Stockholms universitet

Statistiska institutionen

Raul Cano

SKRIVNINGSDATUM: 2014-02-06

Skriftlig tentamen i **Statistikens grunder 2** (6 hp), ingående som moment 3 i kursen **Statistikens grunder, GN, 15 hp.**

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmedel: Miniräknare. Vidhäftade formel- och tabellblad (obs! vidhäftas endast de tabellsidor som behövs för den här tentamen).

Tentamensgenomgång och återlämning: Fredagen den 21 februari, kl. 18.00 i B419.
Därefter kan skrivningarna hämtas på studentexpeditionen, plan 7 i B-huset.

Tentamen består av fem uppgifter som kan ge totalt 100 poäng. För betyget A gäller 90-100 p., för betyget B gäller 80-89 p., för betyget C gäller 70-79 p., för betyget D gäller 60-69 p., för betyget E gäller 50-59 p., för betyget Fx gäller 40-49 p. och för betyget F gäller 0-39 p. För detaljerade betygskriterier se kursbeskrivningen på kurshemsidan.

För full poäng på en uppgift krävs fullständiga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1: (20 poäng)

Man har vägt tre slumpmässigt utvalda personer. Resultat (vikt i kg) : 75, 70, 65.
Antag att de uppmätta vikterna kan uppfattas som oberoende observationer på en normalfördelad stokastisk variabel med okänt väntevärde μ och okänd varians σ^2.

a) Beräkna ett 90%-igt konfidensintervall för μ och tolka resultatet i ord. (10 p.)

b) Testa att $\mu > 67$. Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 10%. Vilken blir din slutsats? (10 p.)

Uppgift 2: (20 poäng)

I den stora staden Grönköping har 650 av 1000 tillfrågade familjer svarat att de har plasma-HD-TV.

a) Är andelen familjer som har plasma-HD-TV i Grönköping större än 0,60 ? Sätt upp hypoteser, ange testvariabel och beslutsregel. Använd signifikansnivån 10%. Vilken blir din slutsats? (10 p.)

b) Beräkna p-värdet (5 p.) och förklara hur det kan användas för att genomföra hypotestestet (5 p.).

Uppgift 3: (20 poäng)

Två oberoende normalfördelade slumpvariabler X_1 och X_2 har okända väntevärden μ_1 och μ_2 men kända varianser $\sigma_1^2 = 16$ och $\sigma_2^2 = 24$. Ett stickprov om 8 oberoende observationer på X_1 gav stickprovsmedelvärdet 35,0 och ett stickprov om 12 oberoende observationer på X_2 gav stickprovsmedelvärdet 30,6.
Undersök om $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$. Ställ upp hypoteser och gör sedan en hypotesprövning på risknivån 5% ($\alpha = 0{,}05$). Vilken blir din slutsats? (15 p.)
Beräkna p-värdet. (5 p.)

Uppgift 4: (20 poäng)

Ägaren till ett varuhus påstår att 75% av kunderna inte köper något, utan bara tittar på varorna. Han påstår vidare att 20% köper en enda artikel och att 5 % köper minst två artiklar. För att undersöka om detta påstående är riktigt har en anställd observerat 100 slumpmässigt utvalda kunder med följande resultat:

Antal köpta artiklar	Antal kunder
0	70
1	15
Minst 2	15

Är ägarens påstående riktigt? (använd 5 % signifikansnivå). (20 p.)

Uppgift 5: (20 poäng)

I ett företag arbetar man med ett projekt som syftar till att utveckla en ny produkt. Nu föreligger emellertid ett lagförslag som innebär att den nya produkten i sin nuvarande form kan få en begränsad användning. Företagsledningen har därför tre alternativ att välja mellan: fortsätta enligt ursprungliga planer (A1), fortsätta enligt planer som överensstämmer med lagförslaget (A2) och att avsluta projektet och lägga ner verksamheten (A3). De möjliga naturtillstånden är: lagförslaget faller (S1), lagförslaget går igenom (S2) och lagförslaget (med revidering) går igenom (S3). De vinster man väntar sig få framgår av beslutsmatrisen nedan.

	S1	S2	S3
A1	5	20	22
A2	10	10	12
A3	20	8	14

a) Bestäm med hjälp av Laplacekriteriet vilken produkt Företagsledningen bör välja. (10 p.)

b) Antag att sannolikheterna för att de möjliga naturtillstånden inträffar är 0.6, 0.3 respektive 0.1 för S1, S2 respektive S3 och bestäm vilken produkt Företagsledningen bör välja. (10 p.)

FORMLER

VT2013

Räkneregler för väntevärden och varianser (a, b och c är konstanter och X och Y är stokastiska variabler)

$E(c) = c$	$V(c) = 0$
$E(X + c) = E(X) + c$	$V(X + c) = V(X)$
$E(aX) = aE(X)$	$V(aX) = a^2V(X)$
$E(aX + bY + c) = aE(X) + bE(Y) + c$	$V(aX + bY + c) = a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X,Y)$

Ändlighetskorrektion: $\dfrac{N-n}{N-1}$

Stickprovsvarians: $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1}(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2)$

Stickprovskovarians: $s_{xy} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n-1}(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y})$

Binomialfördelningen: $f(x) = \binom{n}{x} p^x(1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}p^x(1-p)^{n-x}$

Poissonfördelningen: $f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$

Diverse konfidensintervall och enkelsidiga testvariabler (*f.g.* = frihetsgrader):

$\bar{x} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \geq z_\alpha$
$\bar{x} \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)}\dfrac{s}{\sqrt{n}}$	$T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \geq t_\alpha^{(f.g.)}$
$\bar{x} \pm z_{\alpha/2}\dfrac{s}{\sqrt{n}}$	$Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \geq z_\alpha$
$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}$	$Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \geq z_\alpha$
$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)} \cdot s_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}$	$T = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{S_p\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \geq t_\alpha^{(f.g.)}$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}$	$Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} \geq z_\alpha$

Forts. konfidensintervall och enkelsidiga testvariabler (*f.g.* = frihetsgrader):

$$\bar{d} \pm t_{\alpha/2}^{(f.g.)} \frac{s_d}{\sqrt{n}}$$

$$T = \frac{\bar{D} - 0}{S_D/\sqrt{n}} \geq t_{\alpha}^{(f.g.)}$$

$$\frac{y}{n} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{(y/n)(1 - y/n)/n}$$

$$Z = \frac{Y/n - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}} \geq z_\alpha$$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2}}$$

$$Z = \frac{Y_1/n_1 - Y_2/n_2 - 0}{\sqrt{\left(\frac{Y_1+Y_2}{n_1+n_2}\right)\left(1 - \frac{Y_1+Y_2}{n_1+n_2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \geq z_\alpha$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n\pi_i)^2}{n\pi_i} \geq \chi_\alpha^2(f.g.)$$

$$\chi^2 = \sum\sum \frac{(n_{ij} - n_{i.}n_{.j}/n)^2}{n_{i.}n_{.j}/n} \geq \chi_\alpha^2(f.g.)$$

TABELL 1. Normalfördelningen, standardiserad

$\Phi(z) = P(Z \leq z)$ där $Z \in N(0, 1)$.

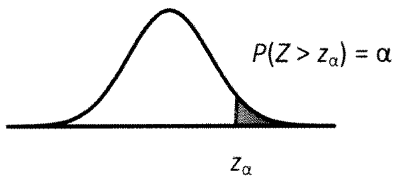
För negativa värden, utnyttja att $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

TABELL 2. Normalfördelningens kvantiler, standardiserad

$Z \in N(0, 1)$. Vilket värde har z_α om $P(Z > z_\alpha) = \alpha$ där α är en given sannolikhet.

Utnyttja även $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ för $P(Z \leq -z_\alpha)$.

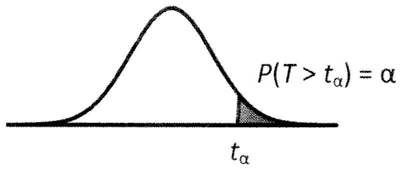


α	z_α
0,1	1,2816
0,05	1,6449
0,025	1,9600
0,010	2,3263
0,005	2,5758
0,0025	2,8070
0,0010	3,0902
0,0005	3,2905
0,00025	3,4808
0,00010	3,7190
0,00005	3,8906
0,000025	4,0556
0,000010	4,2649
0,000005	4,4172

TABELL 3. *t*-fördelningens kvantiler

$T \in t(v)$ där v = antal frihetsgrader.

Vilket värde har t_α om $P(T > t_\alpha) = \alpha$ där α är en given sannolikhet. Utnyttja även $P(T \leq -t_\alpha) = P(T > t_\alpha)$.



v	α = 0,1	0,05	0,025	0,010	0,005	0,0025	0,0010	0,0005
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	127,321	318,309	636,619
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,327	31,599
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,215	12,924
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,768
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
35	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724	2,996	3,340	3,591
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
45	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690	2,952	3,281	3,520
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496
55	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668	2,925	3,245	3,476
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
65	1,295	1,669	1,997	2,385	2,654	2,906	3,220	3,447
70	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	2,899	3,211	3,435
75	1,293	1,665	1,992	2,377	2,643	2,892	3,202	3,425

Forts. nästa sida

TABELL 3 forts. *t*-fördelningens kvantiler

v	α = 0,1	0,05	0,025	0,010	0,005	0,0025	0,0010	0,0005
80	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	2,887	3,195	3,416
85	1,292	1,663	1,988	2,371	2,635	2,882	3,189	3,409
90	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	2,878	3,183	3,402
95	1,291	1,661	1,985	2,366	2,629	2,874	3,178	3,396
100	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	2,871	3,174	3,390
125	1,288	1,657	1,979	2,357	2,616	2,858	3,157	3,370
150	1,287	1,655	1,976	2,351	2,609	2,849	3,145	3,357
175	1,286	1,654	1,974	2,348	2,604	2,843	3,137	3,347
200	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	2,839	3,131	3,340
300	1,284	1,650	1,968	2,339	2,592	2,828	3,118	3,323
400	1,284	1,649	1,966	2,336	2,588	2,823	3,111	3,315
500	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586	2,820	3,107	3,310
1000	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581	2,813	3,098	3,300
2000	1,282	1,646	1,961	2,328	2,578	2,810	3,094	3,295
3000	1,282	1,645	1,961	2,328	2,577	2,809	3,093	3,294
4000	1,282	1,645	1,961	2,327	2,577	2,809	3,092	3,293
5000	1,282	1,645	1,960	2,327	2,577	2,808	3,092	3,292

TABELL 4. χ^2-fördelningens kvantiler

$Q \in \chi^2(v)$ där v = antal frihetsgrader.

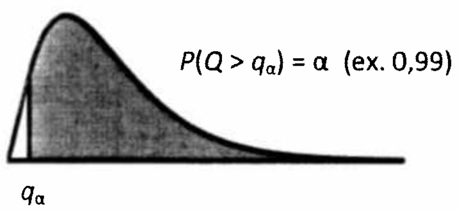
Vilket värde har q_α om $P(Q > q_\alpha) = \alpha$ där α är en sannolikhet.

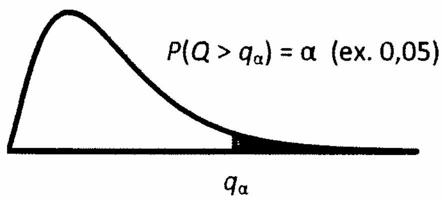
v	α = 0,999	0,995	0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
1	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	0,002	0,010	0,020	0,051	0,103	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	0,024	0,072	0,115	0,216	0,352	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
4	0,091	0,207	0,297	0,484	0,711	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467
5	0,210	0,412	0,554	0,831	1,145	11,070	12,833	15,086	16,750	20,515
6	0,381	0,676	0,872	1,237	1,635	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458
7	0,598	0,989	1,239	1,690	2,167	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322
8	0,857	1,344	1,646	2,180	2,733	15,507	17,535	20,090	21,955	26,124
9	1,152	1,735	2,088	2,700	3,325	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877
10	1,479	2,156	2,558	3,247	3,940	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588
11	1,834	2,603	3,053	3,816	4,575	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264
12	2,214	3,074	3,571	4,404	5,226	21,026	23,337	26,217	28,300	32,909
13	2,617	3,565	4,107	5,009	5,892	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528
14	3,041	4,075	4,660	5,629	6,571	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123
15	3,483	4,601	5,229	6,262	7,261	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697
16	3,942	5,142	5,812	6,908	7,962	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252
17	4,416	5,697	6,408	7,564	8,672	27,587	30,191	33,409	35,718	40,790
18	4,905	6,265	7,015	8,231	9,390	28,869	31,526	34,805	37,156	42,312
19	5,407	6,844	7,633	8,907	10,117	30,144	32,852	36,191	38,582	43,820
20	5,921	7,434	8,260	9,591	10,851	31,410	34,170	37,566	39,997	45,315
21	6,447	8,034	8,897	10,283	11,591	32,671	35,479	38,932	41,401	46,797
22	6,983	8,643	9,542	10,982	12,338	33,924	36,781	40,289	42,796	48,268
23	7,529	9,260	10,196	11,689	13,091	35,172	38,076	41,638	44,181	49,728
24	8,085	9,886	10,856	12,401	13,848	36,415	39,364	42,980	45,559	51,179
25	8,649	10,520	11,524	13,120	14,611	37,652	40,646	44,314	46,928	52,620
26	9,222	11,160	12,198	13,844	15,379	38,885	41,923	45,642	48,290	54,052
27	9,803	11,808	12,879	14,573	16,151	40,113	43,195	46,963	49,645	55,476
28	10,391	12,461	13,565	15,308	16,928	41,337	44,461	48,278	50,993	56,892
29	10,986	13,121	14,256	16,047	17,708	42,557	45,722	49,588	52,336	58,301
30	11,588	13,787	14,953	16,791	18,493	43,773	46,979	50,892	53,672	59,703
32	12,811	15,134	16,362	18,291	20,072	46,194	49,480	53,486	56,328	62,487
34	14,057	16,501	17,789	19,806	21,664	48,602	51,966	56,061	58,964	65,247
36	15,324	17,887	19,233	21,336	23,269	50,998	54,437	58,619	61,581	67,985
38	16,611	19,289	20,691	22,878	24,884	53,384	56,896	61,162	64,181	70,703
40	17,916	20,707	22,164	24,433	26,509	55,758	59,342	63,691	66,766	73,402
42	19,239	22,138	23,650	25,999	28,144	58,124	61,777	66,206	69,336	76,084
44	20,576	23,584	25,148	27,575	29,787	60,481	64,201	68,710	71,893	78,750
46	21,929	25,041	26,657	29,160	31,439	62,830	66,617	71,201	74,437	81,400
48	23,295	26,511	28,177	30,755	33,098	65,171	69,023	73,683	76,969	84,037
50	24,674	27,991	29,707	32,357	34,764	67,505	71,420	76,154	79,490	86,661

Forts. nästa sida

TABELL 4 forts. χ^2-fördelningens kvantiler

v	α = 0,999	0,995	0,99	0,975	0,95	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
55	28,173	31,735	33,570	36,398	38,958	73,311	77,380	82,292	85,749	93,168
60	31,738	35,534	37,485	40,482	43,188	79,082	83,298	88,379	91,952	99,607
65	35,362	39,383	41,444	44,603	47,450	84,821	89,177	94,422	98,105	105,988
70	39,036	43,275	45,442	48,758	51,739	90,531	95,023	100,425	104,215	112,317
75	42,757	47,206	49,475	52,942	56,054	96,217	100,839	106,393	110,286	118,599
80	46,520	51,172	53,540	57,153	60,391	101,879	106,629	112,329	116,321	124,839
85	50,320	55,170	57,634	61,389	64,749	107,522	112,393	118,236	122,325	131,041
90	54,155	59,196	61,754	65,647	69,126	113,145	118,136	124,116	128,299	137,208
95	58,022	63,250	65,898	69,925	73,520	118,752	123,858	129,973	134,247	143,344
100	61,918	67,328	70,065	74,222	77,929	124,342	129,561	135,807	140,169	149,449
120	77,755	83,852	86,923	91,573	95,705	146,567	152,211	158,950	163,648	173,617
150	102,113	109,142	112,668	117,985	122,692	179,581	185,800	193,208	198,360	209,265
200	143,843	152,241	156,432	162,728	168,279	233,994	241,058	249,445	255,264	267,541
300	229,963	240,663	245,972	253,912	260,878	341,395	349,874	359,906	366,844	381,425
400	318,260	330,903	337,155	346,482	354,641	447,632	457,305	468,724	476,606	493,132
500	407,947	422,303	429,388	439,936	449,147	553,127	563,852	576,493	585,207	603,446





1

Statistiska institutionen

Stockholms universitet

Rättningsblad

Datum: 6/2-2014

Sal: Brunnsvikssalen

Tenta: Statistikens grunder 2

Kurs: Statistikens grunder KVÄLLSKURS

ANONYMKOD: SGK-0036

☒ Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					5
Lär.ant. 20p	19p	~~0p~~ 1p	20p	20p					

POÄNG	BETYG	Lärarens sign.
80p	B	RC

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnsvikssalen Anonymkod: SGK-0036 Blad nr: 1

1) 20p

$n=3$

1)a) $\bar{x} = \dfrac{75+70+65}{3} = 70$, Stickprovsvarians:

$s^2 = \dfrac{1}{3-1}\left((75-70)^2 + (70-70)^2 + (65-70)^2\right) = 25$

$\Rightarrow s = 5$. Konfidensintervall:

$\bar{x} \pm t_{\alpha/2}(n-1) \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}} = 70 \pm 2.92 \cdot \dfrac{5}{\sqrt{3}}$

$(t_{0.05}(2) = 2.92)$

$= 8.4293 \approx 8.43$

dvs 70 ± 8.43, alltså K.I: $[61.57, 78.43]$

R

b) $H_1: \mu > 67$, $H_0: \mu \leq 67$ (ensidigt!)

$t_{obs} = \dfrac{70-67}{5/\sqrt{3}} = 1.0392$, $t_{0.1}(2) = 1.886$

R

Slutsats: Det observerade t-värdet är inte stort nog för att förkasta H_0, så vi kan inte dra någon slutsats om ifall $\mu > 67$.

$(1.0392 < 1.886)$

R

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnsvikssalen Anonymkod: SGK-0036 Blad nr: 2

2) 19p

2. $\hat{p} = 650/1000 = 0.65$, $n = 1000$ a)

$$Z_{obs} = \frac{\hat{p} - \pi}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} = \frac{0.65 - 0.60}{\sqrt{\frac{0.65(1-0.65)}{1000}}} \approx 3.315 \quad R$$

$-1p$

9p

2a) Jämför (ensidigt): $Z_{\alpha/2} = Z_{0.1} = 1.2816 < 3.315$ R 3,23

Med hypoteser $H_0: p \leq 0.6$, $H_1: p > 0.6$ kan vi nu alltså förkasta nollhypotesen och dra slutsatsen att $p > 0.6$, med 10% signifikansnivå.

b) p-värdet: $1 - \Phi(Z_{obs}) = 1 - \Phi(3.315)$ 3,23

$\approx 1 - \Phi(3.32) = 1 - 0.99955 = 0.00045$ 62 R

Med detta låga p-värde är resultatet signifikant t.o.m på 0.001-nivå!

Hade t ex $p = 0.04$ hade det varit sign. på 5%-nivån, men inte på 1%-nivån då $p > 0.01$ osv! R Bra

(Med p-värdet kan man alltså enkelt läsa ut signifikansnivå, då det visar sannolikhet att få en så extrem observation man fick, relativt till uppsatta hypotesers väntevärde etc.) R

2b) 10p

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnsvikssalen Anonymkod: SGK-0036 Blad nr: 3

+1p

$(H_0: \mu_1 = \mu_2 \iff \mu_1 - \mu_2 = 0)$

1p

3) $\left[\begin{array}{l} \sigma_1^2 = 16,\ \sigma_1 = 4,\ \bar{x} = 35,\ n = 8 \\ \sigma_2^2 = 24,\ \sigma_2 = 4.899,\ \bar{y} = 30.6,\ m = 12 \end{array}\right]$

$H_0: \mu_1 = \mu_2$, $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ (dubbelsidigt!)

$$s_p^2 = \frac{(n-1)s_1^2 + (m-1)s_2^2}{n+m-2} = \frac{7 \cdot 16 + 11 \cdot 24}{8+12-2} = 20.888$$

$$t_{obs} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}} = \frac{35 - 30.6}{\sqrt{20.888 \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right)}} \approx 2.109$$

$$t_{\alpha/2}(n+m-2) = t_{0.025}(18) = 2.101 < 2.109$$

det är alltså på gränsen, men vi kan alltså förkasta H_0 på 5%-nivån!

Notis: Ovan använde jag $\sigma_1 = s_1$ och $\sigma_2 = s_2$, men det är nog inte helt rätt, stickprovsvariansen borde vara mindre än σ^2 för respektive enskild variabel? Kanske ska det vara $s_1 = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n}}$, $s_2 = \frac{\sigma_2}{\sqrt{m}}$ eller liknande? I så fall skulle dock t_{obs} bli större, vilket ju skulle medföra samma slutsats, att förkasta H_0.

FEL METOD (SE FACIT)

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnsviksssalen Anonymkod: SGK-0036 Blad nr: 4

4) 20p

4) Köpta artiklar

0	:	70	75
1	:	15	20
Minst 2	:	15	5
		Obs.	Påstått

R

$$\chi^2 = \frac{(70-75)^2}{75} + \frac{(15-20)^2}{20} + \frac{(15-5)^2}{5} = 21.583$$

R

Jämför: $\chi^2_{0.05}((3-1)(2-1)) = \chi^2_{0.05}(2) = 5.991$

Alltså: Då avvikelser mellan hans påstående och observerade värden är för stora, kan vi förkasta hans påstående (T ex:

$H_1: \mu_0 = .75, \quad \mu_1 = .20, \quad \mu_{minst 2} = .05,$

$H_0: \mu_0 \neq .75, \quad \mu_1 \neq .20, \quad \mu_{minst 2} \neq .05$)

R

Osäker på om χ^2 är rätt metod här, kanske ska man betrakta varje utfall som enskilt, sant/falskt, och använda Binom. så: $Z_{0\,varor} = \frac{0.7 - 0.75}{\sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{100}}} = -23.8$, där $|-23.8| = 23.8 >> Z_{0.05} = 1.6449$,

dvs förkasta påståendet att minst 75% skulle köpa 0 varor,

$|Z_{1\,varor}| = \left| \frac{.15 - .20}{\sqrt{\frac{.15(1-.15)}{100}}} \right| = (+) 3.33 > 1.64 \Rightarrow$ förkasta även påståendet att minst 20% köper bara 1 vara.

och: $Z_{minst 2} = \frac{.15 - .05}{\sqrt{\frac{.15(1-.15)}{100}}} = 2.8$, där vi därmed kan förkasta det mer pessimistiska påståendet att max 5% köper fler än 2 varor!

SE

Fel!

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnsvikssalen Anonymkod: S6K-0036 Blad nr: 5

5) 20p

5.) a) Laplacekriteriet: Alla utfall lika sannolika, vikta samtliga med 1/3 och lägg ihop för väntevärdet av respektive plan. (Bryter ut 1/3)

R

$\underline{A1}: \frac{1}{3} \cdot (5 + 20 + 22) = 15.666..$

$A2: \frac{1}{3}(10 + 10 + 12) = 10.666..$

$A3: \frac{1}{3}(20 + 8 + 14) = 14$

Alltså bör företaget välja A1 enligt kriteriet som väntas ha högst förväntad vinst.

R

b) Vikta för nytt väntevärde: $0.6 \cdot S1 + 0.3 \cdot S2 + 0.1 \cdot S3$

$A1: 0.6 \cdot 5 + 0.3 \cdot 20 + 0.1 \cdot 22 = 11.2$

$A2: 0.6 \cdot 10 + 0.3 \cdot 10 + 0.1 \cdot 12 = 10.2$

$\underline{A3}: 0.6 \cdot 20 + 0.3 \cdot 8 + 0.1 \cdot 14 = 15.8$

Vi ser alltså att med dessa sannolikheter bör företaget välja A3 för att maximera förväntad vinst!

R

(11)

Statistiska institutionen

Stockholms universitet

Rättningsblad

Datum: 6/2-2014

Sal: Brunnsvikssalen

Tenta: Statistikens grunder 2

Kurs: Statistikens grunder KVÄLLSKURS

ANONYMKOD: SGK-0018

☒ Jag godkänner att min tenta får läggas ut anonymt på hemsidan som studentsvar.

OBS! SKRIV ÄVEN PÅ BAKSIDAN AV SKRIVBLADEN

Markera besvarade uppgifter med kryss

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Antal inl. blad
X	X	X	X	X					6 7
Lär.ant. 20p	9p	0p	19p	20p					

POÄNG	BETYG	Lärarens sign.
68	D	RC

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnviksgalen Anonymkod: SGK-0018 Blad nr: 1

1) 20p

Uppgift 1:

a. För att kunna räkna ut ett konfidensintervall med observationer från en population vi inte vet medel-/väntevärdet och variansen på så bör vi först räkna ut vårt stickprovs väntevärde ($\bar{x}$) och standardavvikelse (s)

Stickprovsväntevärde: För att räkna ut väntevärdet så måste vi addera ihop våra tre observationers värden och dividera summan av detta med antalet observationer vilket i det här fallet är tre.

$\bar{x} = \frac{(75+70+65)}{3}$

2

$\bar{x} = \frac{210}{3} \rightarrow$

$\bar{x} = 70$ kg R

När vi sen ska räkna ut standardavvikelsen ur vårt urval så måste vi först räkna ut urvalets varians och sedan "rota ur" den då variansen är standardavvikelsen men kvadrerad. För att räkna ut variansen så måste man först ta alla tre vikter och subtrahera dem med medelvärdet. Vi får då tre nya tal som därefter ska kvadreras för att få bort de negativa talen och sen adderar man ihop dem. Jag visar med en modell nedan

x	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$
75	$75-70=5$	$5^2=25$
70	$70-70=0$	$0^2=0$
65	$65-70=-5$	$-5^2=25$
Σ		50

Vi har alltså fått talet 50 som vi nu dividerar med antalet observationer minus en frihetsgrad vilket alltså blir $3-1=2$.

$s^2 = \frac{50}{2} = 25$ (s^2 = stickprovsvariansen)

Nu har vi alltså vår stickprovsvarians som är 25. Men då vi behöver standardavvikelsen för att räkna ut konfidensintervallet så behöver vi alltså rota ut variansen.

$s = \sqrt{25} = 5$ R

Nu har vi alltså ett stickprovstypvärde $\bar{x} = 70$, ett stickprovsstandardavvikelse: $s = 5$ och en population i $n=3$. Nu behöver vi bara ett värde som motsvarar vårt procentiga konfidensintervalls kritiska gräns. Detta tal hämtar vi från t-tabellen eftersom att vår population är mindre än trettio vilket brukar vara den gräns när man vid såna här uträkningar ska välja mellan z och t-tabellerna. Vi vet också att vårt konfid-

R

ensintervall är på 90% men också att ett intervall har två kritiska gr-änser. Vi tar därför bort 5% från både den övre och den undre gränsen för att se vilka kritiska gränser som vårt populationsmedelvärde bör hålla sig inom. Men vid t-fördelningen så tar man också bort en frihetsgrad så vi ska alltså ta den kvartil ut t-fördelningen som motsvarar $\alpha = 0,05$ och $v = 2$ vilket är 2,92.

Nu kan vi ställa upp vår uträkning enligt följande.

$\bar{x} \pm t_{0,05}(2) \cdot s \div \sqrt{n}$

R

Vilket, när man sätter in talen blir.

$70 \pm 2,92 \cdot 5 \div \sqrt{3} =$

R

$70 \pm 2,92 \cdot 5 \div 1,732050808 =$

$70 \pm 2,92 \cdot 2,886751345 =$

$70 \pm 8,429313927 \approx 61,57$ respektive $78,43$

B C A

Svar: Vårt konfidensintervall spänner sig ungefär mellan gränstalen 61,57 och 78,43. Sannolikheten är också 90% att intervallet innehåller populationsmedelvärdet μ.

b. För att undersöka om μ är högre än 67 så behöver vi först en så kallad nollhypotes (H_0) och en mothypotes (H_1). Vår noll hypotes är att μ inte är högre än 67 utan högst det talet och detta är också vår huvudtes som vi nu ska testa. Mothypotesen däremot säger att μ är högre än 67. Vi ställer upp hypoteserna nedan.

$H_0: \mu \leq 67 \qquad H_1: \mu > 67$

R

Vår testvariabel är det kritiska värde som vi inte får överträda om vi ska behålla vår nollhypotes. Då vi har samma urval som tidigare så vet vi att vi har en t-kvartil med $v = 2$. Men då vi här bara ska mäta en gräns så använder vi hela vår signifikansnivå på 10% vilket ger oss talet 1,886.

Beslutsregeln slutligen är att vi förkastar vår nollhypotes om det t-tal vi räknar ut är högre än 1,886.

Själva uträkningen ser ut så här.

$t = \dfrac{\bar{x} - \mu}{s \div \sqrt{n}} \rightarrow t = \dfrac{70 - 67}{5 \div \sqrt{3}} \rightarrow$

$t = \dfrac{3}{5 \div 1,732050808} \rightarrow$

$t = \dfrac{3}{2,886751345} \rightarrow$

R

$t \approx 1,039$ R

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnsviksalen Anonymkod: SGK-0018 Blad nr: 2

BRA

Svar: Då 1,039 är lägre än det kritiska värdet på 1,886 så behåller vi vår nollhypotes och drar slutsatsen att vi inte med 90 % säkerhet kan anta att medelvärdet är högst 67

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnvikssalen Anonymkod: SGK-0018 Blad nr: 3

2) 9p

Uppgift 2:

a) Vår nollhypotes är i det här fallet att andelen familjer som har plasma-HD-TV i Grönköping inte är större än 0,60 eller 60 %. Vår mothypotes är att andelen familjer faktiskt är högre än 0,60.

$H_0: \pi \leq 0{,}60$ $H_1: \pi > 0{,}60$ R

Testvariabeln är i det här fallet ett Z_α-värde då vårt urval som sagt består över 30 personer. Vid ett sånt fall behöver vi inga frihetsgrader utan tar den variabel motsvarande signifikansnivån på 10 %. Då vi också bara mäter vår takgräns så delar vi inte heller upp signifikansnivån på mitten.

$Z_{0,1} = 1{,}2816$ R

Beslutsregeln är att vi förkastar vår nollhypotes om vårt observerade värde är högre än 1,2816

Uträkningen ser ut så här

$$Z_\alpha = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{\hat{P} \cdot (1-\hat{P})}{n}}}$$

P_0 är vårt kritiska värde på 0,6 och n är vårt urval på 1000 personer. $\hat{P}$ står för den andel av vårt urval som har plasma-HD-TV vilket räknas ut så här.

$$\hat{P} = \frac{650}{1000} = 0{,}65$$ R

$$Z_\alpha = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{\hat{P} \cdot (1-\hat{P})}{n}}} \rightarrow \frac{0{,}65 - 0{,}60}{\sqrt{\frac{0{,}65 \cdot (1-0{,}65)}{1000}}} \longrightarrow -1p$$

$$Z_\alpha = \frac{0{,}05}{\sqrt{\frac{0{,}65 \cdot 0{,}35}{1000}}}$$

$$Z_\alpha = \frac{0{,}05}{\sqrt{\frac{0{,}2275}{1000}}}$$

$$Z_\alpha = \frac{0{,}05}{\sqrt{0{,}0002275}}$$

⇒

$$z_\alpha = \frac{0{,}05}{0{,}0150831031} \approx 3{,}315$$

Svar! Då 3,315 är högre än 1,2816 så förkastar vi nollhypotesen. Vi kan inte med 90% säkerhet påstå att färre än 60% av Grönköpingsfamiljerna har plasma-HD-TV.

R

2a) 9p

b) $p = 1 - \Phi(\cancel{1{,}28})$ = ← FEL

3,315

$p = 1 - 0{,}89973 =$

$p = 0{,}10027$

Svar! p-värdet är 0,10027 och motsvarar de ungefär 10% ur populationen som inte finns med innanför vårt kritiska värde. Det kan användas för att räkna ut hur stor del av populationen som vi tror kan ingå inom vår hypotes. I det här fallet kan vi utgå ifrån att ungefär 89,973 % av populationen finns innanför den kritiska gränsen på 1,28 och därmed uppfyller ett visst efterfrågat krav.

F

2b) 0p

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnvikssalen Anonymkod: SGK-0018 Blad nr: 4

3) 0 p

Uppgift 3:

a) Återigen ställer jag upp en nollhypotes som den här gången säger att $\mu_1 - \mu_2 = 0$ eller att populationsmedelvärde 1 minus populationsmedelvärde 2 = 0. Min mothypotes säger dock att $\mu_1 - \mu_1 \neq 0$. Normalt sett brukar man också använda t-värdet vid uträkningar av så här låga observationer men då populationens varianser är kända i det här fallet så kommer jag att räkna med ett Z_α-värde. Eftersom att man inte heller specifierar vilken gräns man inte får passera utan bara säger att $\mu_1 - \mu_2$ inte är lika med 0 så utgår jag från att det inkluderar både högre och lägre än noll och delar α i hälften. Det finns alltså en högre och en lägre gräns man inte får passera på 0,025 eller $\pm 1{,}96$

Själva uträkningen ser ut så här

$$z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\sigma_p^2 \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}}$$

$\bar{X} = X_1$:s stickprovsmedelvärde $= 35{,}0$

$\bar{Y} = X_2$:s stickprovsmedelvärde $= 30{,}6$

$n = X_1$:s observationer $= 8$

$m = X_2$:s observationer $= 12$

FEL METOD (Se FACIT)

För att klara uträkningen behöver vi först räkna ut variansen på p eller σ_p^2 vilket görs så här

$$\sigma_p^2 = \frac{((n-1) \cdot \sigma_1^2) + ((m-1) \cdot \sigma_2^2)}{((n-1) + (m-1))} \rightarrow$$

$$\sigma_p^2 = \frac{((8-1) \cdot 16) + ((12-1) \cdot 24)}{(8-1) + (12-1)} \rightarrow$$

$$\sigma_p^2 = \frac{(7 \cdot 16) + (11 \cdot 24)}{7 + 11} \rightarrow$$

$$\sigma_p^2 = \frac{112 + 264}{18} \rightarrow$$

$$\sigma_p^2 = \frac{376}{18} \approx 20{,}89$$

Nu kan vi sätta in σ_p^2 i uträkningen och sen är det bara att räkna ut den:

$\Rightarrow$

$$z = \frac{35 - 30{,}6}{\sqrt{20{,}89 \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right)}} \Rightarrow$$

$$z = \frac{4{,}4}{\sqrt{20{,}89 \cdot (0{,}125 + 0{,}083)}} \Rightarrow$$

$$z = \frac{4{,}4}{\sqrt{20{,}89 \cdot 0{,}010375}} \Rightarrow$$

$$z = \frac{4{,}4}{\sqrt{0{,}21673375}} \Rightarrow$$

$$z = \frac{4{,}4}{0{,}465546721б} \approx 9{,}45$$

Svar: Då 9,45 är ett högre tal än 1,96 så förkastar vi vår nollhypotes och därmed kan vi inte utgå från 95 % :s säkerhet att $\mu_1 - \mu_2 = 0$.

b. Vid en undersökning av z-tabellen ser vi att det inte finns något p-värde över 4,09 och i och med att nästintill samtliga personer finns med vid z-värdet 4,09 så kan vi också utgå från att alla finns med vid z-värdet 9,45.

FEL

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnvikssalen Anonymkod: SGK-0018 Blad nr: 5

4) 1p

Uppgift 4:

Här har vi att göra med ett så kallat "Goodness of fit-test vilket är en hypotesprövning där man undersöker hur lika ett förväntat värde som här representeras av varuhusägarens påstående, är med ett observerat påstående vilket är den anställdes observationer.

Vi har redan våra siffror från både det observerade värdet (O_i) och det förväntade värdet (E_i). Med dessa kan vi nu ställa upp en modell där vi jämför hur lika de är.

R

	O_i	E_i	(O_i-E_i)	$(O_i-E_i)^2$	$\frac{(O_i-E_i)^2}{E_i}$
0	70	75	70-75=-5	$-5^2=25$	25÷75 = 0,33
1	15	20	15-20=-5	$-5^2=25$	25÷20 = 1,25
≥2	15	5	15-5=10	$10^2=100$	100÷5 = 20
Σ	100	100			

R

0,33 + 1,25 + 20 = 21,58

R

Nu ska vi jämföra vårt uträknade exempel på 21,58 med signifikansnivån på 5%. Vi kommer här att dels dela upp signifikansnivån med hälften, samt räkna andelen kategorien (3) subtraherat med en frihetsgrad och får då vårt kritiska värde. Vi räknar också med hjälp av det så kallade chi²-värdet.

$\chi^2_{\alpha/2}(3-1) \Rightarrow \chi^2_{0,025}(2) = 7,378$ F −1p

Svar: Då vårt observerade värde på 21,58 är högre än det kritiska chi²-värdet på 7,378 så kan vi med 95% säkerhet utgå från att ägarens påstående är fel.

R

SU, STATISTIK

Skrivsal: Brunnviksssalen Anonymkod: SGK-0018 Blad nr: 6

5) 20p

Uppgift 5)

a) Laplacekriteriet går ut på att man först tar och multiplicerar produktens förväntade vinst, förutsatt att ett visst naturtillstånd sker, med sannolikheten att detta naturtillstånd faktiskt också sker. Sedan multiplicerar man produktens förväntade vinst, förutsatt att nästa naturtillstånd sker med dess sannolikhet och så vidare innan man adderar ihop de olika möjliga produktvinsterna till en förväntad nytta. Samma procedur genomförs sen med de andra produkterna och sen väljer man den förväntade nyttan som är högst och tar den produkten.

I det här fallet utgår jag att alla naturtillstånd har samma sannolikhet att inträffa eftersom inget annat står. Jag utvecklar därmed beslutsmatrisen.

Handlings alternativ	Naturtillstånd med sannolikhet S1 (0,33)	S2 (0,33)	S3 (0,33)	Förväntad nytta
A1	5	20	22	15,51
A2	10	10	12	10,56
A3	20	8	14	13,86

$A1 = ((0,33 \cdot 5) + (0,33 \cdot 20) + (0,33 \cdot 22)) \Rightarrow$

$1,65 + 6,6 + 7,26 = 15,51$

$A2 = ((0,33 \cdot 10) + (0,33 \cdot 10) + (0,33 \cdot 12)) \Rightarrow$

$3,3 + 3,3 + 3,96 = 10,56$

$A3 = ((0,33 \cdot 20) + (0,33 \cdot 8) + (0,33 \cdot 14)) \Rightarrow$

$6,6 + 2,64 + 4,62 = 13,86$

Svar: Eftersom att alternativ A1 har den högsta förväntade nyttan på 15,51 så bör företagsledningen också välja den.

b) Här har vi nya sannolikheter och får justera om beslutsmatrisen igen.

Handlingsalt.	Naturtillstånd med s/h S1 (0,6)	S2 (0,3)	S3 (0,1)	Förväntad nytta
A1	5	20	22	11,2
A2	10	10	12	10,2
A3	20	8	14	15,8

$A1 = ((0{,}6 \cdot 5) + (0{,}3 \cdot 20) + (0{,}1 \cdot 22)) =$

$3 + 6 + 2{,}2 = 11{,}2$

$A2 = ((0{,}6 \cdot 10) + (0{,}3 \cdot 10) + (0{,}1 \cdot 12)) =$

$6 + 3 + 1{,}2 = 10{,}2$

$A3 = ((0{,}6 \cdot 20) + (0{,}3 \cdot 8) + (0{,}1 \cdot 14)) =$

$12 + 2{,}4 + 1{,}4 = 15{,}8$

Svar: Eftersom att handlingsalternativ A3 nu har den högsta förväntade nyttan på 15,8 så bör också företagsledningen välja det alternativet.

LÖSNINGAR / STATISTIKENS GRUNDER 2 / 2014-02-06

(1a) $X_1 = 75$, $X_2 = 70$, $X_3 = 65$ $\bar{X} = \frac{210}{3} = \underline{70}$

$S^2 = \frac{25+0+25}{2} = \frac{50}{2} = \underline{25}$ $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{25} = \underline{5}$

a) $\bar{X} \pm t_{\alpha/2(n-1)} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$ $\alpha = 0{,}10$ $\alpha/2 = 0{,}05$ $t_{\alpha/2(n-1)} = t_{0{,}05(2)} = \underline{2{,}920}$

$n = 3$ $\sqrt{n} = \sqrt{3} = 1{,}7321$

$70 \pm (2{,}920) \cdot \frac{5}{1{,}7321}$

$70 \pm 8{,}4290$ $\boxed{[61{,}571 \,;\, 78{,}4290]}$

b) $H_0: \mu \leq 67$ $H_1: \mu > 67$

FÖRKASTA H_0 OM $t > t_{\alpha(n-1)} = t_{0{,}10(2)} = \underline{1{,}886}$

$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \frac{70-67}{5/\sqrt{3}} = \frac{3}{5/1{,}7321} = \frac{3}{2{,}8866} = \underline{1{,}03928}$

EFTERSOM $t = 1{,}03928 \not> t_{0{,}10(2)} = 1{,}886$ $\underline{H_0 \text{ EJ FÖRKASTAS}}$

2. (a) $H_0: P \leq 0{,}60$ $H_1: P > 0{,}60$ $\hat{P} = \frac{650}{1000} = 0{,}65$ $P_0 = 0{,}60$

FÖRKASTA H_0 OM $Z > Z_\alpha$ $Z_\alpha = Z_{0{,}10} = \underline{1{,}2816}$

$Z = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} = \frac{0{,}65 - 0{,}60}{\sqrt{\frac{(0{,}60)(0{,}40)}{1000}}} = \frac{0{,}05}{\sqrt{\frac{0{,}24}{1000}}} = \frac{0{,}05}{\sqrt{0{,}00024}} =$

$= \frac{0{,}05}{0{,}015491933} = 3{,}227486202 \approx \underline{3{,}23}$

EFTERSOM $Z > Z_\alpha$ MAN FÖRKASTAR H_0

b) P-VÄRDET $= P(Z > z = 3{,}23) = 1 - P(Z \leq 3{,}23) =$

$= 1 - \Phi(3{,}23) = 1 - 0{,}99938 = \underline{0{,}00062}$

FÖR FÖRKLARING, SE KURSLITTERATUR.

3) $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

FÖRKASTA H_0 OM $Z < -Z_{\alpha/2}$ ELLER $Z > Z_{\alpha/2}$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} = \frac{35,0 - 30,6}{\sqrt{\frac{16}{8} + \frac{24}{12}}} = \frac{4,4}{\sqrt{2+2}} = \frac{4,4}{\sqrt{4}} =$$

$$= \frac{4,4}{2} = 2,2 > Z_{\alpha/2} = Z_{0,025} = 1,96$$ H_0 FÖRKASTAS

P-VÄRDET $= 2 \cdot P(Z > 2,2) = 2 \cdot [1 - \Phi(2,2)] = 2 \cdot [1 - 0,98610] =$
$= 2 \cdot 0,0139 = 0,0278$

4)

	O_i	E_i	$(O_i - E_i)^2/E_i$
0	70	75	0,33333
1	15	20	1,25
MINST 2	15	5	20
			Σ 21,5833

$\chi^2 = 21,5833 > \chi^2_{0,05(2)} = 5,991$

FÖRKASTAS ÄGARENS PÅSTÅENDE

5)

	S1	S2	S3
A1	5	20	22
A2	10	10	12
A3	20	8	14

a)

$\frac{1}{3} \cdot 5 + \frac{1}{3} \cdot 20 + \frac{1}{3} \cdot 22 = \frac{47}{3} = 15,66666$

$\frac{42}{3}$ hmm

$\frac{32}{3} = 10,666$ VÄLJ A1

$\frac{42}{3} = 14$

b)

$0,6(5) + 0,3(20) + 0,1(22) = 11,2$ VÄLJ A3

$0,6(10) + 0,3(10) + 0,1(12) = 10,2$

$0,6(20) + 0,3(8) + 0,1(14) = 15,8$