpmässigt urval av 100 män och ett annat slumpmässigt urval av 100 kvinnor bland medlemmarna. Det visar sig att 63 män och 54 kvinnor är positivt inställda till förslaget.

a) Pröva på 5% signifikansnivå om det kan påvisas någon majoritet för en positiv inställning, dels bland männen för sig, dels bland kvinnorna för sig. (10 p.)

b) Pröva på 5% signifikansnivå om det finns någon skillnad mellan manliga och kvinnliga medlemmar beträffande andelen med positiv inställning. (10 p.)

Uppgift 2: (20 poäng)

En lantmätare använder laserutrustning för att mäta avståndet mellan två punkter. Varje mätvärde kan betraktas som en observation på en normalfördelad stokastisk variabel med det verkliga avståndet μ som förväntat värde och med känd standardavvikelse $\sigma = 2,04$ meter.

Lantmätaren gör 16 mätningar av samma avstånd och får då genomsnittsvärdet $\bar{x} = 2\,316$ meter.

a) Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för μ och tolka resultatet i ord. (5 p.)

b) Hur många mätningar måste göras för att konfidensintervallets totala längd skall bli 0,2 meter (dvs. att konfidensintervallet skall ha ändpunkterna $\bar{x} \pm 0,1$)? Obs! Här handlar det om ett 95%-igt konfidensintervall för μ . (5 p.)

c) Testa att $\mu > 2\,317$. Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 5%. Vilken blir din slutsats? (10 p.)

Uppgift 3: (20 poäng)

I ett experiment studerade man effekten av vissa droger på deltagarnas reaktionstid. Man använde två olika droger och 12 slumpmässigt valda studerande fick reagera på en serie standardiserade uppgifter. Deltagarna hade före försöket under normala förhållanden tränat på dessa uppgifter. Den första studeranden fick drogen 1, den andra drogen 2, den tredje drogen 1, den fjärde drogen 2 osv, och deras reaktionstider i minuter registrerades. Följande data har erhållits:

Drog 1	24	26	20	22	25	23	Medelvärde = 23,33	Varians = 4,66
Drog 2	18	17	15	16	20	21	Medelvärde = 17,83	Varians = 5,37

Antag att de uppmätta reaktionstiderna kan uppfattas som oberoende observationer på två oberoende normalfördelade stokastiska variabler med samma varians.

Kan man av ovanstående dra slutsatsen att de två drogerna orsakar olika reaktionstider? Använd $\alpha = 0,05$. Ange hypoteser och formulera dina slutsatser i ord. (20 p.)

Uppgift 4: (20 poäng)

Ett bryggeri vill genom en marknadsundersökning ta reda på om manliga och kvinnliga ölrickare skiljer sig åt i fråga om preferenserna för de tre olika ölsorterna Light ale, Lager och Best bitter. Varje person i ett slumpmässigt stickprov av 150 ölrickare tillfrågades om vilken av de tre ölsorterna han/hon föredrog. Resultatet redovisas i tabellen nedan. (Talet i varje tabellcell står för antalet intervjuade personer som föredrar ölet i fråga.)

Ölsort	Män	Kvinnor
Light ale	15	30
Lager	45	30
Best bitter	20	10

Testa på signifikansnivån 5% om det i populationen finns något beroende mellan kön och vilken ölsort som föredras. (20 p.)

Uppgift 5: (20 poäng)

I ett företag arbetar man med ett projekt som syftar till att utveckla en ny produkt. Nu föreligger emellertid ett lagförslag som innebär att den nya produkten i sin nuvarande form kan få en begränsad användning. Företagsledningen har därför tre alternativ att välja mellan: fortsätta enligt ursprungliga planer (A1), fortsätta enligt planer som överensstämmer med lagförslaget (A2) och att avsluta projektet och lägga ner verksamheten (A3). De möjliga naturtillstånden är: lagförslaget faller (S1), lagförslaget går igenom (S2) och lagförslaget (med revidering) går igenom (S3). De vinster man väntar sig få framgår av beslutsmatrisen nedan.

	S1	S2	S3
A1	5	20	22
A2	10	10	12
A3	20	8	14

Bestäm med hjälp av maximin- och minimax-regretkriterierna vilken produkt Företagsledningen bör välja. (20 p.)

FORMLER

VT2013

Räkneeregler för väntevärden och varianser (a , b och c är konstanter och X och Y är stokastiska variabler)

$$E(c) = c$$

$$V(c) = 0$$

$$E(X + c) = E(X) + c$$

$$V(X + c) = V(X)$$

$$E(aX) = aE(X)$$

$$V(aX) = a^2V(X)$$

$$E(aX + bY + c) = aE(X) + bE(Y) + c \quad V(aX + bY + c) = a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X, Y)$$

Ändlighetskorrektion: $\frac{N-n}{N-1}$

Stickprovsvarians: $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2)$

Stickprovskovarians: $s_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y})$

Binomialfördelningen: $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$

Poissonfördelningen: $f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$

Diverse konfidensintervall och enkelsidiga testvariabler ($f.g.$ = frihetsgrader):

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \geq z_{\alpha}$$

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \geq t_{\alpha}^{(f.g.)}$$

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \geq z_{\alpha}$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \geq z_{\alpha}$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)} \cdot s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{s_p \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \geq t_{\alpha}^{(f.g.)}$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}} \geq z_{\alpha}$$

Forts. konfidensintervall och enkelsidiga testvariabler ($f.g.$ = frihetsgrader):

$$\bar{d} \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)} \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

$$T = \frac{\bar{D} - 0}{S_D/\sqrt{n}} \geq t_{\alpha}^{(f.g.)}$$

$$\frac{y}{n} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{(y/n)(1-y/n)/n}$$

$$Z = \frac{Y/n - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}} \geq z_{\alpha}$$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

$$Z = \frac{Y_1/n_1 - Y_2/n_2 - 0}{\sqrt{\left(\frac{Y_1+Y_2}{n_1+n_2}\right)\left(1-\frac{Y_1+Y_2}{n_1+n_2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \geq z_{\alpha}$$

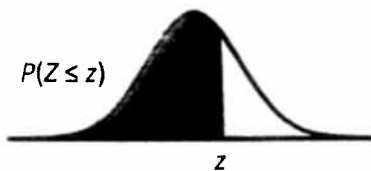
$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n\pi_i)^2}{n\pi_i} \geq \chi_{\alpha}^2(f.g.)$$

$$\chi^2 = \sum \sum \frac{(n_{ij} - n_i \cdot n_j / n)^2}{n_i \cdot n_j / n} \geq \chi_{\alpha}^2(f.g.)$$

TABELL 1. Normalfördelningen, standardiserad

$\Phi(z) = P(Z \leq z)$ där $Z \in N(0, 1)$.

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$.

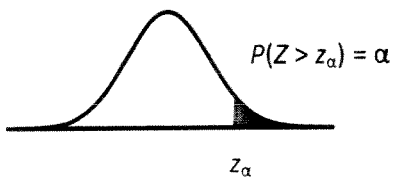


z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

TABELL 2. Normalfördelningens kvantiler, standardiserad

$Z \in N(0, 1)$. Vilket värde har z_α om $P(Z > z_\alpha) = \alpha$ där α är en given sannolikhet.

Utnyttja även $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ för $P(Z \leq -z_\alpha)$.

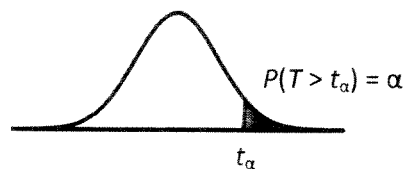


α	z_α
0,1	1,2816
0,05	1,6449
0,025	1,9600
0,010	2,3263
0,005	2,5758
0,0025	2,8070
0,0010	3,0902
0,0005	3,2905
0,00025	3,4808
0,00010	3,7190
0,00005	3,8906
0,000025	4,0556
0,000010	4,2649
0,000005	4,4172

TABELL 3. t-fördelningens kvantiler

$T \in t(v)$ där v = antal frihetsgrader.

Vilket värde har t_α om $P(T > t_\alpha) = \alpha$ där α är en given sannolikhet. Utnyttja även $P(T \leq -t_\alpha) = P(T > t_\alpha)$.



v	$\alpha = 0,1$	0,05	0,025	0,010	0,005	0,0025	0,0010	0,0005
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	127,321	318,309	636,619
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,327	31,599
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,215	12,924
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,768
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
35	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724	2,996	3,340	3,591
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
45	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690	2,952	3,281	3,520
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496
55	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668	2,925	3,245	3,476
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
65	1,295	1,669	1,997	2,385	2,654	2,906	3,220	3,447
70	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	2,899	3,211	3,435
75	1,293	1,665	1,992	2,377	2,643	2,892	3,202	3,425

Forts. nästa sida

TABELL 3 forts. t-fördelningens kvantiler

v	$\alpha = 0,1$	0,05	0,025	0,010	0,005	0,0025	0,0010	0,0005
80	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	2,887	3,195	3,416
85	1,292	1,663	1,988	2,371	2,635	2,882	3,189	3,409
90	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	2,878	3,183	3,402
95	1,291	1,661	1,985	2,366	2,629	2,874	3,178	3,396
100	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	2,871	3,174	3,390
125	1,288	1,657	1,979	2,357	2,616	2,858	3,157	3,370
150	1,287	1,655	1,976	2,351	2,609	2,849	3,145	3,357
175	1,286	1,654	1,974	2,348	2,604	2,843	3,137	3,347
200	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	2,839	3,131	3,340
300	1,284	1,650	1,968	2,339	2,592	2,828	3,118	3,323
400	1,284	1,649	1,966	2,336	2,588	2,823	3,111	3,315
500	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586	2,820	3,107	3,310
1000	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581	2,813	3,098	3,300
2000	1,282	1,646	1,961	2,328	2,578	2,810	3,094	3,295
3000	1,282	1,645	1,961	2,328	2,577	2,809	3,093	3,294
4000	1,282	1,645	1,961	2,327	2,577	2,809	3,092	3,293
5000	1,282	1,645	1,960	2,327	2,577	2,808	3,092	3,292

TABELL 4. χ^2 -fördelningens kvantiler

$Q \in \chi^2(v)$ där v = antal frihetsgrader.

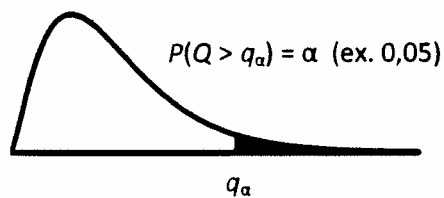
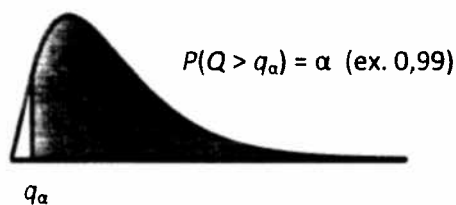
Vilket värde har q_α om $P(Q > q_\alpha) = \alpha$ där α är en sannolikhet.

v	$\alpha = 0,999$	0,995	0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
1	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	0,002	0,010	0,020	0,051	0,103	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	0,024	0,072	0,115	0,216	0,352	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
4	0,091	0,207	0,297	0,484	0,711	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467
5	0,210	0,412	0,554	0,831	1,145	11,070	12,833	15,086	16,750	20,515
6	0,381	0,676	0,872	1,237	1,635	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458
7	0,598	0,989	1,239	1,690	2,167	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322
8	0,857	1,344	1,646	2,180	2,733	15,507	17,535	20,090	21,955	26,124
9	1,152	1,735	2,088	2,700	3,325	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877
10	1,479	2,156	2,558	3,247	3,940	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588
11	1,834	2,603	3,053	3,816	4,575	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264
12	2,214	3,074	3,571	4,404	5,226	21,026	23,337	26,217	28,300	32,909
13	2,617	3,565	4,107	5,009	5,892	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528
14	3,041	4,075	4,660	5,629	6,571	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123
15	3,483	4,601	5,229	6,262	7,261	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697
16	3,942	5,142	5,812	6,908	7,962	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252
17	4,416	5,697	6,408	7,564	8,672	27,587	30,191	33,409	35,718	40,790
18	4,905	6,265	7,015	8,231	9,390	28,869	31,526	34,805	37,156	42,312
19	5,407	6,844	7,633	8,907	10,117	30,144	32,852	36,191	38,582	43,820
20	5,921	7,434	8,260	9,591	10,851	31,410	34,170	37,566	39,997	45,315
21	6,447	8,034	8,897	10,283	11,591	32,671	35,479	38,932	41,401	46,797
22	6,983	8,643	9,542	10,982	12,338	33,924	36,781	40,289	42,796	48,268
23	7,529	9,260	10,196	11,689	13,091	35,172	38,076	41,638	44,181	49,728
24	8,085	9,886	10,856	12,401	13,848	36,415	39,364	42,980	45,559	51,179
25	8,649	10,520	11,524	13,120	14,611	37,652	40,646	44,314	46,928	52,620
26	9,222	11,160	12,198	13,844	15,379	38,885	41,923	45,642	48,290	54,052
27	9,803	11,808	12,879	14,573	16,151	40,113	43,195	46,963	49,645	55,476
28	10,391	12,461	13,565	15,308	16,928	41,337	44,461	48,278	50,993	56,892
29	10,986	13,121	14,256	16,047	17,708	42,557	45,722	49,588	52,336	58,301
30	11,588	13,787	14,953	16,791	18,493	43,773	46,979	50,892	53,672	59,703
32	12,811	15,134	16,362	18,291	20,072	46,194	49,480	53,486	56,328	62,487
34	14,057	16,501	17,789	19,806	21,664	48,602	51,966	56,061	58,964	65,247
36	15,324	17,887	19,233	21,336	23,269	50,998	54,437	58,619	61,581	67,985
38	16,611	19,289	20,691	22,878	24,884	53,384	56,896	61,162	64,181	70,703
40	17,916	20,707	22,164	24,433	26,509	55,758	59,342	63,691	66,766	73,402
42	19,239	22,138	23,650	25,999	28,144	58,124	61,777	66,206	69,336	76,084
44	20,576	23,584	25,148	27,575	29,787	60,481	64,201	68,710	71,893	78,750
46	21,929	25,041	26,657	29,160	31,439	62,830	66,617	71,201	74,437	81,400
48	23,295	26,511	28,177	30,755	33,098	65,171	69,023	73,683	76,969	84,037
50	24,674	27,991	29,707	32,357	34,764	67,505	71,420	76,154	79,490	86,661

Forts. nästa sida

TABELL 4 forts. χ^2 -fördelningens kvantiler

v	$\alpha = 0,999$	0,995	0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
55	28,173	31,735	33,570	36,398	38,958	73,311	77,380	82,292	85,749	93,168
60	31,738	35,534	37,485	40,482	43,188	79,082	83,298	88,379	91,952	99,607
65	35,362	39,383	41,444	44,603	47,450	84,821	89,177	94,422	98,105	105,988
70	39,036	43,275	45,442	48,758	51,739	90,531	95,023	100,425	104,215	112,317
75	42,757	47,206	49,475	52,942	56,054	96,217	100,839	106,393	110,286	118,599
80	46,520	51,172	53,540	57,153	60,391	101,879	106,629	112,329	116,321	124,839
85	50,320	55,170	57,634	61,389	64,749	107,522	112,393	118,236	122,325	131,041
90	54,155	59,196	61,754	65,647	69,126	113,145	118,136	124,116	128,299	137,208
95	58,022	63,250	65,898	69,925	73,520	118,752	123,858	129,973	134,247	143,344
100	61,918	67,328	70,065	74,222	77,929	124,342	129,561	135,807	140,169	149,449
120	77,755	83,852	86,923	91,573	95,705	146,567	152,211	158,950	163,648	173,617
150	102,113	109,142	112,668	117,985	122,692	179,581	185,800	193,208	198,360	209,265
200	143,843	152,241	156,432	162,728	168,279	233,994	241,058	249,445	255,264	267,541
300	229,963	240,663	245,972	253,912	260,878	341,395	349,874	359,906	366,844	381,425
400	318,260	330,903	337,155	346,482	354,641	447,632	457,305	468,724	476,606	493,132
500	407,947	422,303	429,388	439,936	449,147	553,127	563,852	576,493	585,207	603,446



15



Stockholms
universitet

Statistiska institutionen

Rättningsblad

Datum: 14/1-2014

Sal: Brunnsvikssalen

Tenta: Statistikens grunder 2

Kurs: Statistikens grunder, kväll

ANONYMKOD:

SGK-0003

Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					5
Lär.ant. 20p	20p	20p	20p	20p					

POÄNG 100 p	BETYG A	Lärarens sign. RC
----------------	------------	----------------------

Uppgift 1

1) 20p

Undersökning bland män:

$$n_1 = 100 \quad \hat{p}_1 = 63/100 \quad \alpha = 0,05$$

$$H_0: \leq 50\% \\ \text{Ej majoritet}$$

$$H_1: > 50\% \\ \text{Majoritet}$$

$$H_0 \text{ kan förkastas om } Z_{\text{obs}} \geq Z_{0,05}$$

$$Z_{0,05} = 1,6449 \quad R$$

$$Z_{\text{obs}} = \frac{\hat{p}_1 - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1}}} = \frac{0,63 - 0,50}{\sqrt{\frac{0,63 \cdot 0,37}{100}}} = \frac{0,13}{\sqrt{\frac{0,2331}{100}}} = 2,6926 \quad R$$

Slutsats: Ty $Z_{\text{obs}} \geq Z_{0,05}$ kan H_0 förkastas - förslaget har majoritet bland männen. (på 5% sign nivå) R

Undersökning bland kvinnor

$$n_2 = 100 \quad \hat{p}_2 = 54/100 \quad \alpha = 0,05$$

$$H_0: \leq 50\% \\ \text{ej majoritet}$$

$$H_1: > 50\% \\ \text{majoritet}$$

$$H_0 \text{ förkastas om } Z_{\text{obs}} \geq Z_{0,05}$$

$$Z_{\text{obs}} = \frac{0,54 - 0,50}{\sqrt{\frac{0,54 \cdot 0,46}{100}}} = 0,8026 \quad R$$

Slutsats: Då $Z_{\text{obs}} < Z_{0,05}$ kan H_0 ej förkastas, majoritetsfrågan kan inte avgöras på dammsidan R

Skillnad i preferens?

$$\begin{aligned} \hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} & \quad Z_{0,025} = 1,96 \\ = 0,63 - 0,54 \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,63 \cdot 0,37}{100} + \frac{0,54 \cdot 0,46}{100}} & \\ = 0,09 \pm 1,96 \cdot \sqrt{0,002331 + 0,002484} & \\ = 0,09 \pm 0,136 & \rightarrow [-0,046; +0,226] \rightarrow \text{Nej ty } 0 \text{ är i KI} \end{aligned}$$

SVAR: Med 5% signifikansnivå kan majoritet påvisas bland män men inte kvinnor. Någon slutsats om det skulle kunna vara olika preferenser går inte att dra då undersökningarna tillsammans gett ett KI som innehåller 0.

2) $20\bar{p}$ Uppgift 2

$$n = 16 \quad \sigma = 2,04 \text{ meter} \quad \bar{x} = 2316 \text{ meter}$$

(s =)

Konfidensintervall $\alpha = 0,05$

$$\mu = \bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$z_{0,025} = 1,9600$$

$$\mu = 2316 \pm 1,96 \cdot \frac{2,04}{\sqrt{16}}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{0,9996}$

$$\rightarrow [2315; 2316]$$

Om man gör ett visst antal försök med $n=16$ så skulle medelvärdet i 95% av fallen hamna i ovan intervall.

Konfidensintervall p8 $\bar{x} \pm 0,1 \text{ meter}$

Vi vill alltså beräkna n givet att:

$$z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,1 \rightarrow n = (10 z_{\alpha/2} \cdot \sigma)^2$$

$$n = 1598,72 \approx \underline{\underline{1599}} \text{ mätningar}$$

Testa $\mu > 2317$

$$H_0: \mu \leq 2317$$

$$H_1: \mu > 2317$$

$$\alpha = 0,05$$

Vi kan förkasta H_0 om $|z_{obs}| \geq z_{\alpha}$

$$z_{0,05} = 1,6449$$

$$z_{obs} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{2316 - 2317}{2,04/\sqrt{16}} = -1,96 \not\geq 1,64$$

Uppgift 3

$\alpha = 0,05$

3) 20p

Drog 1 24 26 20 22 25 23

$\bar{x}_1 = 23,33$, $s_1^2 = 4,66$, $n_1 = 6$

Drog 2 18 17 15 16 20 21

$\bar{x}_2 = 17,83$, $s_2^2 = 5,37$, $n_2 = 6$

 $H_0: \mu_1 = \mu_2$ Olika reaktionshastigheter kan inte styrkas. $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2}^{(f,g)} \cdot s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \quad (f,g) = n_1 + n_2 - 2 = 10$$

Om 0 ingår i detta KI kan H_0 ej förkastas.

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{5 \cdot 4,66 + 5 \cdot 5,37}{10} = 5,015$$

$$t_{0,025}^{(10)} = 2,228$$

Insättning ger:

$$\underbrace{23,33 - 17,83}_{5,50} \pm 2,228 \cdot \sqrt{5,015 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)} \rightarrow [2,62; 8,38]$$

SVAR: Da 0 inte ingår i det beräknade KI så kan H_0 förkastas och vi kan fastslå att drog 1 och 2 har reaktionstider som skiljer sig åt.

4) 20p

Uppgift 4

Ölsort	Män	Kvinnor	Σ	Förväntad andel
- Light ale	15 ²⁴	30 ²¹	45	30%
- Lager	45 ⁴⁶	30 ³⁵	75	50%
- Best bitter	20 ¹⁶	10 ¹⁴	30	20%
Σ	80	70	150	

H_0 : Inte beroende av kön

H_1 : Beroende

H_0 kan förkastas om $\chi^2 \geq \chi^2_{0,05}$

$$\chi^2 = \frac{81}{24} + \frac{25}{40} + \frac{16}{16} + \frac{81}{21} + \frac{25}{35} + \frac{16}{14} = 10,714$$

$$\chi^2_{0,05}^{(2)} = 5,991$$

SVAR:

Da $\chi^2 \geq \chi^2_{0,05}^{(2)}$ kan H_0 förkastas och vi kan säga att det finns ett beroende mellan kön och ölsmak. χ^2 är för stort för att det (på 5% sign. nivå) ska kunna ses som en slump, vi kan dessutom i mätvärdena se att observationerna går åt olika håll för män resp. kvinnor.

5) 20p

Uppgift 5

	S 1	S 2	S 3	Maximin	Minimaxregret
A 1	5 $20-5=15$	20 0	22 0	5	15
A 2	10 $20-10=10$	10 $20-10=10$	12 $22-12=10$	10	10
A 3	20 0	8 $20-8=12$	14 $22-14=8$	8	12

Maximin - det lägsta möjliga fallet avgörandet - Företagsledningen bör välja att fortsätta enligt planer som överensstämmer med lagförslaget (A2)

Minimaxregret - den plan som innebär minst fall i vinst jämfört med ett annat plan "vinner". Även här bör A2 väljas.

SVAR: Med båda beslutsmetoderna bör A2 väljas av företagsledningen.

17



Stockholms
universitet

Statistiska institutionen

Rättningsblad

Datum: 14/1-2014

Sal: Brunnsvikssalen

Tenta: Statistikens grunder 2

Kurs: Statistikens grunder, kväll

ANONYMKOD:

SGK-0030

Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
x	x	x	x	x					7
Lär.ant. 15p	15p	20p	20p	20p					

POÄNG 93 p	BETYG A	Lärares sign. RC
----------------------	-------------------	----------------------------

1 Män $n=100$ ja = 63 $p = 0,63$
 Kvinnor $n=100$ ja = 54

$$\hat{p} \text{ män} = \frac{63}{100} = 0,63 \quad \sigma^2 = 0,63 \times (1 - 0,63) = 0,2331$$

$$\hat{p} \text{ kvinnor} = \frac{54}{100} = 0,54 \quad \sigma^2 = 0,54 \times (1 - 0,54) = 0,2484$$

a) Om man antar att det mkt finns någon majoritet för positiv inställning då borde $p = 0,5$ det vill säga att ja och Nej är lika

För att testa hypotesen om ja sägare är fler då antar man ifrån att $\hat{p} > 0,5$

Följande hypoteser ställs upp

$$H_0: \mu = 0,5$$

$$H_1: \mu > 0,5$$

$$n > 30$$

Enkelsidigt z test

$$Z = \frac{\hat{p} - \mu}{\sqrt{p \cdot (1-p)/n}} = z$$

$$z > z_{\alpha} = z > 1,6449$$

För att H_0 skall förkastas

$$1 \text{ a) } \text{Män} = \frac{(0,63 - 0,5)}{\sqrt{0,2831/100}} = 2,6929$$

$$2,6929 > 1,6449$$

H_0 kan förkastas. Med 95% säkerhet kan vi säga att det finns en majoritet för positiv inställning för gruppen män.

$$\text{Kvinnor} = \frac{(0,54 - 0,5)}{\sqrt{0,2184/100}} = 0,8026$$

$$0,8026 < 1,6449$$

H_0 kan inte förkastas för att det inte finns någon skillnad i åsikterna för gruppen kvinnor.

b) Vi vill testa skillnader

Hypoteser ställs som följande

$$H_0 = \hat{p}_1 = \hat{p}_2$$

$$H_1 = \hat{p}_1 \neq \hat{p}_2$$

dubbelsidigt z test

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$$

1 b)

$$Z_{obs} = 1,96$$

$$\frac{(0,63 - 0,54)}{\sqrt{\frac{0,2331}{100} + \frac{0,2421}{100}}} = 1,2970 \quad F(\text{SE FACIT})$$

$$1,2970 < 1,96$$

H₀ för att det inte finns någon skillnad i positiv inställning mellan män och kvinnor kan ej förkastas på 5% signifikansnivå. R

$$2a) \quad n = 16 \quad \sigma = 2,04 \quad \bar{x} = 2316 \text{ m} \quad 2) \quad 15p$$

$$n < 30 \Rightarrow \bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$f_0 = 16 - 1 = 15 \quad t = 2,131 \quad Z(\text{SE FACIT})$$

$$2316 \pm 2,131 \times \frac{2,04}{\sqrt{16}} \Rightarrow 2316 \pm 1,08661$$

$$KI [2317,09; 2314,91]$$

Med 95% säkerhet ligger det

summa medelvärdet mellan 2314,9 - 2317,09 m

2b) $B = 0,1$ $\sigma = 2,04$ $t = 2,131$

$$n = \frac{\sigma^2 \cdot t^2}{B^2}$$

z (SE FACIT - 1P)

2b) 4P

$$n = \frac{2,04^2 \cdot (2,131)^2}{0,1^2} = 1889,85 \approx 1990$$

$$\Rightarrow 2,131 - (2,04 / \sqrt{1889,849562}) = 0,1$$

n

Svar: Ungefär 1990 mätningar borde göras för att konfidensintervallet skall lika med 0,1

c) $H_0: \mu \leq 2317$

$H_1: \mu > 2317$

Enkelsidigt test $n < 30$

kritisk värde = 1,753 $\rightarrow z$ (SE FACIT - 1P)

För att H_0 skall förkastas

måste $\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > 1,753$

2316 - 2317 \rightarrow -2P

$$\frac{(2316 - 2317)}{2,04/\sqrt{16}} = -1,96$$

2c) 1P

-1,96 ⁴

2 c)

(1,96) > 1,753

Da 5% significance nivå kan vi inte förkasta ^{hypotesen} att populationsmedelvärdet är större än 2317 m

upgift 3

3) 20p

H₀: Drog 1 = Drog 2
H₁: Drog 1 ≠ Drog 2

n₁ < 30
n₂ < 30 = t test

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

n₁ = 6 $\bar{x}_1 = 23,33$ $\sigma_1^2 = 4,66$

n₂ = 6 $\bar{x}_2 = 17,83$ $\sigma_2^2 = 5,37$

df = 6 + 6 - 2 = 10 $t_{0,05} = 2,228$

$$s_p^2 = \frac{(5 \times 4,66) + (5 \times 5,37)}{6 + 6 - 2} = \frac{23,3 + 26,85}{10} = 5,015$$

$$\frac{23,33 - 17,83}{\sqrt{5,015 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)}} = 4,2539 > 2,228$$

Null Hypotesen förkastas. Med 95% säkerhet kan vi säga att det finns en signifikant skillnad mellan reaktions tiderna

4) 20p

Uppgift 4

H₀ det finns något "beroende" mellan könen och smaker

H₁ Det finns ett beroende mellan könen och smaker

Öl sort	Män	Kvinnor	Total	
Light ale	15	30	45	$p = 45/150 = 0,3$
Lager	45	30	75	$p = 75/150 = 0,5$
Best bitter	20	10	30	$p = 30/150 = 0,2$
	80	70	150	

	Män	Kvinnor	Total
Light Ale	$80 \times 0,3 = 24$	$70 \times 0,3 = 21$	45
Lager	$80 \times 0,5 = 40$	$70 \times 0,5 = 35$	75
Best bitter	$80 \times 0,2 = 16$	$70 \times 0,2 = 14$	30
	60	70	130

fg $\chi^2 = (3-1) \times (24) = 2 \times 0,05 = 7,378$

$$\chi^2 = \frac{(15-24)^2}{24} + \frac{(30-21)^2}{21} + \frac{(45-40)^2}{40} + \frac{(30-35)^2}{30} + \frac{(20-16)^2}{16} + \frac{(10-14)^2}{14} = 10,833$$

$10,833 > 7,378$

Slutsats: Nullhypotesen är det inte finns något beroende mellan kön och öl sort kan förkastas. Med 95% säkerhet kan vi säga att det finns ett beroende

BR SGK-0030

⑤ 7

	S1	S2	S3	Maximin
A1	5	20	22	5
A2	10	10	12	10
A3	20	8	14	8

5) 20p

Enligt Maximin kriteriet borde företaget välja A2 det vill säga avsluta projektet och lägga ner verksamheten

Mini max regel

	S1	S2	S3
A1	5	20	22
A2	10	10	12
A3	20	8	14

	S1	S2	S3	
A1	$20-5=15$	$20-20=0$	$22-22=0$	15
A2	$20-10=10$	$20-10=10$	$22-12=10$	10
A3	$20-20=0$	$20-8=12$	$12-14=2$	12

Enligt mini-max regel kriteriet borde företaget välja A2 det vill säga avsluta projektet och lägga ner verksamheten

① a) $H_0: P_M \leq 0,5$ $H_1: P_M > 0,5$ FÖRKASTA H_0 OM $Z > Z_\alpha$

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0,63 - 0,5}{\sqrt{\frac{0,5(0,5)}{100}}} = \frac{0,13}{\sqrt{0,0025}} = \frac{0,13}{0,05} = 2,6$$

$$n = 100 \text{ STOR } \hat{p} = \frac{63}{100} = 0,63$$

$$p_0 = 0,5$$

$$Z_\alpha = 1,6449$$

$$\alpha = 0,05$$

EFTERSOM $Z = 2,6 > Z_\alpha = 1,6449$, H_0 FÖRKASTAS

$H_0: P_K \leq 0,5$ $H_1: P_K > 0,5$ FÖRKASTA H_0 OM $Z > Z_\alpha$

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0,54 - 0,5}{\sqrt{\frac{0,5(0,5)}{100}}} = \frac{0,04}{0,05} = 0,8$$

$$n = 100 \text{ STOR } \hat{p} = \frac{54}{100} = 0,54$$

$$p_0 = 0,5$$

$$Z_\alpha = 1,6449$$

$$\alpha = 0,05$$

EFTERSOM $Z = 0,8 < Z_\alpha = 1,6449$

H_0 EJ FÖRKASTAS

b) $H_0: P_M - P_K = 0$ $H_1: P_M - P_K \neq 0$

FÖRKASTA H_0 OM $Z < -Z_{\alpha/2}$ ELLER $Z > +Z_{\alpha/2}$

$$\alpha = 0,05 \quad \alpha/2 = 0,025 \quad -Z_{\alpha/2} = -1,96 \quad Z_{\alpha/2} = +1,96$$

$$\frac{9}{100} = 0,09$$

$$Z = \frac{\frac{63}{100} - \frac{54}{100}}{\sqrt{\left(\frac{63+54}{100+100}\right)\left(1 - \frac{63+54}{100+100}\right)\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100}\right)}} = \frac{0,09}{\sqrt{(0,585)(0,415)(0,02)}} = \frac{0,09}{\sqrt{0,0048555}} = \frac{0,09}{0,069681418} = 1,291592545$$

EFTERSOM

$$Z = 1,29 < -Z_{\alpha/2} = -1,96 \text{ OCH } Z = 1,29 < Z_{\alpha/2} = 1,96$$

H_0 EJ FÖRKASTAS

DET GICK INTE ATT PÅVISA ATT DET FINNS NÅGON SKILLNAD
MELLAN MÄNNIGA OCH KVINNLIGA MEDLEMMAR BETRÄFFANDE
ANVEJAN MED POSITIV INSTÄLLNING. ($\alpha = 0,05$).

$$2a) \bar{X} \pm 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad 2316 \pm 1,96 \cdot \frac{2,04}{\sqrt{16}}$$

$$\approx [2315 ; 2317] \quad \underbrace{0,9996 \approx 1}$$

$$2b) \bar{X} \pm 0,1 \quad z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,1 \quad 1,96 \cdot \frac{2,04}{\sqrt{n}} = 0,1$$

$$1,96 \cdot \frac{2,04}{0,1} = \sqrt{n} \quad n = \left(1,96 \cdot \frac{2,04}{0,1}\right)^2$$

$$n = 1598,72 \quad \boxed{n > 1599}$$

$$2c) H_0: \mu \leq 2317 \quad H_1: \mu > 2317$$

FÖRKASTA H_0 OM $Z > Z_\alpha$ $Z_\alpha = Z_{0,05} = 1,6449$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{2316 - 2317}{\frac{2,04}{\sqrt{16}}} = \frac{-1 \cdot \sqrt{16}}{2,04} =$$

$$= \frac{-4}{2,04} = -1,960784$$

EFTERSOM $Z = -1,960784 < Z_\alpha = 1,6449$

H_0 EJ FÖRKASTAS

$$\textcircled{3} \quad H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_p \sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{n_1+n_2-2} \quad \alpha = 0,05$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0,025$$

FÖRKASTA H_0 OM $t < -t_{\frac{\alpha}{2}(n_1+n_2-2)}$

ELLER $t > +t_{\frac{\alpha}{2}(n_1+n_2-2)}$

$$S_p^2 = \frac{5 \cdot (4,66) + 5 \cdot (5,37)}{10} = \frac{50,15}{10} = 5,015$$

$$t = \frac{23,33 - 17,83}{2,2394 \sqrt{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right)}} = \frac{5,5}{2,2394 (0,57734)} = \frac{5,5}{1,29289} = 4,254$$

$$S_p = 2,2394$$

$$\sqrt{\frac{1}{6} + \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{2}{6}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = 0,57734$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}(n_1+n_2-2)} = t_{0,025}(10) = 2,228$$

EFTERSOM $t = 4,254 > t_{\frac{\alpha}{2}(n_1+n_2-2)} = 2,228$

H_0 FÖRKASTAS.

DE TVÅ FÖLJANDE ORSAKAL OUKA
REAKTIONSTIDEN ($\alpha = 0,05$).

④ H_0 : ÖLPREFERENSEN OCH KÖN ÄR OBEROENDE
 (\bar{E}) SAMBAND)

H_1 : ÖLPREFERENSEN OCH KÖN ÄR BERÖENDE
 (SAMBAND)

FÖRKASTA H_0 OM $\chi^2 > \chi^2_{\alpha}(2)$ $\alpha = 0,05$

LA	15	30	45	$\frac{80 \times 45}{150} = 24$
L				
BB	45	30	75	$\frac{80 \times 75}{150} = 40$
	20	10	30	$\frac{80 \times 30}{150} = 16$
	80	70	150	

$$\frac{70 \times 45}{150} = 21 \quad \frac{70 \times 75}{150} = 35 \quad \frac{70 \times 30}{150} = 14$$

$$\chi^2 = \frac{(9)^2}{24} + \frac{(9)^2}{21} + \frac{(5)^2}{40} + \frac{(-5)^2}{35} + \frac{(4)^2}{16} + \frac{(-4)^2}{14} =$$

$$= 3,375 + 3,8571 + 0,625 + 0,7142 + 1 + 1,1485 =$$

$$= 10,7198$$

$$\chi^2_{0,05} = 5,991$$

EFTERSOM $\chi^2 = 10,7198 > \chi^2_{\alpha} = 5,991$

MAN FÖRKASTAR H_0 .

ÖLPREFERENSEN OCH KÖN ÄR BERÖENDE
 (MED $\alpha = 0,05$) (SAMBAND)

5

	S1	S2	S3	MIUSTA NYTTÄ
A1	5	20	22	5
A2	10	10	12	10
A3	20	8	14	8

MAXIMINKUTTELUT: VALJ A2

	S1	S2	S3	
A1	5	20	22	
A2	10	10	12	
A3	20	8	14	
	20	20	22	MAX. NYTTÄ

	S1	S2	S3	MAXIMAL REGRET
A1	15	0	0	15
A2	10	10	10	10
A3	0	12	8	12

MINIMAX-REGRET-KUTTELUT: VALJ A2