

Hemtentamen i Regressions- och tidsserieanalys, (4.5 hp)

Kurs: Regressionsanalys och undersökningsmetodik

2020-04-28

Skrivtid: kl. 9.00 - 15.00 (6 timmar)

Godkända hjälpmedel: Miniräknare, dator, kurslitteratur och föreläsninganteckningar

Vidhäftade hjälpmedel: Formelsamling och Statistiska tabeller (endast de tabeller som krävs)

OBS! Det är inte tillåtet att ta hjälp av andra personer under skrivningen.

- Tentamen består av 5 uppgifter, i förekommande fall uppdelade i deluppgifter. Maximalt antal poäng anges per deluppgift.
- Svar med fullständiga redovisningar ska lämnas.
 - För full poäng krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.
 - Kontrollera alltid dina beräkningar och lösningar! Slarvfel kan också ge poängavdrag!
 - Använd minst fem värdesiffror i dina beräkningar (1,2345 och 1234,5 är exempel på tal med fem värdesiffror). I förekommande fall är det inte möjligt pga. avrundning i t.ex. SAS-utskrifter men utgå då ifrån det som är givet. Du kan dock avrunda ditt slutliga svar.
- Tentamen kan maximalt ge 100 poäng och för godkänt resultat krävs minst 50. Betygsgränser:
 - A: 90 – 100 p
 - B: 80 – 89 p
 - C: 70 – 79 p
 - D: 60 – 69 p
 - E: 50 – 59 p
 - Fx: 40 – 49 p
 - F: 0 – 40 p

OBS! Fx och F är underkända betyg som kräver omexamination. Studenter som får betyget Fx kan alltså inte komplettera för högre betyg.

- Lösningförslag läggs ut på Athena kort efter tentamen.

KONTAKT MED EXAMINATOR UNDER SKRIVNINGEN

- Om det är något som är oklart eller något som verkar konstigt kan du kontakta examinatorn under pågående skrivning via e-post: michael.carlson@stat.su.se eller telefon: 08-16 29 82.
- Undvik att använda Athena för att kontakta examinator.
- Bevaka dock din e-post och Athena under skrivningen för eventuella meddelanden som rör provet.

LYCKA TILL!

Uppgift 1. (30p)

I en sömnforskningsstudie deltog $n = 12$ barn. Man studerade bl.a. sambandet mellan $x =$ ålder i år och $y =$ genomsnittligt antal timmars sömn per natt. Värden för y -variabeln fick man genom att observera barnen nattetid tre nätter i följd och sedan beräkna medelvärdet för varje barn. Man fick följande data:

i	x_i	y_i	i	x_i	y_i
1	4.4	10.0	7	9.6	8.9
2	5.5	9.5	8	10.1	8.2
3	6.7	9.6	9	11.1	8.4
4	7.6	8.8	10	11.5	7.7
5	8.6	9.0	11	12.4	8.0
6	8.9	8.6	12	14.0	7.7

$$\sum x_i = 110.4 \quad \sum y_i = 104.4 \quad \sum x_i^2 = 1104.82 \quad \sum y_i^2 = 914.4 \quad \sum x_i y_i = 938.44$$

- Beräkna korrelationskoefficienten r_{xy} och kommentera resultatet. (6p)
- Testa på 5 % signifikansnivå om korrelationskoefficienten i b) är skild från noll eller inte. Ange hypoteser, testvariabel och dess fördelning, beslutsregel med kritisk gräns samt dina slutsatser. (8p)
- Skatta parametrarna β_0 och β_1 i den enkla linjära regressionsmodellen $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. (6p)
- Anta att du vill testa om lutningskoefficienten i c) är skild från noll eller inte. Utan att genomföra testet och utan att beräkna något, ange med ledning av ditt resultat i b) ovan vilken slutsats du skulle få. Motivera ditt svar. KOMMENTAR: Om du inte har gjort uppgift b) så kan du ändå besvara frågan. Vad är det relation mellan dessa två test? (4p)
- Beräkna utifrån din skattade modell i c) ett 95 % prediktionsintervall för Y givet att $X = 24$. Använd $s_e^2 = 0.067057$. Kommentera sedan ditt resultat kritiskt. (6p)

Uppgift 2. (10p)

För var och en av följande deluppgifter ska du svara kortfattat. Hela uppgiften bör kunna redovisas på maximalt ca två A4-sidor. Du får gärna komplettera med bilder och skisser.

- Hur definieras en exponentiell regressionsmodell med en förklaringsvariabel och hur går man enklast till väga för att skatta parametrarna i en sådan med minsta-kvadrat-metoden? (5p)
- Förklara vad som menas med samspelseffekt och förklara när det kan vara relevant att ta med en samspelsterm i en linjär regressionsmodell. (5p)

Uppgift 3. (40p)

Ett företag har ett underhålls- och serviceavtal för en viktig systemkomponent installerad på olika fabriker över hela landet. När komponenten går sönder skickas en tekniker för att reparera den. Företaget vill att du som statistisk expert ska analysera insamlade data från en pilotundersökning. Man är intresserad av att identifiera faktorer (variabler) som påverkar reparationstiden. Du har fått ett litet stickprov med $n = 10$ observationer och fyra variabler:

Y = reparationstid mätt i timmar

X_1 = antal månader sedan den senaste underhållsservicen

X_2 = typ av fel (0= mekaniskt fel, 1= elektriskt fel)

X_3 = servicetekniker (0= Jenny, 1= Johan)

Du skattar tre linjära regressionsmodeller, SAS-utskrifter från dessa finns på nästa sida:

Modell 1: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \varepsilon_i$

Modell 2: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$

Modell 3: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i$

Kom ihåg att värdena för parametrarna β_0, \dots, β_3 är olika i de olika modellerna. Observera också att det saknas en del uppgifter i utskrifterna!

- Genomför ett formellt test på 1% signifikansnivå för att pröva om Modell 3 som helhet är signifikant. Ange hypoteserna som du testar, testvariabel och dess fördelning, beslutsregel med kritiska gränser samt beräkningar och slutsats med förklaring. Modellantaganden behöver ej anges. (8p)
- Beräkna förklaringsgraden och den justerade förklaringsgraden för modell 2 respektive Modell 3. Kommentera dina resultat. Skulle du välja modell enbart med ledning av detta? (6p)
- Modell 3 och Modell 2 skiljer sig åt i att en variabel som finns i 3 saknas i 2. Vilken av modellerna skulle du föredra? Avgör frågan genom att beräkna ett lämpligt 95% konfidensintervall för en av parametrarna. Modellantaganden behöver ej anges. (6p)
- Anta att du väljer Modell 2. Rita in den skattade regressionsmodellen i ett lämpligt diagram med klart angivna markeringar. Använd observationsområdet $X_1 = 0$ och $X_1 = 10$. TIPS: Den andra variabeln är ju en dummyvariabel. Utnyttja detta när du ska visa modellen grafiskt. (6p)
- Anta att du väljer Modell 1. Hur skulle du utvärdera om modellantagandena är uppfyllda eller inte. Vilka diagram skulle du ta fram och vad belyser avseende modellantagandena? Inkludera gärna skisser över olika diagram i ditt svar och exemplifiera olika fall. KOMMENTAR: Du har ju inte tillgång till rådata så ditt svar får vara av mer principiell karaktär. (10p)
- Är det risk för multikollinearitet i någon av modellerna? (4p)

Modell 1:

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	5.59603			
Error	8	4.87997			
Corrected Total					

Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	2.14727	0.60498		
X1	1	0.30413	0.10041		

Modell 2:

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	9.00092			
Error	7	1.47508			
Corrected Total					

Parameter Estimates						
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t	Variance Inflation
Intercept	1	0.93050	0.46697			0
X1	1	0.38762	0.06257			1.12384
X2	1	1.26269	0.31413			

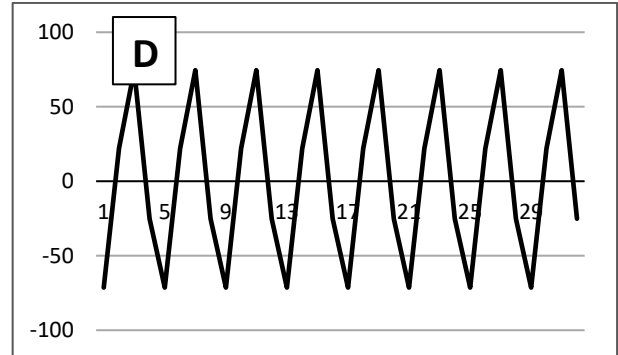
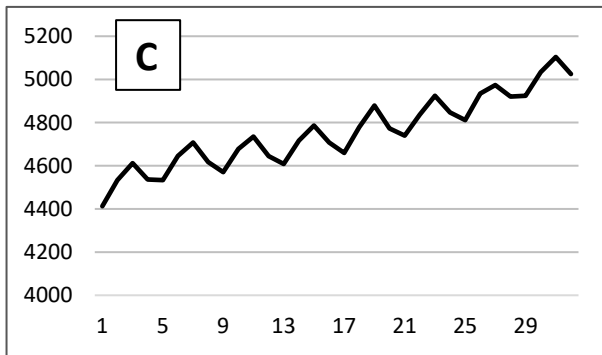
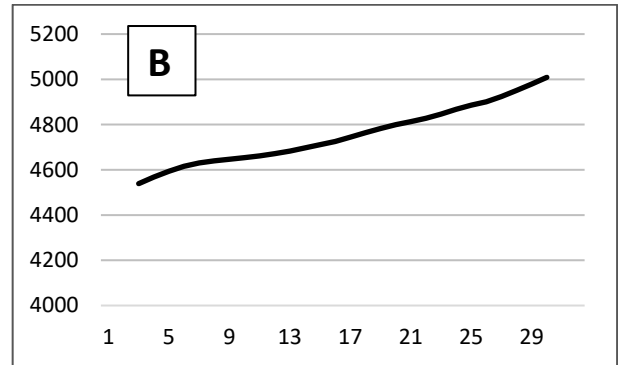
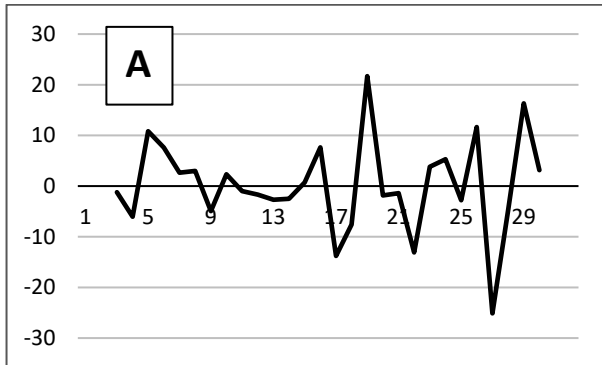
Modell 3:

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	3	9.43049			
Error	6	1.04551			
Corrected Total					

Parameter Estimates						
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t	Variance Inflation
Intercept	1	1.86016	0.72863			0
X1	1	0.29144	0.08360			2.42647
X2	1	1.10241	0.30334			1.26738
X3	1	-0.60909	0.38793			2.15909

Uppgift 4. (10p)

En tidsserie omfattande kvartalsdata under 8 år (totalt 32 kvartal) modellerades med en additiv komponentmodell genom att man först skattade trenden och sedan skattade säsongsexponent. Man gick sedan vidare och skilde ut varje komponent för sig. Nedan visas fyra tidsseriediagram som har betecknats A–D som dels visar originaldata samt tre olika komponenter.



- Identifiera de fyra tidserierna. Vilken visar originaldata och vilka visar respektive komponent? (2p)
- Förklara kortfattat hur och varför man säsongrensar tidsserier. Vad är syftet? (4p)
- Trenden (trend+cykel) kan skattas med glidande medelvärden eller med en lämplig regressionsmodell med tid som förklaringsvariabel. Diskutera kortfattat för- och nackdelar med respektive metod. (4p)

KOMMENTAR: Om du är osäker på hur mycket du förväntas skriva på b) och c) så har du lite ledning av hur många poäng du maximalt kan få. Skriv kort och koncist!

Uppgift 5. (10p)

I en studie omfattande 171 födslar undersökte man barnens vikt vid födseln. Man satte upp en logistisk regressionsmodell för att modellera sannolikheten att ett barn föds underviktig (låg vikt) eller inte (ej låg vikt). Som tänkbara förklaringsvariabler hade man mammans ålder (i år), om modern var rökare eller inte, samt om modern led av s.k. livmodersirritabilitet (*uterine irritability*) eller inte. Man utgick från modellen

$$\text{Odds}(Y = 1|x_1, x_2, x_3) = \exp(\beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3)$$

där $Y = 1$ om barnet föddes med för låg vikt och $Y = 0$ om så inte var fallet. Förklaringsvariablerna definierades enligt följande:

$$X_1 = \text{Age} = \text{ålder} \quad X_2 = \text{Smoker} = \begin{cases} 1, & \text{rökare} \\ 0, & \text{ej rökare} \end{cases} \quad X_3 = \text{UI} = \begin{cases} 1, & \text{irritation} \\ 0, & \text{ej irritation} \end{cases}$$

Baserat på riktiga data skattades olika modeller med SAS och man kom fram till att följande modell var bäst:

Number of Observations Read	171
Number of Observations Used	171

Response Profile		
Ordered Value	Low	Total Frequency
1	1 = low weight	50
2	0 = not low weight	121

Analysis of Maximum Likelihood Estimates					
Parameter	DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	-1.4004	0.2509	31.1669	<.0001
Smoker	1	0.6912	0.3531	3.8316	0.0503
UI	1	1.3454	0.4526	8.8351	0.0030

- Formulera modellen som skattades och som återges i utskriften ovan i termer av logodds, dvs. $\text{LogOdds}(Y = 1) = \dots$ vadå? (2p)
- Beräkna utifrån den skattade modellen sannolikheten att ett barn föds med för låg vikt givet att mamman var 30 år, inte var rökare och inte led av irritation. (4p)
- Beräkna ett 90% konfidensintervall för oddskvoten $OR(X_2)$ och dra en slutsats om variabeln fungerar som prediktor för sannolikheten att ett barns föds med för låg vikt. Är det mer sannolikt att barnet föds med för låg vikt om mamman röker? (4p)

FORMELSAMLING

DESKRIPTIV STATISTIK

Varians:	$s_x^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)}$	
Kovarians:	$s_{xy} = cov(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{n-1}$ $= \frac{n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n(n-1)}$	
Korrelation:	$r_{xy} = corr(x, y) = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{s_{xy}}{\sqrt{s_x^2 \cdot s_y^2}}$	Inferens: $t_{n-2} = \frac{r_{xy}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}}$

ENKEL LINJÄR REGRESSION

Modell: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$	Betingat medelvärde för $Y X = x$: $\mu_{Y X=x} = \beta_0 + \beta_1 x$
---	---

Parameterskattningar och dessas varianser:	$b_1 = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = r_{xy} \cdot \frac{s_y}{s_x}$	$s_{b_1}^2 = \frac{s_e^2}{(n-1)s_x^2} = \frac{s_e^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$
	$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$	$s_{b_0}^2 = s_e^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{(n-1)s_x^2} \right)$

Prediktion och skattat betingat medelvärde:	$\hat{y}_i = \hat{\mu}_{Y X=x_i} = b_0 + b_1 x_i$
Prediktionsintervall för prediktionen \hat{y}_i givet $X = x$:	$\hat{y}_i \pm t_{n-2, \alpha/2} \cdot \sqrt{s_e^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{(n-1)s_x^2} \right)}$
Konfidensintervall för det betingade medelvärdet $\mu_{Y X=x}$ givet $X = x$:	$\hat{\mu}_{Y X=x} \pm t_{n-2, \alpha/2} \cdot \sqrt{s_e^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{(n-1)s_x^2} \right)}$

ICKE-LINJÄR REGRESSION, exempel

Andragsgradspolynom:	$\hat{y}_i = a + b_1 x_i + b_2 x_i^2$
Exponentiell:	$\ln(\widehat{y}_i) = a' + b' x_i \quad \hat{y}_i = \exp(a' + b' x_i) = (e^{a'}) (e^{b'})^{x_i} = a \cdot b^{x_i}$ $\log_{10}(\widehat{y}_i) = a' + b' x_i \quad \hat{y}_i = 10^{a' + b' x_i} = (10^{a'}) (10^b)^{x_i} = a \cdot b^{x_i}$

ENKEL OCH MULTIPEL LINJÄR REGRESSION (sätt $k = 1$ om enkel regression)

$$\text{Residualvarians: } s_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n - k - 1} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - k - 1} = \frac{SSE}{n - k - 1} = MSE$$

$$\text{Kvadratsummor: } SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = (n - 1)s_y^2 = SSR + SSE$$

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2 = (n - k - 1)s_e^2$$

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = [\text{om enkel regression}] = b^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$\text{Förklaringsgrad: } R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad R_{\text{adj}}^2 = 1 - \frac{SSE/(n - k - 1)}{SST/(n - 1)}$$

$$\text{Inferens för } \beta_j: \quad \text{KI: } b_j \pm t_{n-k-1, \alpha/2} \cdot s_{b_j} \quad \text{Test: } t_{n-k-1} = \frac{b_j - \beta_j^*}{s_{b_j}}$$

$$\text{Test för hela modellen: } F_{k, n-k-1} = \frac{SSR/K}{SSE/(n - K - 1)} = \frac{MSR}{MSE}$$

Beräkningsformler för KORRELATION och REGRESSIONSKOEFFICIENT

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \\ &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) / (n - 1)}{\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} \cdot \frac{s_x s_y}{s_x s_y} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \cdot \frac{s_y}{s_x} = r_{xy} \cdot \frac{s_y}{s_x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \cdot \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} \cdot \sqrt{\sum y_i^2 - n \bar{y}^2}} \\ &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) / (n - 1)}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)} \cdot \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2 / (n - 1)}} \\ &= \frac{s_{xy}}{\sqrt{s_x^2} \cdot \sqrt{s_y^2}} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \cdot \frac{s_x}{s_x} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} \cdot \frac{s_x}{s_y} = b_1 \cdot \frac{s_x}{s_y} \end{aligned}$$

TIDSSERIEANALYS

- Komponenter

Additiv modell: $Y_t = T_t + S_t + C_t + E_t$ Multiplikativ modell: $Y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot E_t$
där T = trend, S = säsong, C = cyklisk/konjunktur samt E = slumpkomponent

- Skattning av trendkomponenten:

- med glidande medelvärden utan säsongvariation, exempel:

3-punkter
centrerat: $\hat{T}_t = \frac{1}{3} \cdot y_{t-1} + \frac{1}{3} \cdot y_t + \frac{1}{3} \cdot y_{t+1}$

5-punkter
centrerat: $\hat{T}_t = \frac{1}{5} \cdot y_{t-2} + \frac{1}{5} \cdot y_{t-1} + \frac{1}{5} \cdot y_t + \frac{1}{5} \cdot y_{t+1} + \frac{1}{5} \cdot y_{t+2}$

- med centrerade glidande medelvärden med säsongvariation, exempel:

halvårsdata: $\hat{T}_t = \frac{1}{4} \cdot y_{t-1} + \frac{1}{2} \cdot y_t + \frac{1}{4} \cdot y_{t+1}$

kvartalsdata: $\hat{T}_t = \frac{1}{8} \cdot y_{t-2} + \frac{1}{4} \cdot y_{t-1} + \frac{1}{4} \cdot y_t + \frac{1}{4} \cdot y_{t+1} + \frac{1}{8} \cdot y_{t+2}$

månadsdata: $\hat{T}_t = \frac{1}{24} \cdot y_{t-6} + \frac{1}{12} \cdot y_{t-5} + \dots + \frac{1}{12} \cdot y_{t+5} + \frac{1}{24} \cdot y_{t+6}$

- med regressionsanalys, linjär trend och exponentiell trend:

Modell: $Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_1$ Skattad modell: $\hat{y}_t = b_0 + b_1 t = \hat{T}_t$
 $\ln Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_1$ $\hat{y}_t = \exp(b_0 + b_1 t) = \hat{T}_t$

- Justering av säsongindex \bar{S}_j med p säsonger (halvår, kvartal el. månader osv.):

Additiv modell: $S_j^+ = \bar{S}_j - \left(\frac{\sum \bar{S}_i}{p} \right)$ Multiplikativ modell: $S_j^+ = \frac{\bar{S}_j}{(\sum \bar{S}_i / p)}$

- Trend- och säsongrensning:

Additiv modell: $y_t - \hat{T}_t$ resp. $y_t - S_t^+$ Multiplikativ modell: y_t / \hat{T}_t resp. y_t / S_t^+

LOGISTISK REGRESSION och ODDS

Odds för en händelse A :	$\text{Odds}(A) = \frac{P(A)}{P(\bar{A})} = \frac{P(A)}{1 - P(A)} \Leftrightarrow P(A) = \frac{\text{Odds}(A)}{1 + \text{Odds}(A)}$
Oddsquot för händelsen A mot B :	$\text{OR} = \frac{\text{Odds}(A)}{\text{Odds}(B)}$

- Logistisk regression:

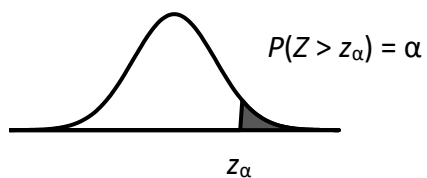
Enkel modell:	$P(Y = 1 x) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x)} = \frac{1}{1 + \exp(-\beta_0 - \beta_1 x)}$ $P(Y = 0 x) = \frac{1}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x)}$ $\text{Odds}(Y = 1 x) = \exp(\beta_0 + \beta_1 x)$ $\text{LogOdds}(Y = 1 x) = \beta_0 + \beta_1 x$
Multipel modell:	$\text{LogOdds}(Y = 1 x_1, \dots, x_k) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k$

Intercept β_0 :	$P(Y = 1 x_1 = \dots = x_k = 0) = \frac{\exp(\beta_0)}{1 + \exp(\beta_0)}$
Oddsquot för $Y = 1$ när $X_j = x_j + 1$ mot $X_j = x_j$:	$\text{OR}(X_j) = \frac{\text{Odds}(Y = 1 x_j + 1, \text{allt annat lika})}{\text{Odds}(Y = 1 x_j, \text{allt annat lika})} = \exp(\beta_j)$
KI för $\text{OR}(X_j)$:	$\left(\exp(b_j - z_{\alpha/2} \cdot s_{b_j}); \exp(b_j + z_{\alpha/2} \cdot s_{b_j}) \right)$

TABELL 2. Normalfördelningens kvantiler, standardiserad

$Z \in N(0, 1)$. Vilket värde har z_α om $P(Z > z_\alpha) = \alpha$ där α är en given sannolikhet.

Utnyttja även $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ för $P(Z \leq -z_\alpha)$.

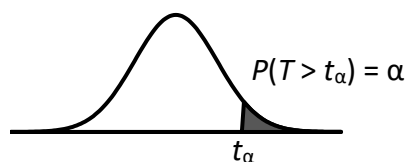


α	z_α
0,25	0,6745
0,10	1,2816
0,05	1,6449
0,025	1,9600
0,010	2,3263
0,005	2,5758
0,0025	2,8070
0,0010	3,0902
0,0005	3,2905
0,00025	3,4808
0,00010	3,7190
0,00005	3,8906
0,000025	4,0556
0,000010	4,2649
0,000005	4,4172

TABELL 3. t -fördelningens kvantiler

$T \in t(v)$ där v = antal frihetsgrader.

Vilket värde har t_α om $P(T > t_\alpha) = \alpha$ där α är en given sannolikhet. Utnyttja även $P(T \leq -t_\alpha) = P(T > t_\alpha)$.



v	$\alpha = 0,1$	0,05	0,025	0,010	0,005	0,0025	0,0010	0,0005
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	127,321	318,309	636,619
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,327	31,599
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,215	12,924
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,768
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
35	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724	2,996	3,340	3,591
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
45	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690	2,952	3,281	3,520
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496
55	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668	2,925	3,245	3,476
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
65	1,295	1,669	1,997	2,385	2,654	2,906	3,220	3,447
70	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	2,899	3,211	3,435
75	1,293	1,665	1,992	2,377	2,643	2,892	3,202	3,425

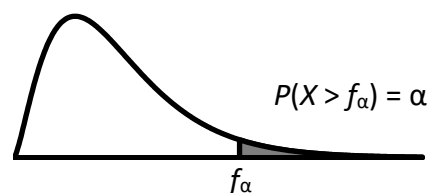
Forts. nästa sida

TABELL 3 forts. t -fördelningens kvantiler

v	$\alpha = 0,1$	0,05	0,025	0,010	0,005	0,0025	0,0010	0,0005
80	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	2,887	3,195	3,416
85	1,292	1,663	1,988	2,371	2,635	2,882	3,189	3,409
90	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	2,878	3,183	3,402
95	1,291	1,661	1,985	2,366	2,629	2,874	3,178	3,396
100	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	2,871	3,174	3,390
125	1,288	1,657	1,979	2,357	2,616	2,858	3,157	3,370
150	1,287	1,655	1,976	2,351	2,609	2,849	3,145	3,357
175	1,286	1,654	1,974	2,348	2,604	2,843	3,137	3,347
200	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	2,839	3,131	3,340
300	1,284	1,650	1,968	2,339	2,592	2,828	3,118	3,323
400	1,284	1,649	1,966	2,336	2,588	2,823	3,111	3,315
500	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586	2,820	3,107	3,310
1000	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581	2,813	3,098	3,300
2000	1,282	1,646	1,961	2,328	2,578	2,810	3,094	3,295
3000	1,282	1,645	1,961	2,328	2,577	2,809	3,093	3,294
4000	1,282	1,645	1,961	2,327	2,577	2,809	3,092	3,293
5000	1,282	1,645	1,960	2,327	2,577	2,808	3,092	3,292

TABELL 5. F-fördelningens kvantiler

$X \in F(v_1, v_2)$ där $v_1, v_2 =$ antal frihetsgrader i täljaren respektive nämnaren. Vilket värde har f_α om $P(X > f_\alpha) = \alpha$ där α är en given sannolikhet.



$\alpha = 0,05$

	$v_1 =$														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$v_2 = 1$	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	243,0	243,9	244,7	245,4	245,9
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,40	19,41	19,42	19,42	19,43
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,76	8,74	8,73	8,71	8,70
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,94	5,91	5,89	5,87	5,86
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,70	4,68	4,66	4,64	4,62
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,98	3,96	3,94
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,60	3,57	3,55	3,53	3,51
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28	3,26	3,24	3,22
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10	3,07	3,05	3,03	3,01
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91	2,89	2,86	2,85
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,82	2,79	2,76	2,74	2,72
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,72	2,69	2,66	2,64	2,62
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,60	2,58	2,55	2,53
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,57	2,53	2,51	2,48	2,46
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,51	2,48	2,45	2,42	2,40
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46	2,42	2,40	2,37	2,35
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,38	2,35	2,33	2,31
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,31	2,29	2,27
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28	2,26	2,23
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31	2,28	2,25	2,22	2,20
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16	2,14	2,11	2,09
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13	2,09	2,06	2,04	2,01
35	4,12	3,27	2,87	2,64	2,49	2,37	2,29	2,22	2,16	2,11	2,07	2,04	2,01	1,99	1,96
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,04	2,00	1,97	1,95	1,92
45	4,06	3,20	2,81	2,58	2,42	2,31	2,22	2,15	2,10	2,05	2,01	1,97	1,94	1,92	1,89
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,99	1,95	1,92	1,89	1,87
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92	1,89	1,86	1,84
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,02	1,97	1,93	1,89	1,86	1,84	1,81
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00	1,95	1,91	1,88	1,84	1,82	1,79
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93	1,89	1,85	1,82	1,79	1,77
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,79	1,75	1,72	1,69	1,67

Forts. nästa sida

TABELL 5 forts. *F*-fördelningens kvantiler

$\alpha = 0,05$

	V1 =														
	16	17	18	19	20	25	30	35	40	50	60	70	80	100	∞
V2 = 1	246,5	246,9	247,3	247,7	248,0	249,3	250,1	250,7	251,1	251,8	252,2	252,5	252,7	253,0	254,3
2	19,43	19,44	19,44	19,44	19,45	19,46	19,46	19,47	19,47	19,48	19,48	19,48	19,48	19,49	19,50
3	8,69	8,68	8,67	8,67	8,66	8,63	8,62	8,60	8,59	8,58	8,57	8,57	8,56	8,55	8,53
4	5,84	5,83	5,82	5,81	5,80	5,77	5,75	5,73	5,72	5,70	5,69	5,68	5,67	5,66	5,63
5	4,60	4,59	4,58	4,57	4,56	4,52	4,50	4,48	4,46	4,44	4,43	4,42	4,41	4,41	4,37
6	3,92	3,91	3,90	3,88	3,87	3,83	3,81	3,79	3,77	3,75	3,74	3,73	3,72	3,71	3,67
7	3,49	3,48	3,47	3,46	3,44	3,40	3,38	3,36	3,34	3,32	3,30	3,29	3,29	3,27	3,23
8	3,20	3,19	3,17	3,16	3,15	3,11	3,08	3,06	3,04	3,02	3,01	2,99	2,99	2,97	2,93
9	2,99	2,97	2,96	2,95	2,94	2,89	2,86	2,84	2,83	2,80	2,79	2,78	2,77	2,76	2,71
10	2,83	2,81	2,80	2,79	2,77	2,73	2,70	2,68	2,66	2,64	2,62	2,61	2,60	2,59	2,54
11	2,70	2,69	2,67	2,66	2,65	2,60	2,57	2,55	2,53	2,51	2,49	2,48	2,47	2,46	2,40
12	2,60	2,58	2,57	2,56	2,54	2,50	2,47	2,44	2,43	2,40	2,38	2,37	2,36	2,35	2,30
13	2,51	2,50	2,48	2,47	2,46	2,41	2,38	2,36	2,34	2,31	2,30	2,28	2,27	2,26	2,21
14	2,44	2,43	2,41	2,40	2,39	2,34	2,31	2,28	2,27	2,24	2,22	2,21	2,20	2,19	2,13
15	2,38	2,37	2,35	2,34	2,33	2,28	2,25	2,22	2,20	2,18	2,16	2,15	2,14	2,12	2,07
16	2,33	2,32	2,30	2,29	2,28	2,23	2,19	2,17	2,15	2,12	2,11	2,09	2,08	2,07	2,01
17	2,29	2,27	2,26	2,24	2,23	2,18	2,15	2,12	2,10	2,08	2,06	2,05	2,03	2,02	1,96
18	2,25	2,23	2,22	2,20	2,19	2,14	2,11	2,08	2,06	2,04	2,02	2,00	1,99	1,98	1,92
19	2,21	2,20	2,18	2,17	2,16	2,11	2,07	2,05	2,03	2,00	1,98	1,97	1,96	1,94	1,88
20	2,18	2,17	2,15	2,14	2,12	2,07	2,04	2,01	1,99	1,97	1,95	1,93	1,92	1,91	1,84
25	2,07	2,05	2,04	2,02	2,01	1,96	1,92	1,89	1,87	1,84	1,82	1,81	1,80	1,78	1,71
30	1,99	1,98	1,96	1,95	1,93	1,88	1,84	1,81	1,79	1,76	1,74	1,72	1,71	1,70	1,62
35	1,94	1,92	1,91	1,89	1,88	1,82	1,79	1,76	1,74	1,70	1,68	1,66	1,65	1,63	1,56
40	1,90	1,89	1,87	1,85	1,84	1,78	1,74	1,72	1,69	1,66	1,64	1,62	1,61	1,59	1,51
45	1,87	1,86	1,84	1,82	1,81	1,75	1,71	1,68	1,66	1,63	1,60	1,59	1,57	1,55	1,47
50	1,85	1,83	1,81	1,80	1,78	1,73	1,69	1,66	1,63	1,60	1,58	1,56	1,54	1,52	1,44
60	1,82	1,80	1,78	1,76	1,75	1,69	1,65	1,62	1,59	1,56	1,53	1,52	1,50	1,48	1,39
70	1,79	1,77	1,75	1,74	1,72	1,66	1,62	1,59	1,57	1,53	1,50	1,49	1,47	1,45	1,35
80	1,77	1,75	1,73	1,72	1,70	1,64	1,60	1,57	1,54	1,51	1,48	1,46	1,45	1,43	1,32
100	1,75	1,73	1,71	1,69	1,68	1,62	1,57	1,54	1,52	1,48	1,45	1,43	1,41	1,39	1,28
∞	1,64	1,62	1,60	1,59	1,57	1,51	1,46	1,42	1,39	1,35	1,32	1,29	1,27	1,24	1,00

TABELL 5 forts. F-fördelningens kvantiler

$\alpha = 0,01$

	V1 =														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
V2 = 1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6083	6106	6126	6143	6157
2	98,50	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,37	99,39	99,40	99,41	99,42	99,42	99,43	99,43
3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,35	27,23	27,13	27,05	26,98	26,92	26,87
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,55	14,45	14,37	14,31	14,25	14,20
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16	10,05	9,96	9,89	9,82	9,77	9,72
6	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72	7,66	7,60	7,56
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,54	6,47	6,41	6,36	6,31
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,73	5,67	5,61	5,56	5,52
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11	5,05	5,01	4,96
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,77	4,71	4,65	4,60	4,56
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40	4,34	4,29	4,25
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16	4,10	4,05	4,01
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96	3,91	3,86	3,82
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80	3,75	3,70	3,66
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67	3,61	3,56	3,52
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,62	3,55	3,50	3,45	3,41
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,46	3,40	3,35	3,31
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,43	3,37	3,32	3,27	3,23
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,36	3,30	3,24	3,19	3,15
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,09
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	3,06	2,99	2,94	2,89	2,85
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98	2,91	2,84	2,79	2,74	2,70
35	7,42	5,27	4,40	3,91	3,59	3,37	3,20	3,07	2,96	2,88	2,80	2,74	2,69	2,64	2,60
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,73	2,66	2,61	2,56	2,52
45	7,23	5,11	4,25	3,77	3,45	3,23	3,07	2,94	2,83	2,74	2,67	2,61	2,55	2,51	2,46
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	3,02	2,89	2,78	2,70	2,63	2,56	2,51	2,46	2,42
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,56	2,50	2,44	2,39	2,35
70	7,01	4,92	4,07	3,60	3,29	3,07	2,91	2,78	2,67	2,59	2,51	2,45	2,40	2,35	2,31
80	6,96	4,88	4,04	3,56	3,26	3,04	2,87	2,74	2,64	2,55	2,48	2,42	2,36	2,31	2,27
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,82	2,69	2,59	2,50	2,43	2,37	2,31	2,27	2,22
∞	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32	2,25	2,18	2,13	2,08	2,04

Forts. nästa sida

TABELL 5 forts. F-fördelningens kvantiler

$\alpha = 0,01$

	V1 =														
	16	17	18	19	20	25	30	35	40	50	60	70	80	100	∞
V2 = 1	6170	6181	6192	6201	6209	6240	6261	6276	6287	6303	6313	6321	6326	6334	6366
2	99,44	99,44	99,44	99,45	99,45	99,46	99,47	99,47	99,47	99,48	99,48	99,48	99,49	99,49	99,50
3	26,83	26,79	26,75	26,72	26,69	26,58	26,50	26,45	26,41	26,35	26,32	26,29	26,27	26,24	26,13
4	14,15	14,11	14,08	14,05	14,02	13,91	13,84	13,79	13,75	13,69	13,65	13,63	13,61	13,58	13,46
5	9,68	9,64	9,61	9,58	9,55	9,45	9,38	9,33	9,29	9,24	9,20	9,18	9,16	9,13	9,02
6	7,52	7,48	7,45	7,42	7,40	7,30	7,23	7,18	7,14	7,09	7,06	7,03	7,01	6,99	6,88
7	6,28	6,24	6,21	6,18	6,16	6,06	5,99	5,94	5,91	5,86	5,82	5,80	5,78	5,75	5,65
8	5,48	5,44	5,41	5,38	5,36	5,26	5,20	5,15	5,12	5,07	5,03	5,01	4,99	4,96	4,86
9	4,92	4,89	4,86	4,83	4,81	4,71	4,65	4,60	4,57	4,52	4,48	4,46	4,44	4,41	4,31
10	4,52	4,49	4,46	4,43	4,41	4,31	4,25	4,20	4,17	4,12	4,08	4,06	4,04	4,01	3,91
11	4,21	4,18	4,15	4,12	4,10	4,01	3,94	3,89	3,86	3,81	3,78	3,75	3,73	3,71	3,60
12	3,97	3,94	3,91	3,88	3,86	3,76	3,70	3,65	3,62	3,57	3,54	3,51	3,49	3,47	3,36
13	3,78	3,75	3,72	3,69	3,66	3,57	3,51	3,46	3,43	3,38	3,34	3,32	3,30	3,27	3,17
14	3,62	3,59	3,56	3,53	3,51	3,41	3,35	3,30	3,27	3,22	3,18	3,16	3,14	3,11	3,00
15	3,49	3,45	3,42	3,40	3,37	3,28	3,21	3,17	3,13	3,08	3,05	3,02	3,00	2,98	2,87
16	3,37	3,34	3,31	3,28	3,26	3,16	3,10	3,05	3,02	2,97	2,93	2,91	2,89	2,86	2,75
17	3,27	3,24	3,21	3,19	3,16	3,07	3,00	2,96	2,92	2,87	2,83	2,81	2,79	2,76	2,65
18	3,19	3,16	3,13	3,10	3,08	2,98	2,92	2,87	2,84	2,78	2,75	2,72	2,70	2,68	2,57
19	3,12	3,08	3,05	3,03	3,00	2,91	2,84	2,80	2,76	2,71	2,67	2,65	2,63	2,60	2,49
20	3,05	3,02	2,99	2,96	2,94	2,84	2,78	2,73	2,69	2,64	2,61	2,58	2,56	2,54	2,42
25	2,81	2,78	2,75	2,72	2,70	2,60	2,54	2,49	2,45	2,40	2,36	2,34	2,32	2,29	2,17
30	2,66	2,63	2,60	2,57	2,55	2,45	2,39	2,34	2,30	2,25	2,21	2,18	2,16	2,13	2,01
35	2,56	2,53	2,50	2,47	2,44	2,35	2,28	2,23	2,19	2,14	2,10	2,07	2,05	2,02	1,89
40	2,48	2,45	2,42	2,39	2,37	2,27	2,20	2,15	2,11	2,06	2,02	1,99	1,97	1,94	1,80
45	2,43	2,39	2,36	2,34	2,31	2,21	2,14	2,09	2,05	2,00	1,96	1,93	1,91	1,88	1,74
50	2,38	2,35	2,32	2,29	2,27	2,17	2,10	2,05	2,01	1,95	1,91	1,88	1,86	1,82	1,68
60	2,31	2,28	2,25	2,22	2,20	2,10	2,03	1,98	1,94	1,88	1,84	1,81	1,78	1,75	1,60
70	2,27	2,23	2,20	2,18	2,15	2,05	1,98	1,93	1,89	1,83	1,78	1,75	1,73	1,70	1,54
80	2,23	2,20	2,17	2,14	2,12	2,01	1,94	1,89	1,85	1,79	1,75	1,71	1,69	1,65	1,49
100	2,19	2,15	2,12	2,09	2,07	1,97	1,89	1,84	1,80	1,74	1,69	1,66	1,63	1,60	1,43
∞	2,00	1,97	1,93	1,90	1,88	1,77	1,70	1,64	1,59	1,52	1,47	1,43	1,40	1,36	1,00